

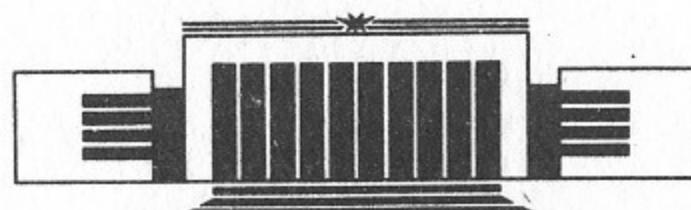


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

Н.С. Диканский, А.А. Михайличенко

**ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ ОХЛАЖДАЮЩАЯ  
СИСТЕМА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ СГУСТКОВ  
ВЫСОКОЭНЕРГИЧНЫХ  $e^+$ ,  $e^-$  С  
ПРЕДЕЛЬНО МАЛЫМ ФАЗОВЫМ ОБЪЕМОМ**

ПРЕПРИНТ 88-9



НОВОСИБИРСК

Прямолинейная охлаждающая система  
для получения сгустков высокоэнергичных  $e^+$ ,  $e^-$   
с предельно малым фазовым объемом

*N.S. Диканский, A.A. Михайличенко*

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

## А Н Н О Т А Ц И Я

Предложен способ получения пучков  $e^+$ ,  $e^-$  с минимальным фазовым объемом  $10^{-12}$  см·рад при энергии порядка 30 ГэВ с использованием прямолинейно расположенных и чередующихся магнитных змеек и ускоряющих структур.

Straightline Cooling System for Obtaining  
High Energy Beams  $e^+$ ,  $e^-$  with Minimal Emittance

*N.S. Dikansky, A.A. Mikhailichenko*

Institute of Nuclear Physics  
630090, Novosibirsk, USSR

## A B S T R A C T

The new method of obtaining beams  $e^+$ ,  $e^-$  with minimal emittance  $10^{-12}$  cm·rad at 30 GeV is proposed. The general idea of the method proposed is that the wigglers and accelerating structures are displayed along straight line one by one.

## ВВЕДЕНИЕ

Для осуществления схем со встречными линейными пучками требуется инжектировать в ускоряющую структуру сгустки частиц с предельно малым фазовым объемом и не допустить его возрастания в процессе ускорения.

Общепринято, что в качестве источника — инжектора в линейный ускоритель — может служить накопительное кольцо, параметры которого оптимизированы для получения минимального эмиттанса [1]. При движении частиц в магнитном поле накопителя уменьшение поперечного фазового объема происходит вследствие компенсации высокочастотным резонатором только продольной компоненты импульса, в то время как при испускании квантов синхротронного излучения происходит изменение всех трех компонент импульса частицы. При этом величина вертикального эмиттанса определяется наличием связи вертикальных и радиальных колебаний и вертикальной дисперсионной функцией.

Неограниченному уменьшению фазового объема сгустка препятствуют внутреннее рассеяние частиц (эффект Тушека), усиливающееся при понижении энергии, и квантовые флуктуации в излучении, возрастающие с ростом энергии. Оптимальное значение энергии частиц в накопительном кольце составляет около 1 ГэВ. При этой энергии обеспечивается получение вертикального фазового объема  $10^{-8} - 10^{-9}$  см·рад при обеспечении величины связи вертикальных и радиальных колебаний  $\kappa = \sqrt{\varepsilon_z / \varepsilon_x} \simeq 0.04$  [2]. Время затухания при этом составляет несколько миллисекунд, что ог-

раничивает частоту циклов повторения. Последнее, однако, может оказаться важным для будущих схем встречных пучков со сверхпроводящими ускоряющими структурами.

В процессе движения частиц в самом линейном ускорителе, особенно в начальной стадии, сгусток подвержен самовоздействию через несимметричные моды электромагнитных колебаний в структуре, что приводит к росту эмиттанса. Для устранения такого рода неустойчивости используется разведение частот поперечных колебаний частиц по длине сгустка [3]. Применение этого приема позволяет в лучшем случае осуществить адиабатическое уменьшение поперечного фазового объема пропорционально  $1/\gamma = mc^2/E$ .

Ниже рассмотрен способ получения предельно малого фазового объема  $10^{-12}$  см·рад по одной из координат при энергии 30 ГэВ с использованием прямолинейно расположенных и чередующихся магнитных змеек или ондуляторов и ускоряющих структур. Так же, как и в кольцевом накопителе, ускоряющая структура компенсирует продольную компоненту импульса, в то время как излучение происходит в углы  $1/\gamma$ . При этом в такой системе должна также переизлучаться вся первоначальная энергия частиц. Магнитное поле и период змейки выбираются для достижения темпа потерь энергии в змейках, равного темпу ускорения, так что при неизменной в среднем энергии, происходит установление равновесных значений поперечного эмиттанса, энергии и энергетического разброса.

Для плоской змейки величина вертикального фазового объема определяется так же, как и в кольцевом накопителе, связью колебаний. Предельной величиной коэффициента связи  $x$  будем считать величину  $\kappa=0.01$ .<sup>\*)</sup>

Фокусировка частиц осуществляется дополнительными квадрупольными линзами, согласующими огибающую пучка на участке затухания с остальным электронно-оптическим трактом. Для компенсации связи могут быть использованы системы специальных скью-квадруполей и секступолей.

Такую охладительную систему удобно расположить на прямолинейной части основного линейного ускорителя после прохождения сгустком длины, обеспечивающей набор энергии 20–30 ГэВ. В дальнейшем осуществляется доускорение частиц до конечной энергии 1 ТэВ на длине не менее 10 км. Общая длина охлаждающей системы, составляющая около 2 км, кажется все же еще малой по сравнению с общей длиной функционирующего комплекса.

## ОПИСАНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ДВИЖЕНИЯ

Для описания поперечного движения используется обычная терминология [4]:

$$x = a \sqrt{\beta(s)} \cos(\Phi(s) + \Phi_0),$$

где  $a$  — постоянная;  $\Phi(s) = \int_0^s \frac{ds}{\beta(s)}$ ;  $s$  — продольная координата. Инвариантная амплитуда  $a$  выражается через параметры Куранта — Снайдера

$$\alpha(s) = -\frac{\beta'(s)}{2}, \quad \Gamma = \frac{1+\alpha^2(s)}{\beta(s)}$$

следующим образом

$$a^2 = \Gamma x^2 + 2\alpha xx' + \beta x'^2.$$

При отклонении энергии частицы от равновесной, определяемой из баланса потерь на излучение и компенсации их в ускоряющей структуре, новая траектория

$$x \rightarrow x + \eta(s) \frac{\epsilon}{E},$$

где  $\epsilon/E$  — относительная величина отклонения, а  $\eta(s)$  — периодическое решение

$$\eta''(s) + K(s)\eta = \frac{1}{\rho}, \quad K = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x}.$$

Для синусоидального закона изменения поперечного поля от продольной координаты

$$H(s) = H_{\perp} \sin \frac{s}{\lambda_0},$$

где  $\lambda_0 = \lambda_0/2\pi$ ,  $\lambda_0$  — пространственный период изменения поля:

$$\eta(s) = \eta_0 \sin \frac{s}{\lambda_0} = -\frac{P_{\perp} \lambda_0}{\gamma} \sin \frac{s}{\lambda_0},$$

<sup>\*)</sup> Иванов П.М., частное сообщение.

где  $P_{\perp} = \frac{eH_{\perp}\lambda_0}{mc^2}$  — приведенный поперечный импульс частицы или фактор ондуляторности;  $\gamma^{-1} = mc^2/E$ .

При единичном акте испускания кванта с энергией  $\epsilon$  происходит приращение инвариантной амплитуды

$$a^2 = \left(\frac{\epsilon}{E}\right)^2 \mathcal{H},$$

где  $\mathcal{H} = \Gamma\eta^2 + 2\alpha\eta\eta' + \beta\eta'^2$ . Как будет видно, длина, на которой происходит излучение энергии величиной, равной первоначальной энергии частиц, достаточно велика по сравнению с периодом поперечных колебаний частицы, поэтому можно принять, что испускание квантов происходит в случайных бетатронных фазах. Для слу-чая плоской змейки в пренебрежении ее собственной фокусировкой доминирующим является последнее слагаемое в  $\mathcal{H}$ :

$$\mathcal{H} \simeq \beta\eta'^2 = \bar{\beta} \frac{P_{\perp}^2}{\gamma^2} \cos^2 \frac{s}{\lambda_0},$$

где  $\bar{\beta}$  — среднее значение  $\beta$ -функции в месте расположения змейки.

Мы предполагаем, что разбивка элементов произведена доста-точно часто, чтобы можно было пренебречь дискретностью в набо-ре и потерях энергии. Идеальным было бы размещение ускоряю-щей структуры между полюсами змейки. Имеем

$$\langle \mathcal{H} \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L \mathcal{H} ds = \frac{1}{\lambda_0} \int_0^{\lambda_0} \mathcal{H} \frac{ds}{2\pi} = \frac{1}{2} \bar{\beta} \left( \frac{P_{\perp}}{\gamma} \right)^2.$$

Именно благодаря возможности сделать инвариант  $\mathcal{H}$  малым в линейной схеме затухания и объясняется малая величина устано-вившегося фазового объема, несмотря на совпадения спектров из-лучения в магнитах линейного затухателя и циклической машины (ср. [1]).

#### ТЕМП ПОТЕРЬ НА ИЗЛУЧЕНИЕ

Полная интегральная по всем частотам интенсивность излуче-ния есть [5]

$$I = \frac{e^2 |\dot{v}_{\perp}|^2 \gamma^4}{6\pi} = \frac{2}{3} r_0 c m c^2 \frac{\gamma^2 P_{\perp}^2}{\lambda_0^2},$$

где:  $r_0 = e^2/mc^2$ . Таким образом, темп потерь есть  $I/c$  или, выра-женный в единицах  $mc^2$ :

$$\frac{I}{c m c^2} = \frac{\text{темперь}}{m c^2}.$$

По экспериментальным данным [6], предельным темпом набора энергии можно считать 1—2 МэВ/см, так что

$$\frac{I}{c m c^2} = \frac{2}{3} r_0 \left( \frac{P_{\perp} \gamma}{\lambda_0} \right)^2 = 2 \div 4 \left[ \frac{1}{\text{см}} \right].$$

Иными словами, для обеспечения такого темпа потерь необходимо обеспечить

$$P_{\perp} \gamma \simeq \lambda_0 \sqrt{\frac{3}{r_0 \cdot 1 \text{ см}}} \simeq 3\lambda_0 [\text{см}] \cdot 10^6.$$

Максимальное значение величины фактора ондуляторности  $P_{\perp}$  оп-ределяется максимально достижимой величиной поля. Так как

$$P_{\perp} = \frac{e H_{\perp} \lambda_0}{m c^2} = 93.4 H_{\perp} [\text{T}] \cdot 2\pi \lambda_0 [\text{м}],$$

а величина  $H_{\perp}$  ограничена, по-видимому, значением около 10 Т, достиженным для сверхпроводящих змееек [7], то предельное зна-чение  $P_{\perp}$  составляет

$$P_{\perp} \simeq 60 \lambda_0 [\text{см}].$$

А для величины минимальной энергии, которая обеспечивает необ-ходимый темп потерь, находим

$$P_{\perp} \gamma \simeq 3\lambda_0 \cdot 10^6 = 60 \lambda_0 \cdot \gamma.$$

Таким образом,  $\gamma_{\min} \simeq 5 \cdot 10^4$ ;  $E_{\min} \simeq 25 \text{ ГэВ}$ .

#### УСТАНОВИВШЕЕСЯ ЗНАЧЕНИЕ ЭМИТТАНСА

Для того, чтобы определить, насколько возрастет инвариантная амплитуда, необходимо выражение для ее приращения при еди-ничном испускании умножить на число испущенных фотонов на единице длины пути или за единицу времени:

$$\frac{da^2}{ds} = \left(\frac{\varepsilon}{E}\right)^2 \mathcal{H} \frac{dN^r}{ds}.$$

Если  $dI/d\omega$  — спектральная плотность мощности излучения, испускаемого частицей, то плотность числа фотонов

$$\frac{d^2N^r}{d\varepsilon ds} = \frac{d^2N^r}{c d\varepsilon dt} = \frac{dI}{ce d\varepsilon}; \quad \varepsilon = \hbar\omega.$$

Конкретный вид  $dI/d\omega$  зависит от величины поля в змейке при фиксированной длине  $\lambda_0$ , т. е. от величины  $P_\perp$ . Длина формирования излучения [8]

$$l_\phi = \frac{\lambda_0}{P_\perp}$$

фактически и определяет вид спектра; так, если  $l_\phi > \lambda_0$ , то спектр излучения ондуляторный, а при  $l_\phi < \lambda_0$  переходит в спектр синхротронного излучения. В нашем случае, когда  $P_\perp \sim 50$ , спектр излучения фактически совпадает со спектром синхротронного излучения.

Итак, приращение амплитуды поперечных колебаний на единице длины пути составляет

$$\frac{da^2}{ds} = \mathcal{H} \int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon}{E}\right)^2 \frac{d^2N^r}{d\varepsilon ds} d\varepsilon = Q.$$

Для синхротронного спектра [8]

$$\frac{dI}{dy} = I f(y), \quad \text{где } y = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}, \quad \varepsilon_c = \frac{3}{2} \frac{\hbar e H_\perp}{mc} \gamma^3,$$

$$f(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} y \int_y^\infty K_{5/3}(\xi) d\xi.$$

Таким образом,

$$Q = \left\{ \mathcal{H} \frac{I}{c} \frac{\varepsilon_c}{E^2} \right\} \left\{ \int_0^\infty dy y^2 \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \int_y^\infty K_{5/3} d\xi \right\} = \mathcal{H} \frac{I}{c \varepsilon_c} \left( \frac{\varepsilon_c}{E} \right)^2 \cdot 1.3.$$

Первый сомножитель соответствует такому представлению, когда

происходит испускание только моноэнергетических квантов с характеристической энергией  $\varepsilon_c$ , а  $I/c\varepsilon_c$  — их число на единице пути. Множитель 1.3 дает поправку на конкретный вид спектра. Для практических оценок

$$\varepsilon_c = \frac{3}{2} \frac{\hbar e H_\perp}{mc} \gamma^2 = \frac{3}{2} \frac{r_0 e}{\alpha} H_\perp \gamma^2 = 0.665 E^2 [\text{ГэВ}] \cdot H_\perp(T) [\text{кэВ}].$$

Процесс установления характеризуется соотношением

$$\frac{da^2}{ds} = Q - \frac{2a^2}{l_s},$$

где  $l_s$  — длина затухания, определяемая как расстояние, на котором происходит переизлучение всей первоначальной энергии, т. е.:

$$\frac{l_s I}{c} = E.$$

Таким образом, после прохождения длины  $l_s$  происходит уменьшение  $a^2$  в  $e^{-2}$  раз. Установившееся значение  $a^2$  получается после усреднения по  $s$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\langle a^2 \rangle}{2} = \left\langle \frac{Q l_s}{4} \right\rangle = \frac{1.3}{4} \langle \mathcal{H} \rangle \frac{\varepsilon_c}{E} = \frac{1.3}{4} \frac{\bar{\beta}}{2} \left( \frac{P_\perp}{\gamma} \right)^2 \frac{\varepsilon_c}{E}.$$

Преобразовывая, получаем

$$\varepsilon_x = 0.24 \frac{\bar{\beta} P_\perp^3}{\alpha \gamma} \frac{r_0}{\lambda_0}, \quad \text{где } \frac{1}{\alpha} = 137.$$

Для оценок зададим

$$\lambda_0 = 1 \text{ см}, \quad \gamma = 6 \cdot 10^4 (30 \text{ ГэВ}), \quad \bar{\beta} = 100 \text{ см}.$$

Тогда получаем необходимую величину  $P_\perp$

$$P_\perp = \frac{3\lambda_0 [\text{см}] \cdot 10^6}{\gamma} = 50.$$

А для величины фазового объема

$$\varepsilon_x = \frac{0.16 \cdot 100 \cdot (50)^3}{2 \cdot \frac{1}{137} \cdot 6 \cdot 10^4} \frac{2.8 \cdot 10^{-13}}{1} = 1.95 \cdot 10^{-9} \text{ см} \cdot \text{рад} < 10^{-8} \text{ см} \cdot \text{рад},$$

$$\varepsilon_z = \kappa^2 \varepsilon_x = 1.95 \cdot 10^{-13} \text{ см} \cdot \text{рад} < 10^{-12} \text{ см} \cdot \text{рад}.$$

Такой фазовый объем устанавливается после прохождения нескольких длин затухания. Если иметь в виду чередующееся расположение змеек и структур, то эффективная длина удваивается. Реально, для осуществления затухания на 30 ГэВ требуется длина около 2 км, что соответствует уменьшению фазового объема

$$\exp\left(-2 \frac{s}{2} \frac{1}{l_s}\right) = e^{-2000/300} \cong e^{-7} \sim 10^{-3}.$$

При совмещении структуры и полей змейки на этой же длине может быть достигнуто уменьшение до  $10^{-6}$ .

### КОГЕРЕНТНЫЕ ЭФФЕКТЫ

При прохождении столь значительной длины, возможно проявление когерентных эффектов, вполне аналогичных тем, что имеют место в лазерах на свободных электронах [9]. В этом случае мощность излучения может существенно возрасти, так что для поддержания темпа потерь на излучение равным темпу ускорения потребуется уменьшить величину  $P_{\perp}$ . Как видно из соотношения для установленного фазового объема

$$\varepsilon_{x,y} \sim P_{\perp}^3,$$

такого рода понижение величины  $P_{\perp}$  чрезвычайно полезно.

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ РАЗБРОС

Равновесное значение величины энергии определяется из баланса между потерями на излучение в змейке и компенсацией их в ускоряющей структуре. Если последние разделены на участки длиной  $l$ , то модуляция величины энергии при чередующемся расположении змеек и структур составляет  $\delta = \mathcal{E}l/E$ , где  $\mathcal{E}$  — темп ускорения:

$$\delta = \frac{2mc^2 l}{E} = \frac{2l}{\gamma}, \quad \mathcal{E} = \frac{2mc^2}{1 \text{ см}}.$$

Так что для  $l = 30 \text{ см}$ ,  $\delta = \frac{30}{6 \cdot 10^4} = 5 \cdot 10^{-4}$ .

Для нахождения установленной величины энергетического разброса  $\delta\varepsilon$  вследствие квантовых флюктуаций в излучении пишем

$$\delta\varepsilon = \sqrt{N_{\Phi}} \varepsilon_c,$$

где  $N_{\Phi}$  — полное число фотонов, излученных на длине затухания, а

$$\varepsilon_c = \frac{3}{2} \frac{\hbar e H_{\perp} \gamma^2}{mc} = \frac{3}{2} mc^2 \frac{r_0}{\lambda_0} \frac{P_{\perp}}{\alpha} \gamma^2.$$

Так как  $N_{\Phi} \cong E/\varepsilon_c$ , то

$$\delta\varepsilon = \sqrt{E\varepsilon_c},$$

а

$$\frac{\delta\varepsilon}{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon_c}{E}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_c/mc^2}{E/mc^2}} = \sqrt{\frac{3r_0 P_{\perp} \gamma}{2\alpha \lambda_0}} \sim 1.3 \cdot 10^{-2}$$

для вышеуказанных параметров  $P_{\perp}$ ,  $\lambda_0$ ,  $\gamma$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нам кажется, что тот очевидный недостаток, который имеет предложенное выше «выпрямление» накопительного кольца, — относительно большая длина — оправдывается тем малым фазовым объемом, который можно получать, а также устранением зависимости частоты следования от требуемой выдержки в циклическом инжекторе. Кроме того, в случае повышения реально достижимого темпа ускорения против 1 МэВ/см, рассматриваемого выше, а также размещением ускоряющей структуры в магнитном поле змейки (и тому и другому способствует повышение частоты основного ускоряющего ВЧ до 10 ГГц) длину охладителя можно существенно уменьшить.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Steffen K. The Wiggler Storage Ring, a Device with Strong Radiation Damping and Small Beam Emittance. — DESY PET 79/05, 1979.
2. Анашин В.В. и др. Прототипы накопителя-охладителя и группирователя для проекта ВЛЭПП. — Труды XIII Международной конференции по ускорителям высоких энергий, Новосибирск, 7—11 августа 1986. Новосибирск: Наука, 1987, с.159.
3. Balakin V.E., Novokhatsky A.V., Smirnov V.P. VLEPP: Transverse Beam Dynamics. — Proc. of the 12th Int. Conf. on High Energy Accelerators. Fermilab, 1983, p.117.

4. Matthew Sands, (UC Santa Cruz), SLAC-121, UC-28, November 1970, The Physics of Electron Storage Rings. An Introduction.
5. Alferov D.F. et al. The Ondulator as Source of Electromagnetic Radiation.—Particle Accelerators, 1979, v.9, p.223—236.
6. Балакин В.Е., Брежнев О.Н., Новохатский А.В., Семенов Ю.И.—Препринт ИЯФ СО АН СССР 79-83. Новосибирск, 1979.
7. Hoening M.O. and Steeves M.M. Mit 12 Tesla Test Coil Experiment.—IEE Transaction on Magnets, v.MAG-21, N 2, March 1985, p.1052.
8. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С.—ЖЭТФ, 1972, т.63, с.2121.
9. Кондратенко А.М., Салдин Е.Л.—ЖТФ, 1981, т.51, с.1633.

Н.С. Диканский, А.А. Михайличенко

**Прямолинейная охлаждающая система  
для получения сгустков высокоэнергичных  $e^+$ ,  $e^-$   
с предельно малым фазовым объемом**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 9 января 1988 г.

Подписано в печать 21.01 1988 г. МН 08047

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0,9 печ.л., 0,8 уч.-изд.л.

Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ № 9

*Набрано в автоматизированной системе на базе фотонаборного автомата FA1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапринте Института ядерной физики СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*