

44

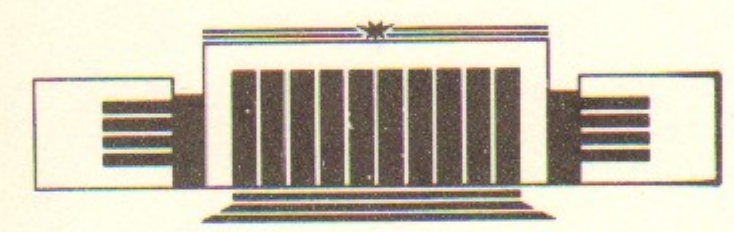


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.М. Малкин

БИАВТОМОДЕЛЬНЫЙ ВОЛНОВОЙ КОЛЛАПС

ПРЕПРИНТ 88-75



НОВОСИБИРСК

*В.М. Малкин*

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

Предсказан новый класс режимов волнового коллапса, позволяющий понять динамику нелинейных волновых полей, склонных к самофокусировке, но не обладающих устойчивыми автомодельными режимами сильного коллапса.

Bi-Self-Similar Wave Collapse

*V.M. Malkin*

Institute of Nuclear Physics  
630090, Novosibirsk, USSR

ABSTRACT

The new type of wave collapse regimes is predicted. This prediction permit to clarify the dynamics of nonlinear wave fields, which are incline to self-focusing, but have no stable self-similar regimes of strong collapse.

Нелинейные волновые поля могут, вследствие фокусирующего самовоздействия, взрывным образом возрастать в некоторых точках пространства вплоть до физически бесконечных значений. Это явление, именуемое волновым коллапсом, интенсивно исследуется в последние годы. Опыт показывает, что формирование особенности волнового поля обычно происходит по автомодельному закону. В зависимости от того, какая энергия попадает в особую точку — конечная или физически бесконечно малая — коллапс называют «сильным» или «слабым». В случае сильного коллапса автомодельные решения позволяют объяснить реально происходящее поглощение энергии волнового поля. При слабом коллапсе нередко возникает парадоксальная ситуация, когда энергия может поглощаться лишь в особых точках, но в сколько-нибудь заметном количестве туда не попадает. Подобная проблема имеет место, например, для нелинейного уравнения Шредингера

$$i\psi_t + \Delta\psi + |\psi|^2\psi = 0. \quad (1)$$

Оно описывает коллапс огибающей интенсивного волнового пакета в диспергирующей среде, служит скалярной моделью дозвукового коллапса ленгмюровских волн и давно привлекает внимание исследователей. Уравнение (1), очевидно, допускает автомодельную подстановку

$$\psi = (t_s - t)^{-\frac{1}{2} - ix} \chi\left(\frac{\vec{r}}{\sqrt{t_s - t}}\right). \quad (2)$$

Зависимость (2) действительно наблюдалась в численном счете [1], а затем в [2]. Непосредственно центрально-симметричное автомодельное решение  $\chi(\xi)$  было найдено в [3]. Более тщательная проверка его установления при различных начальных условиях проводилась в [4, 5]. Согласно указанным работам, центрально-симметричное автомодельное решение (2) осуществляется при  $\kappa=0.545$  и имеет не зависящую от времени асимптотику

$$\psi \approx \frac{C}{r^{1+2\kappa}} \quad (3)$$

в области  $r \gg \sqrt{t_s - t}$  ( $C \approx \sqrt{2}$ ). В трехмерном случае — а здесь только он и обсуждается — возникающая при  $t \rightarrow t_s$  особенность поля в точке  $r=0$  содержит нулевую энергию, т. е. коллапс является слабым. В качестве кандидатов на роль сильного режима коллапса предлагались «квазиклассические» автомодельные решения уравнения (1) (см. [2, 3]), но они оказались неустойчивыми относительно мелкомасштабных возмущений (развивающихся гораздо быстрее, чем происходило сжатие основного пространственного масштаба поля). Обнаружить другие режимы сильного коллапса до сих пор не удавалось, хотя в численном эксперименте [2] и наблюдался захват конечной энергии в зону автомодельности (проследить за дальнейшей судьбой захваченной энергии не позволяло быстрое образование особенности в точке  $r=0$ ).

В настоящей работе найдено решение данной проблемы. Его идея чрезвычайно проста и, по всей видимости, приложима ко многим случаям слабого коллапса. Состоит она в том, что особенность, формирующаяся при слабом коллапсе, не исчезает после его завершения, а продолжает существовать и засасывает в себя конечную энергию. В условиях, когда этот процесс также носит автомодельный характер, динамику волнового поля естественно назвать «биавтомодельной». Происхождение биавтомодельных режимов коллапса нетрудно понять и с математической точки зрения. Действительно, класс регулярных автомодельных решений заведомо уже класса автомодельных решений, допускающих в некоторой точке особенность. Первый — слабый — коллапс снимает запрет с сингулярных автомодельных решений, а на более широком классе могут найтись первоначально отсутствовавшие устойчивые автомодельные режимы сильного коллапса. Именно так обстоит дело с решениями уравнения (1). Развивающийся после завершения слабого коллапса сингулярный сильный коллапс протекает

по тому же автомодельному закону (2), что и первый (но, конечно, с другими значениями параметров  $t_s$  и  $\kappa$ ). Функция  $\chi(\xi)$  по-прежнему удовлетворяет уравнению

$$\left(-\kappa + \frac{i}{2} \frac{d}{d\xi} \xi + \frac{1}{\xi} \frac{d^2}{d\xi^2} \xi + |\chi|^2\right) \chi = 0, \quad (4)$$

но теперь к конкуренции допускаются решения, обладающие конечным потоком энергии в особенность:

$$I = -\lim_{\xi \rightarrow 0} \xi^2 |\chi|^2 \frac{d}{d\xi} \arg \chi. \quad (5)$$

Среди них имеются решения с нулевым значением коэффициента  $C$  в асимптотике (3) амплитуды поля на больших расстояниях от особенности. В подобных решениях амплитуда поля убывает при  $\xi \rightarrow \infty$  быстрее, чем в регулярных:

$$|\chi| \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} \frac{\text{const}}{\xi^2} \quad (6)$$

и интеграл энергии

$$\int_0^{\infty} d\xi \xi^2 |\chi|^2$$

сходится на верхнем пределе, что означает локализацию всей захваченной в зону автомодельности энергии в области  $r \lesssim \sqrt{t_s - t}$ . К моменту времени  $t_s$  эта энергия засасывается в особенность. Таким образом, сингулярный коллапс, в отличие от предваряющего его регулярного, является сильным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Буднева О.Б., Захаров В.Е., Сынах В.С. Физика плазмы, 1975, т.1, с.606.
2. Захаров В.Е., Кузнецов Е.А., Мушер С.Л. Письма в ЖЭТФ, 1985, т.41, с.125.
3. Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. ЖЭТФ, 1985, т.91, с.1310.
4. McLaughlin D.W., Papanicolaou G.C., Sulem C., Sulem P.L. Phys. Rev., 1986, v.34A, p.1200.
5. Kosmatov N.E., Petrov I.V., Shvets V.F., Zakharov V.E. Large-Amplitude Simulation of Wave Collapses in Nonlinear Schrödinger equation. Preprint-1365, Space Research Institute, 1988.

*В.М. Малкин*

**Биавтомодельный волновой коллапс**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

---

Работа поступила 25 апреля 1988 г.

Подписано в печать 20.05. 1988 г. МН 08334

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0,5 печ.л., 0,4 уч.-изд.л.

Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ № 75

---

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики  
СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*