

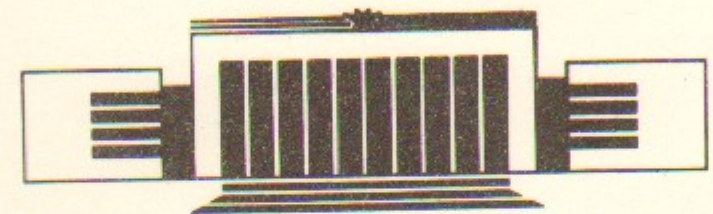


30  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.И. Мильштейн

ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ  
ЭЛЕКТРОН-ИОННОЙ РЕКОМБИНАЦИИ

ПРЕПРИНТ 89-131



НОВОСИБИРСК

# ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ ЭЛЕКТРОН-ИОННОЙ РЕКОМБИНАЦИИ

А.И.Мильштейн

## А Н Н О Т А Ц И Я

Предложен новый метод рассмотрения процесса радиационной рекомбинации нерелятивистского электрона с водородоподобным ионом. Метод основан на использовании аналитических свойств функции Грина электрона в кулоновском поле. Вычислены полное сечение процесса и полное эффективное излучение. Проведено сравнение точного результата с известными асимптотическими и интерполяционными формулами.

Процесс радиационной электрон-ионной рекомбинации играет важную роль в физике плазмы, в астрофизике и в атомной физике. Вычислению вероятности этого процесса посвящено много работ. Обзор ранних работ на эту тему можно найти в [1,2]. Численное вычисление сечения процесса является довольно сложной задачей, особенно для случая полного сечения процесса (см., напр., [3]). Поэтому в приложениях используют различные асимптотические формулы, а также приближенные формулы, полученные интерполяцией результатов, справедливых при больших и малых энергиях налетающего электрона (см. [4]). Существенный шаг был сделан в работе [5], где было получено сравнительно простое выражение для вероятности перехода на произвольный уровень водородоподобного иона.

В моей недавней работе [6] был сформулирован простой метод вычисления в дипольном приближении полного сечения процесса радиационной рекомбинации нерелятивистского электрона и водородоподобного иона. В настоящей работе этот метод обобщен на случай вычисления полного эффективного излучения в процессе рекомбинации. Получены простые формулы для полного сечения процесса и полного эффективного излучения, удобные для численных вычислений. Кроме того, проведено численное сравнение полученных точных формул с известными приближенными результатами.

Перейдем к вычислениям. Для применимости нерелятивистской теории необходимо выполнение условия  $Z\alpha \ll 1$  ( $e$  — заряд электрона,  $\alpha = e^2/\hbar c$  — постоянная тонкой структуры,  $Z|e|$  — заряд иона). В нерелятивистском случае мы можем использовать дипольное приближение. При этом полное сечение процесса зависит от параметра  $\eta = Ze^2/\hbar v$ , где  $v$  — скорость налетающего электрона. Начнем с хорошо известной формулы для сечения рекомбинации (см., напр., [2], § 34):

$$\sigma_{\text{rec}} = \frac{4}{3} \frac{e^2}{\hbar v c^3} \sum_n |\langle \Psi_n | \vec{X} | \Psi_p \rangle|^2 \cdot \omega_n^3 \quad (1)$$

где суммирование проводится по связанным состояниям,  $\Psi_p$  — волновая функция налетающего электрона,  $\Psi_n$  — волновая функция конечного электрона,  $\hbar\omega_n = E - E_n$ ,  $E = mv^2/2$  — энергия начального электрона,  $E_n$  — энергия конечного электрона,  $m$  — масса электрона. Дальнейшее рассмотрение основано на

использовании аналитических свойств функции Грина  $G(\vec{x}, \vec{x}' | \varepsilon)$  электрона в кулоновском поле. Имеем для функции  $G$  стандартное представление:

$$G^{\pm}(\vec{x}, \vec{x}' | \varepsilon) = \sum_n \frac{\psi_n(\vec{x}) \psi_n^*(\vec{x}')}{\varepsilon - \varepsilon_n \pm i0} + \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d\vec{p} \frac{\psi_p(\vec{x}) \psi_p^*(\vec{x}')}{\varepsilon - \frac{p^2}{2m} \pm i0} \quad (2)$$

где  $G^+$  и  $G^-$  определяют электронную функцию Грина соответственно в верхней и нижней полуплоскости комплексной переменной  $\varepsilon$ . Функция Грина  $G$  имеет разрез от 0 до  $\infty$ , соответствующий непрерывному спектру. Она также имеет полюса при  $\varepsilon < 0$ , соответствующие дискретному спектру. Используя определение (2), получаем следующее соотношение для волновых функций непрерывного спектра:

$$\int \frac{d\vec{x}}{4\pi} \psi_p(\vec{x}) \psi_p^*(\vec{x}') = \frac{i\pi\hbar^3}{m^2 v} \delta G(\vec{x}, \vec{x}' | \varepsilon) \quad (3)$$

где  $\delta G(\vec{x}, \vec{x}' | \varepsilon) = G^+(\vec{x}, \vec{x}' | \varepsilon) - G^-(\vec{x}, \vec{x}' | \varepsilon)$  есть скачок функции Грина на разрезе, интегрирование проводится по направлениям скорости ( $\vec{x} = \vec{v}/v$ ). Для функций  $\psi_n$  дискретного спектра находим из (2):

$$\sum_n (\varepsilon - \varepsilon_n)^3 \psi_n(\vec{x}') \psi_n^*(\vec{x}) = -i \int_{C_1} (\varepsilon - \varepsilon)^3 G(\vec{x}', \vec{x} | \varepsilon) \frac{d\varepsilon}{2\pi} \quad (4)$$

где контур  $C_1$  интегрирования по  $\varepsilon$  охватывает все полюса (см. Рис. I).

Для преобразования формулы (I) мы используем независимость сечения  $\sigma_{\text{нес}}$  от направления скорости  $\vec{x}$  налетающего электрона. Умножим обе части (I) на  $d\vec{x}/4\pi$  и возьмем интеграл по  $\vec{x}$ . Используя соотношения (3) и (4), получаем следующее представление для сечения  $\sigma_{\text{нес}}$ :

$$\sigma_{\text{нес}} = \frac{2}{3} \alpha (m v c)^2 \int_{C_1} d\varepsilon (\varepsilon - \varepsilon)^3 \iint d\vec{x} d\vec{x}' (\vec{x} \cdot \vec{x}') \delta G(\vec{x}, \vec{x}' | \varepsilon) G(\vec{x}', \vec{x} | \varepsilon) \quad (5)$$

Аналитические свойства функции Грина  $G$  позволяют деформировать контур интегрирования  $C_1$  так, что он будет совпадать с контуром  $C_2$  на Рис. I. При этом надо учесть наличие сингулярности при  $\varepsilon = \varepsilon$ . Как было показано в [6], эта сингулярность связана с наличием сингулярности в вероятности излучения мягких фотонов в процессе тормозного излучения. Как вид-

но из Рис. I, интеграл по контуру  $C_2$  можно представить в виде суммы трех вкладов:  $\sigma_{\text{нес}} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ , где  $\sigma_1$  есть интеграл вдоль разреза в смысле главного значения,  $\sigma_2$  - интеграл по бесконечно малой окружности вокруг точки  $\varepsilon = \varepsilon$ ,  $\sigma_3$  - интеграл по окружности большого радиуса.

Для того, чтобы вычислить  $\sigma_1$ , рассмотрим сечение  $\sigma_{\ell}$  тормозного излучения электрона на ядре, когда после излучения фотона электрон остается в состоянии непрерывного спектра. Действуя точно так же, как при выводе формулы (5), находим:

$$\frac{d\sigma_{\ell}}{d\varepsilon} = -\frac{2}{3} \alpha (m v c)^2 (\varepsilon - \varepsilon)^3 \iint d\vec{x} d\vec{x}' (\vec{x} \cdot \vec{x}') \delta G(\vec{x}, \vec{x}' | \varepsilon) \delta G(\vec{x}', \vec{x} | \varepsilon) \quad (6)$$

где  $\varepsilon$  - энергия конечного электрона. Сечение  $\sigma_{\ell}$  тормозного излучения нерелятивистского электрона в кулоновском поле хорошо известно (см., напр., [2], формула (34,72) [7], формула (92.15)):

$$\frac{d\sigma_{\ell}}{d\varepsilon} = \frac{4}{3} \alpha \chi_c^2 \frac{\pi^2 z^2 \exp[\pi(z' - z)]}{\text{sh}(\pi z) \text{sh}(\pi z') (\varepsilon - \varepsilon)} \approx \frac{d}{d\xi} |F(\xi)|^2 \quad (7)$$

где  $\chi_c = \hbar/mc$ ,  $z = Ze^2/\hbar v$ ,  $z' = Ze^2/\hbar v'$ ,  $\varepsilon = m(v')^2/2$ ,  $\xi = -4vv'/(v-v')^2$  и  $F(\xi)$  есть гипергеометрическая функция:  $F(\xi) = F(i z, i z'; 1; \xi)$ . Очевидно, что  $\varepsilon < \varepsilon$  в формуле (7). Используя определение  $\sigma_1$ , легко увидеть, что

$\sigma_1$  можно вычислить по формуле (5), в которой интегрирование по  $\varepsilon$  надо проводить в смысле главного значения от 0 до  $\infty$ , а  $G(\vec{x}', \vec{x} | \varepsilon)$  должна быть заменена на  $\delta G(\vec{x}', \vec{x} | \varepsilon)$ . Принимая во внимание формулы (6), (7) и антисимметрию  $d\sigma_{\ell}/d\varepsilon$  (см. (6)) относительно замены  $\varepsilon \leftrightarrow \varepsilon$ , находим следующее выражение для

$$\sigma_1 : \quad \sigma_1 = -\frac{4}{3} \alpha \chi_c^2 z^2 \pi^2 \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon} \frac{\exp(\pi|z - z'|)}{\text{sh}(\pi z) \text{sh}(\pi z')} \approx \frac{d}{d\xi} |F(\xi)|^2 \quad (8)$$

где  $\int$  означает интеграл в смысле главного значения.

Для того, чтобы вычислить  $\sigma_2$ , рассмотрим асимптотику  $d\sigma_{\ell}/d\varepsilon$  в области  $\varepsilon - \varepsilon \ll \varepsilon$ :

$$\frac{d\sigma_{\ell}}{d\varepsilon} = \frac{16}{3} \alpha \chi_c^2 z^2 \left[ \ln\left(\frac{v+v'}{v-v'}\right) + \Psi(1) - \text{Re} \Psi(1 + i z) \right] \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon} \quad (9)$$

где  $\psi(x) = \frac{d}{dx} \ln \Gamma(x)$ . Сравнивая (5) и (6), мы видим, что необходимо построить функцию, скачок которой на разрезе в окрестности  $\varepsilon = E$  давался бы формулой (9). Это легко сделать, используя известное соотношение

$$\psi(1-x) - \psi(1+x) = \pi \operatorname{ctg}(\pi x) - 1/x$$

и аналитические свойства логарифма. После этого берем интеграл по  $\varepsilon$  вокруг точки  $\varepsilon = E$  и находим для  $\sigma_2$  следующее выражение

$$\sigma_2 = -\frac{8\pi^2}{3} \alpha \lambda_c^2 z^2 \left(1 + \operatorname{ctg}(\pi z) - 1/\pi z\right) \quad (10)$$

Для того, чтобы вычислить  $\sigma_3$ , воспользуемся результатами работы [8]. В этой работе был развит новый метод вычисления нерелятивистских амплитуд в кулоновском поле. В частности был дан простой выход полного сечения тормозного излучения  $\sigma_b$  (7). Метод основан на использовании алгебры  $O(4,2)$ -динамической алгебры атома водорода. С помощью формул, полученных в [8], нетрудно показать, что  $\sigma_3 \rightarrow 0$  при стремлении радиуса окружности к  $\infty$ . Поэтому  $\sigma_{\text{rec}}$  дается суммой  $\sigma_1$  (8) и  $\sigma_2$  (10). Эта сумма, однако, не очень удобна из-за наличия в ней интеграла в смысле главного значения. Это неудобство может быть устранено следующим образом. Давайте рассмотрим формулу (5), в которой заменим электронную функцию Грина на позитронную функцию Грина. Так как для позитронов полюса отсутствуют, то интеграл по  $\varepsilon$  по контуру  $C_I$  равен нулю. Повторяя использованные выше преобразования, находим следующее соотношение:

$$\int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon - E} \cdot \frac{\exp(-\pi|z-z'|)}{2 \operatorname{sh}(\pi z) \operatorname{sh}(\pi z')} \approx \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} |F(\varepsilon)|^2 = \operatorname{ctg}(\pi z) - \frac{1}{\pi z} - 1 \quad (11)$$

С помощью (11) получаем окончательную формулу для полного сечения радиационной электрон-ионной рекомбинации:

$$\sigma_{\text{rec}} = -\frac{16\pi^2}{3} \alpha \lambda_c^2 z^2 \left\{ \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon - E} \cdot \frac{\operatorname{sh}[\pi(z-z') \operatorname{sign}(\varepsilon - E)]}{2 \operatorname{sh}(\pi z) \operatorname{sh}(\pi z')} \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} |F(\varepsilon)|^2 + \operatorname{ctg}(\pi z) - \frac{1}{\pi z} \right\} \quad (12)$$

В формуле (12) интеграл в смысле главного значения отсутствует. Полученное выражение очень удобно для численных вычислений.

Обсудим предельные случаи. При  $z \ll 1$  основной вклад в интеграл по  $\varepsilon$  в (12) дает область  $\varepsilon \sim E$  или  $z' \ll 1$ . Разлагая подынтегральное выражение и беря интеграл, находим при  $z \ll 1$ :

$$\sigma_{\text{rec}} = \frac{128\pi}{3} \alpha \lambda_c^2 z^5 \zeta(3) \quad (13)$$

где  $\zeta(x)$  есть функция Римана. Асимптотика (13) совпадает с хорошо известным результатом для сечения радиационной рекомбинации при  $z \ll 1$  (см. напр., [7], § 56). При  $z \gg 1$  главный вклад в сечение  $\sigma_{\text{rec}}$  дает следующая область интегрирования по  $\varepsilon$ :  $E \ll \varepsilon \ll z^2 E$ . В этой области имеем:

$$\int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} |F(\varepsilon)|^2 \approx \frac{\exp(2\pi z')}{\pi \sqrt{3}}$$

Подставляя эту асимптотику в (12) и беря интеграл, находим с логарифмической точностью для случая  $z \gg 1$  следующую формулу:

$$\sigma_{\text{rec}} \approx \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \alpha \lambda_c^2 z^2 \ln(z) \quad (14)$$

В работе [5] было получено следующее асимптотическое разложение при  $z \gg 1$ :

$$\sigma_{\text{rec}} = \frac{32\pi \alpha \lambda_c^2 z^2}{3\sqrt{3}} \left[ \ln(z) + b_0 + \frac{b_1}{z^{2/3}} + \frac{b_2}{z^{4/3}} + (b_3 - b_4 \ln(z)) \frac{1}{z^2} \right] \quad (15)$$

где  $b_0 = 0,161$ ;  $b_1 = 0,518$ ;  $b_2 = 0,074$ ;  $b_3 = 0,068$ ;  $b_4 = 0,046$ . Первые четыре члена этого разложения были известны ранее (см. [1]). Формула (14) согласуется с первым членом в формуле (15). С логарифмической точностью результат для  $\sigma_{\text{rec}}$  также может быть легко получен из формулы Крамерса, справедливой при  $z \gg 1$ :

$$\sigma_{rec} = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \alpha \chi_c^2 \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+n^2/\eta^2)} \quad (I6)$$

Видно, что основной вклад в сумму (I6) дают большие  $n$ . Заменяя суммирование по  $n$  интегрированием, приходим к (I4).

В работе [4] была предложена следующая приближенная формула для  $\sigma_{rec}$ , справедливая в области  $0 \leq \eta \leq 3$ :

$$\sigma_{rec} = (1.20 + 0.28 \cdot \eta) \sigma_{rec}^1 \quad (I7)$$

где  $\sigma_{rec}^1$  есть сечение радиационной рекомбинации в основном состоянии:

$$\sigma_{rec}^1 = \frac{2^8 \pi^2}{3} \alpha \chi_c^2 \frac{\eta^6}{(1+\eta^2)^2} \cdot \frac{\exp[-4\eta \operatorname{arctg}(\eta)]}{1 - \exp(-2\pi\eta)} \quad (I8)$$

Как уже говорилось, эта формула была получена интерполяцией результатов, справедливых в области  $\eta \ll 1$  и в области  $\eta \gg 1$ . На рис.2 представлен график зависимости точного сечения (I2) от  $\eta$  (кривая 1), приближенной формулы (I7) (кривая 2), а также асимптотики (I5), формально продолженной в область  $\eta \sim 1$  (кривая 3). На этом же рисунке приведен и график асимптотики, в которой удержаны только три первых члена в формуле (I5) (кривая 4). Видно, что интерполяционная формула хорошо согласуется с точным результатом (I2) в области  $0 \leq \eta \leq 4$ . Асимптотика (I5) дает хорошую точность при  $\eta \geq 2$ . Интересно, что сумма трех первых членов асимптотики, полученной при  $\eta \gg 1$ , хорошо согласуется с точной формулой вплоть до  $\eta \sim 0.2$ . Удержание следующих членов ухудшает согласие в области  $\eta \sim 1$ , что связано с асимптотическим характером разложения при  $\eta \gg 1$ .

Перейдем теперь к обсуждению эффективного излучения, которое также является важной характеристикой процесса радиационной рекомбинации. Эта величина определяется следующим образом:

$$\mathcal{E} = \sum_n \frac{1}{\hbar} \omega_n \sigma_n \quad (I9)$$

где  $\sigma_n$  — сечение рекомбинации с переходом на уровень с заданной энергией,  $\frac{1}{\hbar} \omega_n = \epsilon - \epsilon_n$ . Повторяя преобразования, использованные нами при выводе формулы (5), находим:

$$\mathcal{E} = \frac{2}{3} \alpha (mvc)^{-2} \int_{C_2} d\epsilon (\epsilon - \epsilon)^4 \iint d\vec{x} d\vec{x}' (\vec{x} \cdot \vec{x}') \delta G(\vec{x}, \vec{x}' | \epsilon) G(\vec{x}', \vec{x} | \epsilon) \quad (20)$$

где контур  $C_2$  см. на рис.1. Отличие вычисления интегралов в (20) от аналогичных в (5) состоит в том, что вклад интеграла по окружности большого радиуса отличен от нуля. Причем этот вклад растет с ростом радиуса. Интеграл вдоль разреза также растет с увеличением верхнего предела интегрирования по  $\epsilon$ . Только сумма этих двух вкладов стремится к конечной величине при стремлении радиуса окружности к бесконечности. Заметим, что интеграл по бесконечно малой окружности вокруг точки  $\epsilon = \epsilon$  дает нулевой вклад. Это связано с отсутствием инфракрасной расходимости в интенсивности тормозного излучения.

Рассмотрим вклад в  $\mathcal{E}$  интеграла вдоль разреза ( $\mathcal{E}_1$ ). Аналогично формуле (I2) имеем для  $\mathcal{E}_1$ :

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{8\pi^2}{3} \alpha \chi_c^2 \eta^2 \int_0^{E_0} d\epsilon \frac{\operatorname{sh}[\pi(\eta - \eta')] \operatorname{sign}(\epsilon - \epsilon)}{\operatorname{Sh}(\pi\eta) \operatorname{Sh}(\pi\eta')} \xi \frac{d}{d\xi} |F(\xi)|^2 \quad (21)$$

Использованные здесь обозначения смотри после формулы (7). В (21)  $E_0$  выбрано так, что  $E_0 \gg m(z e^2 / \hbar)^2$ ,  $E_0 \gg \epsilon$ . С помощью формул, полученных в [6], можно показать, что вклад в  $\mathcal{E}$  интеграла по окружности радиуса  $E_0$  сводится к вычитанию из подынтегрального выражения в (21) двух первых членов разложения по  $\eta'$  при  $\eta' \rightarrow 0$ . Проведя указанное вычитание, можно устремить  $E_0$  к бесконечности. После несложных, но громоздких вычислений находим следующее выражение для эффективного излучения:

$$\mathcal{E} = -\frac{16\pi^2}{3} \alpha \chi_c^2 \eta^2 \left\{ \int_0^{\infty} d\epsilon \left[ \frac{\operatorname{sh}(\pi(\eta - \eta')) \operatorname{sign}(\epsilon - \epsilon)}{2 \operatorname{Sh}(\pi\eta) \operatorname{Sh}(\pi\eta')} \cdot \xi \frac{d}{d\xi} |F(\xi)|^2 - \frac{4\eta'}{\pi} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\xi}{\xi - 1} \eta \eta' \operatorname{cth}(\pi\eta) \right] + 8\eta^2 \left[ (2 - \ln 4 + \Psi(1) - \operatorname{Re} \Psi(1 + i\eta)) \operatorname{cth}(\pi\eta) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\pi\eta} + \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \Psi'(1 + i\eta) \right] \right\} \quad (22)$$

где  $\Psi'(x) = d\Psi(x)/dx$ . Рассмотрим предельные случаи. При  $\eta \ll 1$  основной вклад в интеграл в (22) дает область  $\epsilon \sim \epsilon$ . Проведя соответствующее разложение, находим:

$$\kappa = \frac{128\pi}{3} \alpha \lambda_c^2 \eta^5 \zeta(3) E \quad (23)$$

Асимптотика (23) отвечает тому, что при  $\eta \ll 1$  частота излученного фотона  $\omega \approx E$  и можно воспользоваться формулой (13). При  $\eta \gg 1$  асимптотика  $\kappa \sim \eta^4$ . Численное интегрирование дает для коэффициента при  $\eta^4$  следующее значение:

$$\kappa/\eta^4 = \frac{128\pi}{3} \alpha \lambda_c^2 E \cdot 0.14 \quad (24)$$

Заметим, что при использовании формулы Крамерса коэффициент при  $\eta^4$  получается другой. Это связано с тем, что при  $\eta \gg 1$  основной вклад в эффективное излучение дают переходы на уровни с главным квантовым числом  $n \sim 1$ . Для этих же переходов формула Крамерса не применима. В работе [4] была получена для  $\kappa$  следующая приближенная формула, справедливая при  $0 \leq \eta \leq 3$ :

$$\kappa = E \sigma_{rec}^1 (1.20 + 0.28 \cdot \eta + 1.04 \cdot \eta^2 + 0.04 \cdot \eta^3) \quad (25)$$

где  $\sigma_{rec}^1$  определена в (18). На Рис.3 показана зависимость точного значения эффективного излучения от  $\eta$  (кривая I) и приближенной формулы (25). Видно, что приближенная формула хорошо согласуется с точной в интервале  $0 \leq \eta \leq 4$ .

Таким образом, в настоящей работе получены формулы, позволяющие легко вычислить точные значения полного сечения и полного эффективного излучения для радиационной рекомбинации нерелятивистского электрона на водородоподобном ионе. Приведенные графики позволяют оценить точность используемых приближенных формул. По-видимому, обсуждаемый в настоящей статье метод вычисления может быть эффективно использован и при вычислении сечений других процессов атомной физики.

## Л и т е р а т у р а

1. Атомные и молекулярные процессы / под ред. Д.Р.Бейтса. М.: Мир, 1964, с.224.
2. Собельман И.И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Наука, 1977.
3. Lamoureaux et al. // Phys. Rev. A. 1984. V.30. P.429.
4. Коган В.И. Рекомбинационное излучение водородной плазмы/ Сборник "Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций", М.: Изд. АН СССР. Т.3. 1958.
5. Катков В.М., Страховенко В.М.// ЖЭТФ. 1978. Т.75. С.1269.
6. Milstein A.I. // Phys. Lett. A. 1989. V.136. P.52.
7. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
8. Milstein A.I. // Phys. Lett. A. 1989. V.136. P.335.

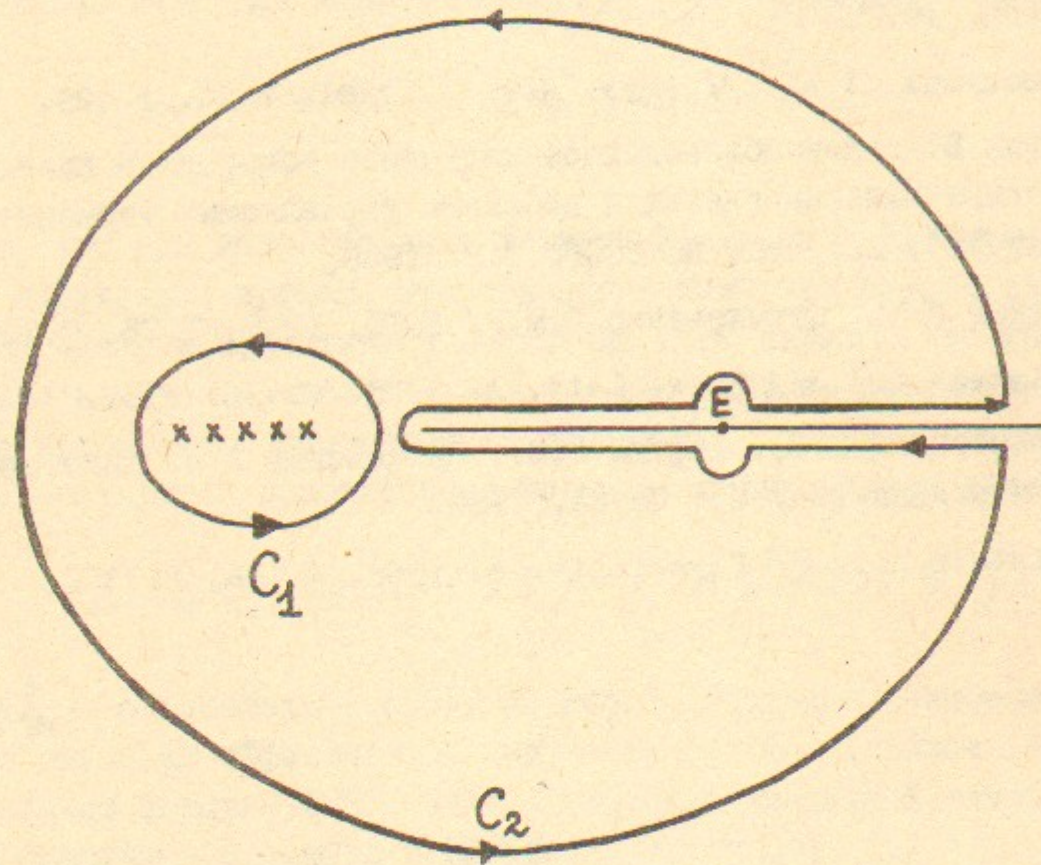


Рис.1. Контуры интегрирования по  $\varepsilon$  в формулах (5) и (20).

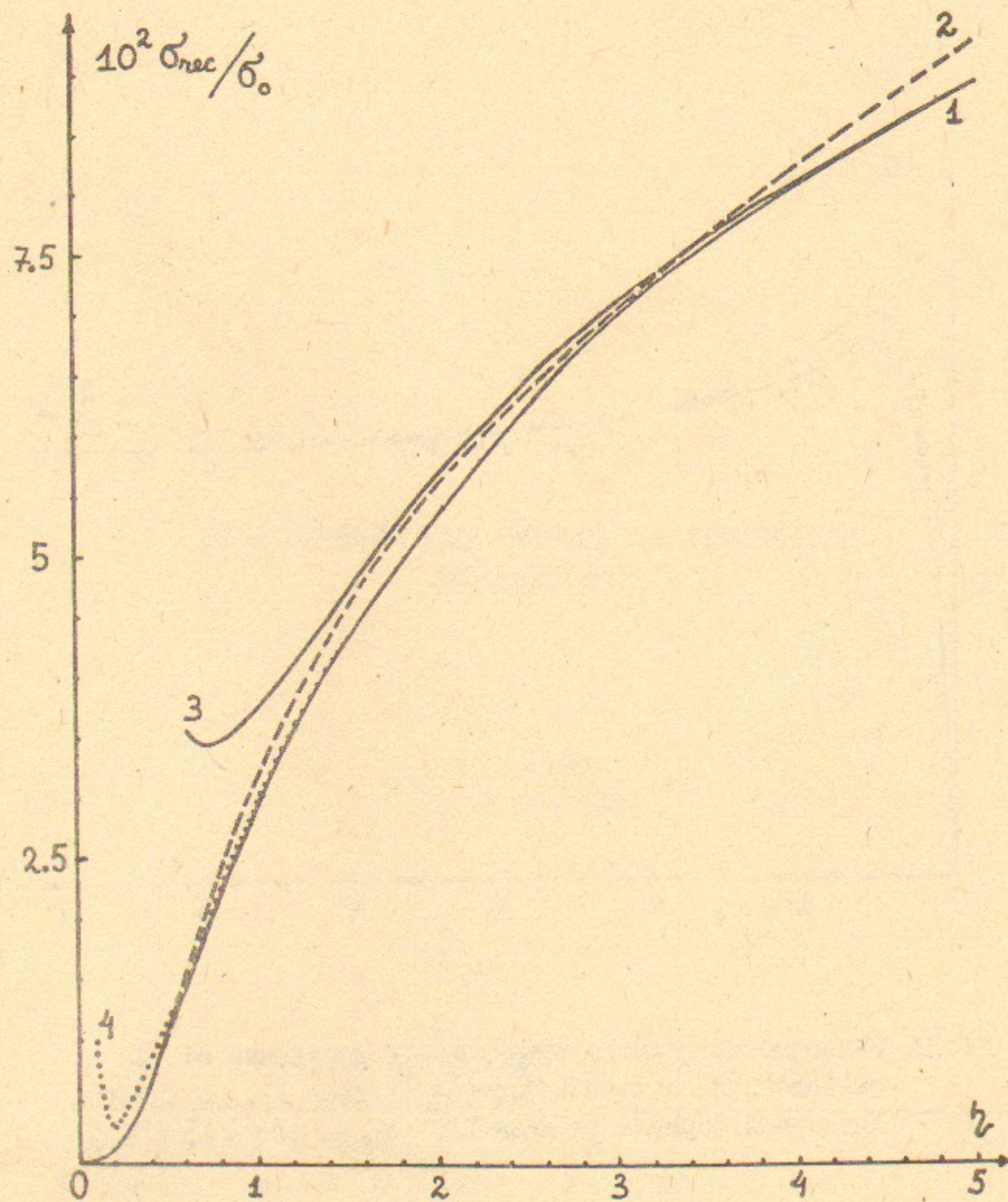


Рис.2. Зависимость сечения электрон-ионной рекомбинации от  $\lambda$ , вычисленная по точной формуле (кривая 1), по интерполяционной формуле (кривая 2) и по асимптотическим формулам (кривые 3 и 4).  $\sigma_0 = 128\pi^2 \alpha^2 k_c^2 v^2 / 3$

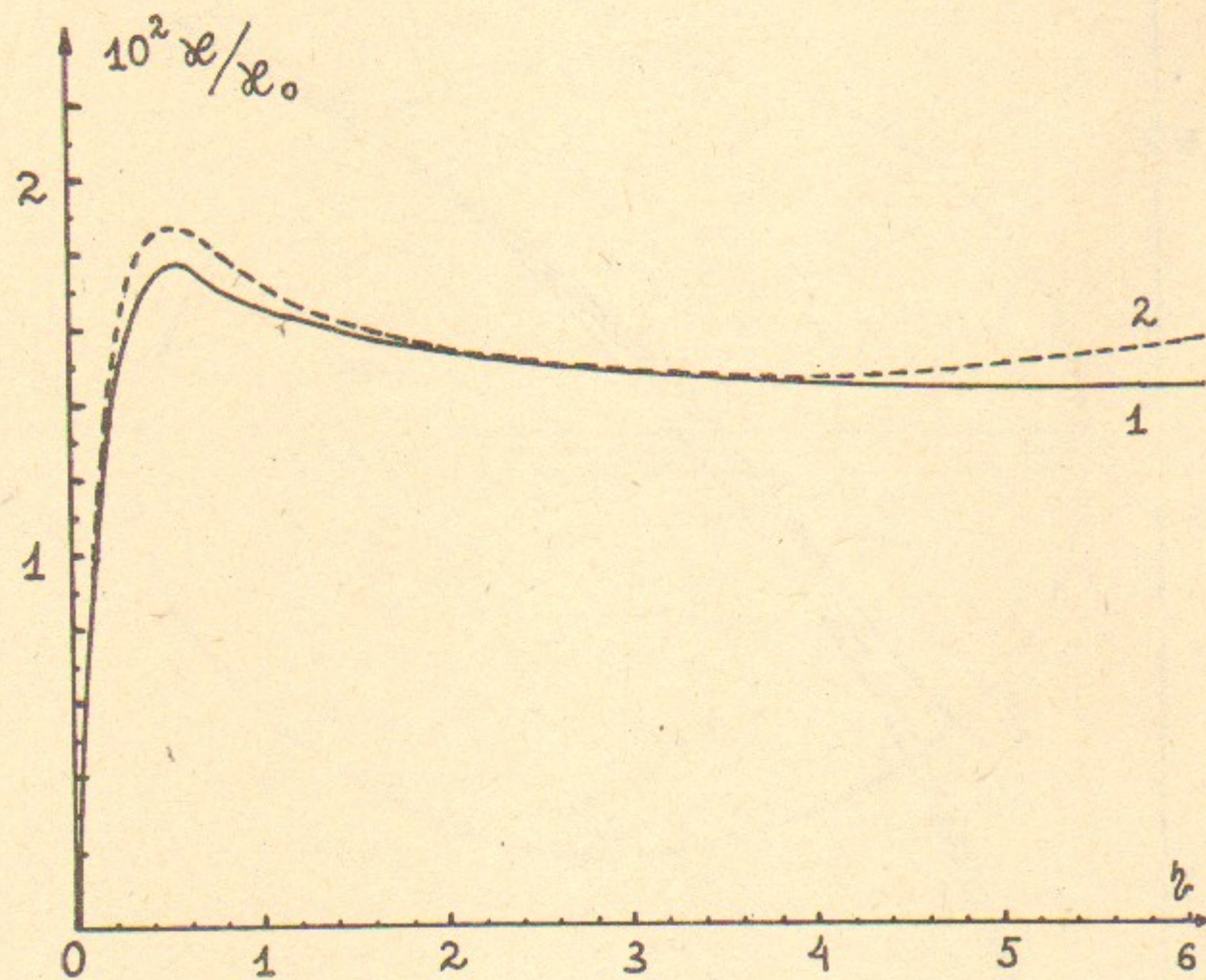


Рис.3. Зависимость полного эффективного излучения от  $h$ , вычисленная по точной формуле (кривая 1), по интерполяционной формуле (кривая 2).  $x_0 = 128\pi\alpha\lambda_c^2 h^4 E/3$

А.И.Мильштейн

ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ ЭЛЕКТРОН-ИОННОЙ РЕКОМБИНАЦИИ

Препринт  
№ 89- 131

Работа поступила - 15 сентября 1989г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
Подписано к печати 29.09.1989г. МН 12168  
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.1,3 печ.л., 1,0 учетно-изд.л.  
Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ № 131.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск,90