



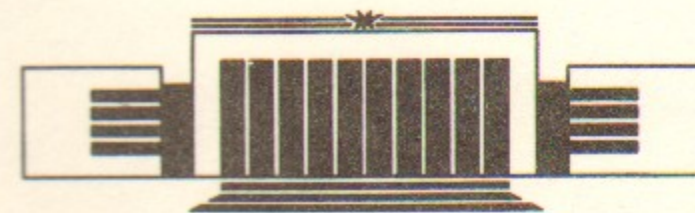
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

9

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

**ИОННО-ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ  
БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ.  
СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. II.**

**ПРЕПРИНТ 90-11**



НОВОСИБИРСК

ИОННО-ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ.  
СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. II.

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию стохастизации движения ионов при развитии одномерной нелинейной бегущей ионно-звуковой волны с начальными параметрами  $\tilde{n}/n_0 = 0,2$ ;  $\lambda_i/r_d = 14,3$ ;  $N_i = \omega/\lambda_i = 7$  (случай 3-I в работе /1/).

Показано, что развитие нелинейной ионно-звуковой волны сопровождается развитием стохастической неустойчивости движения ионов и формированием стохастического слоя. Исследована начальная стадия развития неустойчивости. Показано, что в  $t/T_{oe} > 200$  стохастический слой занимает практически всю начальную область захвата ионов в ионно-звуковой волне.

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

## Abstract

The numerical experiments (PIC-method) were made to study the stochastic instability of the ion motion in the course of the evolution of one-dimensional nonlinear ion-sound wave with the initial parameters  $\tilde{n}/n_0 = 0,2$ ;  $\lambda_i/r_d = 14,3$  (case 3-1 in /1/).

It is shown that the evolution of the nonlinear ion-sound wave is accompanied by the development of the stochastic instability of the ion motion and by the formation of the stochastic layer. The initial stage of the stochastic instability is studied. It is shown that at  $t/T_{oe} > 200$  the stochastic layer includes all the initial trapping region of the ions in the ion-sound wave.

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

Настоящая работа является продолжением работы /1/, в которой исследовалась стохастическая неустойчивость движения электронов при развитии нелинейных ионно-звуковых волн. В настоящей работе исследуется стохастическая неустойчивость движения ионов.

Эволюция ионно-звуковых волн с разными начальными параметрами изучалась нами ранее в работах /2/ (бегущие волны) и /3/ (стоячие волны). Были определены границы нелинейности, захвата ионов,  $\chi$  - опрокидывания и опрокидывания ионно-звуковых волн - начальные параметры  $(\tilde{n}/n_0, \lambda_i/r_d)$  волн, при которых на начальной стадии эволюции происходит заметное укрупнение волны, начинается захват ионов с  $V_0 \approx 2V_T^i$ , ускоряется значительная часть ионов или происходит опрокидывание волны. Изучение эволюции нелинейных волн показывает, что при укрупнении волны (включая начальную стадию захвата ионов) формируются фронты скорости и плотности ионов. На фронте волны в области шириной порядка нескольких дебаевских радиусов возникает скачок потенциала, т.е. образуется двойной электрический слой /1/. На начальной стадии захват ионов проявляется в их ускорении, что приводит к уменьшению амплитуды ионно-звуковой волны, к изменению ее укрупнения и величины двойного слоя. Дальнейшее развитие волны определяется движением захваченных ионов и электронов, что приводит к модуляции амплитуды ионно-звуковой волны и к периодическому изменению укрупнения /1/.

В работе /4/ было показано, что модуляция амплитуды ленгмювской волны при движении захваченных электронов приводит к стохастической неустойчивости движения электронов и образованию стохастического слоя - области фазового пространства вблизи сепаратрисы волны, в которой движение электронов является стохастическим. Можно было ожидать, что модуляция амплитуды ионно-звуковой волны также приведет к стохастической неустойчивости движения электронов. Стохастические эффекты при развитии нелинейных ионно-звуковых волн исследовались в работе /1/. Было показано, что при развитии нелинейной ионно-звуковой волны развивается стохастическая неустойчивость движения электронов и формируется стохастический слой вблизи сепаратрисы волны. Ширина

стохастического слоя растет с ростом нелинейности волны (с ростом ее начальной амплитуды и уменьшением длины волны). В случае сильнонелинейных волн слой занимает практически всю область захвата. Показано, что стохастическая неустойчивость движения электронов обусловлена модуляцией амплитуды волны и взаимодействием электронов с двойными электрическими слоями.

Можно ожидать, что те же механизмы (модуляция амплитуды волны, взаимодействие частиц с двойными слоями) приведут при развитии нелинейной ионно-звуковой волны и к стохастической неустойчивости движения ионов. Это и является предметом исследования настоящей работы. В работе изучаются стохастические эффекты при развитии нелинейной бегущей ионно-звуковой волны с начальными параметрами  $\tilde{n}/n_0 = 0,2$ ;  $\lambda_i/r_d = 14,3$ ;  $N_i = \mathcal{L}/\lambda_i = 7$  (в работе /1/ это случай 3-1). Подобно работе здесь изучаются траектории движения на фазовой плоскости пробных частиц (ионов), поведение групп пробных частиц с близкими  $x_0, v_0$  на фазовой плоскости.

Найдено, что часть частиц (ионов), захваченных в начальный момент, с течением времени выходит из захвата. Движение частиц, вышедших из захвата, имеет стохастический характер — они то захватываются, то вновь выходят из захвата. Траектории ионов с близкими начальными координатами на фазовой плоскости  $x_0, v_0$  различаются и расходятся на фазовой плоскости. Таким образом, можно утверждать, что развитие нелинейной ионно-звуковой волны сопровождается развитием стохастической неустойчивости движения ионов. Развитие этой неустойчивости приводит к формированию стохастического слоя вблизи сепаратрисы ионно-звуковой волны. В  $t/T_{oe} > 200$  слой занимает практически всю начальную область захвата ионов в ионно-звуковой волне. Следует отметить, что в настоящей работе изучается только начальная стадия стохастической неустойчивости движения ионов.

Численный эксперимент выполнялся методом частиц в ячейках. Рассматривалась одномерная система длиной  $\mathcal{L}/r_d = 100$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов задавалось максвелловское распределение по скоростям с  $T_e/T_i = 30$  и  $M/m = 10^2$ . Из-за ограниченности числа счетных частиц ( $N^i = N^e = 10^4$ ) функции распределения электронов и ионов обрезаны на  $v \sim \pm 2v_T$

и  $v \sim \pm 2v_T^i$  соответственно.

Для задания бегущей ионно-звуковой волны в начальный момент времени задаются синусоидальные возмущения плотности электронов и ионов  $\tilde{n}_0(x) = \tilde{n}_i(x)$  и возмущение скоростей, соответствующее фазовой скорости ионно-звуковой волны  $v_{\phi}^i = C_s / [1 + (k_i r_d)^2]^{1/2}$ ;  $C_s = \sqrt{T_e/M}$ ;  $k_i = 2\pi/\lambda_i$ . Начальные параметры ионно-звуковой волны —  $\tilde{n}/n_0 = 0,2$ ;  $\lambda_i/r_d = 14,3$ ;  $N_i = \mathcal{L}/\lambda_i = 7$ ;  $v_{\phi}^i = 0,915 C_s = 5,0 v_T^i$  — соответствуют случаю 3-1 в работе /1/.

Для исследования движения ионов в начальный момент времени задаются группы пробных частиц ( $e = M = 0$ ;  $e/M$  то же, что у ионов). Начальные координаты групп пробных частиц и начальная область захвата ионов в ионно-звуковой волне показаны на Рис. 1а, б. В группах 1-7 (Рис. 1а) начальная координата  $x_0$  совпадает с координатой максимума сепаратрисы  $x_0 = x_m = 21,4$  (узлы сепаратрисы в  $t = 0$   $x_1/r_d = 14,3$ ;  $x_2/r_d = 28,6$ ). Группы 1-3 лежат внутри области захвата —  $v_0 < |v_{\phi}^i \pm v_{z_0}^i|$ , группы 4-7 — вне области захвата  $v_0 > |v_{\phi}^i \pm v_{z_0}^i|$ . В группе 8 (Рис. 1б) одинаковы невозмущенные скорости  $v_0 \approx 2v_T^i$  и различны  $x_0$ . Предельные  $v_0$  в группах 1-7 и  $x_0$  в группе 8 приведены в таблице 1.

При исследовании стохастических эффектов изучаются траектории движения пробных частиц на фазовой плоскости  $x-v$  в лабораторной системе координат и в системе координат ионно-звуковой волны. При построении траектории в системе координат волны предполагалось, что фазовая скорость волны постоянна  $v_{\phi}^i/C_s = 0,915$ . Если фазовая скорость на самом деле меняется, это может привести к искажению траектории, к сдвигу отдельных ее участков относительно других. Анализ траекторий показывает, что искажения невелики и заведомо не мешают четко различать захваченные частицы от выходящих из захвата и от захваченных вторично.

Из-за большой длительности расчета  $t/T_{oe} \sim 220-280$  большую опасность представляют паразитные шумы, которые приводят к искажению траекторий. Внимательный анализ траекторий позволяет различать надежные и сомнительные случаи. Мы вернемся к этому вопросу ниже. Отметим, что на рисунках приводятся траектории, построенные по точкам. Эти траектории сглажены по колебаниям с  $\Delta t \sim T_{oe}$  и другим колебаниям малой амплитуды, незаметным в дан-

Таблица I

Начальные координаты пробных частиц.

Узлы сепаратрис в  $\zeta = 0$ :  $\chi_1/r_d = 14,29$ ;  $\chi_2/r_d = 28,57$ ; максимум  $\chi_m/r_d = 21,43$ .  
 $V_{z0}^i/c_s = 0,891$ ;  $(V_{\phi}^i + V_{z0}^i)/c_s = 1,807$ ;  $(V_{\phi}^i - V_{z0}^i)/c_s = 0,024$ ;  $V_{\phi}^i/c_s = 0,9153$ ;  $V_{\phi}^i/V_T^i = 5,013$ .

Группа	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta n$	40	10	10	30	10	30	10	100
$\chi_0/r_d$	21,4	21,4	21,4	21,4	21,4	21,4	21,4	17,86+32
$(\chi_0 - \chi_1)/\lambda_i$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,25+1,24
$V_0/c_s$	1,806+	1,377+	0,772+	4,0+	2,109+	0,0245+	0+	0,573+
	0,0686	1,090	0,485	1,880	1,822	-2,0	-0,286	0,095
$V_0^*/c_s$	1,806+	1,377+	0,772+	4,0+	2,109+	0,0245+	0+	0,39
	0,0686	1,090	0,485	1,880	1,822	-2,0	-0,286	
$V_0^o/V_T^i$	9,895+	7,541+	4,228+	21,88+	11,55+	0,134+	0+	2
	0,376	5,972	2,659	10,30	9,98	-10,96	-1,569	
$\Delta V_0^o/c_s$	0,0446	0,0318	0,0318	0,0729	0,0318	0,075;	0,0318	-
						0,068		
$(V_0^o - V_{\phi}^i)/V_{z0}^i$	I+	0,518+	-0,161+	3,46+	1,340+	-1,0+	-1,027+	-0,59
	-0,925	0,196	-0,482	1,082	1,018	-3,272	-1,348	
$N$	I-10	-	-	I-2	-	I-2	-	II-23

$V_{z0}^i = 2\sqrt{e\varphi_0}/M$  - амплитуда захвата ионов в ионно-звуковой волне;  $\Delta n$  - число частиц в группе;  
 $\chi_0$  - начальные координаты частиц;  $V_0$ ,  $V_0^o$  - начальная возмущенная и невозмущенная скорость;  
 $\Delta V_0^o$  - шаг по  $V_0^o$  в группе;  $N$  - номер траектории.

ном масштабе. Колебания и искажения большей амплитуды показаны.

При исследовании стохастических эффектов исследовалось также поведение групп пробных частиц на фазовой плоскости. Фазовые плоскости выводились как правило через  $7 T_{oe}$ .

В работах [1,2] было показано, что развитие нелинейной ионно-звуковой волны в рассматриваемом случае приводит к ее укрупнению - формированию фронта скорости и плотности шириной  $\Delta x$  порядка нескольких дебаевских радиусов. На этом фронте возникает скачок потенциала и концентрируется электрическое поле, т.е. возникает двойной электрический слой. В работе [1] для рассматриваемого здесь случая 3-I приведены фазовые плоскости в разные моменты времени (Рис.6,30), показывающие распределение скорости  $\tilde{V}(x)$  ионов и развитие укрупнения и захвата ионов, а также распределение плотности  $\tilde{n}(x)$  и поля  $E(x)$  в момент максимального укрупнения (Рис.4б). Мы не будем повторять эти рисунки здесь.

В рассматриваемом случае максимальное укрупнение достигается в  $t/T_{oe} \sim 16$ , после чего в  $t/T_{oe} \approx 18$  начинается захват ионов. На начальной стадии ионы ускоряются, завершая половину оборота на фазовой плоскости к  $t/T_{oe} \sim 32$ . Поглощение энергии поля приводит к падению амплитуды волны. Это видно из Рис.2, где показана амплитуда  $\tilde{n}^7/n_0$  гармоники  $N_i = 7$  в зависимости от времени. Дальнейшее развитие волны определяется движением захваченных и выходящих из захвата ионов и электронов, а также развитием стохастической неустойчивости движения части ионов и электронов. Это приводит к модуляции амплитуды волны и ее дальнейшему затуханию (Рис.2). При изменении амплитуды волны меняется ее укрупнение, а следовательно характер двойного электрического слоя и величина поля в нем. При достаточно малых амплитудах распределение скорости в волне  $\tilde{V}(x)$  приближается к синусоидальному и двойной слой не формируется.

Амплитуда волны  $\tilde{n}^7/n_0$ , а также амплитуда захвата  $V_{z0}^i = 2\sqrt{e\varphi_0}/M$  и границы области захвата  $V_{\phi}^i \pm V_{z0}^i$  в  $t = 0$  и в разные моменты времени приведены в таблице 2. Отметим, что  $V_{z0}^i$  определяется через  $\tilde{n}^7$  в предположении, что  $e\varphi_0/MV_T^i = \tilde{n}^7/n_0$ . В этой таблице также приведен период ионно-звуковой волны  $T^i = \lambda^i/V_{\phi}^i$ .

Таблица 2

Параметры области захвата ионов в ионно-звуковой волне.

Параметры волны в  $t = 0$ :  $\tilde{n}/n_0 = 0,2$ ;  $\lambda/r_d = 14,3$ ;  $N_i = 7$ ;

$V_\phi^i/V_i^i = 5,013$ ;  $V_\phi^i/C_s = 0,9153$ ;  $T_i^i/T_{oe} = 24,8$ .

Узлы сепаратрис в  $t = 0$ :  $x_1/r_d = 14,29$ ;  $x_2/r_d = 28,57$ ;

максимум  $x_m/r_d = 21,43$ .

	0	28	56	84	112	140	168	196	224	252	280
$t/T_{oe}$	0,20	0,12	0,11	0,086	0,057	0,044	0,022	0,021	0,030	0,013	0,038
$\tilde{n}^2/n_0$	0,89	0,70	0,66	0,59	0,48	0,42	0,29	0,29	0,35	0,23	0,39
$V_\phi^i/C_s$	1,81	1,62	1,58	1,50	1,39	1,33	1,21	1,21	1,26	1,15	1,30
$(V_\phi^i + V_\beta^i)/C_s$	0,02	0,21	0,25	0,33	0,44	0,50	0,62	0,63	0,57	0,68	0,53
$(V_\phi^i - V_\beta^i)/C_s$	4,88	3,85	3,64	3,21	2,62	2,29	1,61	1,59	1,89	1,26	2,12
$V_\beta^i/V_i^i$	9,89	8,87	8,65	8,22	7,63	7,31	6,63	6,60	6,90	6,28	7,13
$(V_\phi^i + V_\beta^i)/V_i^i$	0,13	1,16	1,39	1,80	2,41	2,72	3,40	3,43	3,12	3,75	2,89
$(V_\phi^i - V_\beta^i)/V_i^i$	51	64	69	78	95	109	154	157	132	197	118
$T_\beta^i/T_{oe}$	14,3	30,5	46,6	62,7	78,8	94,9	111	127	143,2	159,3	175,4
$x_1/r_d$	28,6	44,7	60,8	76,9	93,0	109,1	125,2	141,3	157,5	173,6	189,7
$x_2/r_d$											

$\tilde{n}^2$  - амплитуда волны  $N_i = 7$ ;  $T_i^i = \lambda_i/V_\phi^i$  - период ионно-звуковой волны;  $V_\beta^i = 2\sqrt{\frac{e\varphi_2}{M}}$  - амплитуда захвата (принимается  $\frac{e\varphi_2}{M V_i^i} = \frac{\tilde{n}^2}{T_{oe}}$ );  $T_\beta^i = \frac{2\lambda_i}{V_\beta^i}$  - период оборота захваченных частиц;  $x_1, x_2$  - координаты узлов сепаратрис.

период оборота захваченных ионов  $T_\beta^i = 2\lambda_i/V_\beta^i$  в разные моменты времени. Видно, что  $T_\beta^i$  довольно велик и возрастает с течением времени. Поскольку развития стохастических эффектов можно ожидать по крайней мере за 2-3 оборота захваченных частиц, это определяет необходимость довольно длительного расчета.

Рассмотрим движение пробных частиц на фазовой плоскости. На Рис.3-7 приведены траектории пробных частиц (ионов) на фазовой плоскости. Начальные координаты  $x_0, v_0$  частиц группы I-3 расположены внутри области захвата ионно-звуковой волны. Можно ожидать, что ионы с такими  $x_0, v_0$  будут захвачены волной. Действительно, часть частиц оказывается захваченной, что видно по траекториям частиц группы I  $N = 7$  (Рис.4а) и  $N = 9$  (Рис.4в). Однако, некоторые частицы выходят из захвата уже в  $t/T_{oe} > 10-20$ , когда волна укрупняется, начинается захват ионов и амплитуда волны падает. Это видно по траекториям частиц группы I  $N = 1-4$  (Рис.3а-г) и  $N = 10$  (Рис.4г). Некоторые частицы сначала захвачены, но позже выходят из захвата. Так частица  $N = 8$  (Рис.4б) выходит из захвата в  $t/T_{oe} > 100$ , частица  $N = 7$  (Рис.4а) - в  $t/T_{oe} > 200$ . С течением времени число этих частиц растет. Это видно из Рис.8, где показана зависимость от времени числа частиц  $\Delta n$  группы I, которые в данное  $t$  имеют координату вне интервала  $x_1-x_2$  (вне "своей" области захвата), т.е. числа частиц, вышедших из захвата. Из Рис.8 видно, что число частиц, выходящих из захвата, меняется скачками. Это согласуется с тем, что наблюдалось для электронов в работе [1]. Действительно, частицы обычно выходят из захвата группами по несколько штук, позже траектории начинают различаться. В предыдущих работах (в частности, в работе [1]) мы отмечали, что выход частиц из захвата обусловлен изменением амплитуды волны или ускорением частиц на фронте волны в двойном электрическом слое. Приведенные траектории частиц группы I указывают на такие же механизмы. Так выход из захвата частиц  $N = 1-4, 8, 10$  (Рис.3а-г; 4б, г) обусловлен, по-видимому, уменьшением амплитуды волны, а  $N = 7$  (Рис.4а) - ускорением на фронте волны.

Однако, не все траектории частиц, выходящих из захвата, имеют такой характер. Так в  $t/T_{oe} \geq 90$  из захвата выходит 7 частиц группы I. В  $t = 0$  начальные скорости этих частиц близки и лежат вблизи  $V_\phi^i$ . Траектории этих частиц практически одинаковы. Одна из них ( $N = 6$ ) показана на Рис.7. Видно, что эта час-

типа выбрасывается из области захвата в  $t/T_{oe} \sim 62-95$ . Траекторию такого типа нельзя объяснить ни уменьшением амплитуды волны, ни ускорением на фронте волны. Наиболее вероятная причина торможения частицы (нескольких частиц) в  $t/T_{oe} \sim 62-95$  — шумовая флуктуация поля. Другие частицы могут не почувствовать этой флуктуации, если находятся на других  $x$  или имеют большие скорости. Мы уже отметили, что начальные участки траекторий Рис.3, 4 имеют физически осмысленный характер. В целом эти траектории также имеют физически осмысленный характер и существенно отличаются от траекторий типа Рис.7. В дальнейшем траектории всех частиц подвергаются внимательному анализу, а траектории типа Рис.7 считаются паразитными и не учитываются при определении числа частиц, вышедших из захвата, при определении границ стохастического слоя и т.п. Отметим, что таких траекторий немного.

Вернемся к анализу траекторий частиц группы I. Как уже говорилось, число частиц, выходящих из захвата, растет с течением времени. При этом в первую очередь выходят из захвата частицы с начальными  $V_0$ , близкими к сепаратрисе. С течением времени из захвата начинают выходить частицы с  $V_0$  все более близкими к фазовой скорости  $V_\phi^i$ , причем частицы, выходящие из захвата, перемежаются с частицами, оставшимися в захвате. К  $t/T_{oe} \sim 220$  выходят из захвата частицы с начальными скоростями  $V_0$  практически из всей области  $V_0/c_s \sim 0,02-1,8$  частиц с  $V_0$  внутри области захвата.

Траектории частиц с близкими начальными координатами различаются. Так частица  $N = 1$  из группы I с  $(V_\phi^i + V_{30}^i) > V_0 > V_\phi^i$  (Рис.3а), выйдя из захвата, становится пролетной, затем вновь захватывается в  $t/T_{oe} > 80-90$ , выходит из захвата в  $t/T_{oe} > 130-140$ , становится пролетной с  $V < V_\phi^i$  и вновь захватывается в  $t/T_{oe} > 170$ . Частица  $N = 2$  (Рис.3б) выходит из захвата и вновь захватывается в соседнюю область захвата, а в  $t/T_{oe} > 150$  вновь выходит из захвата и становится пролетной с  $V > V_\phi^i$ . Частица  $N = 3$  (Рис.3в), выйдя из захвата, остается пролетной с  $V > V_\phi^i$ . Частица  $N = 4$  (Рис.3г) выходит из захвата и вновь захватывается в соседнюю область захвата подобно  $N = 2$ , но в  $t/T_{oe} > 130$  выходит из захвата и становится пролетной с  $V < V_\phi^i$ .

Различаются также траектории частиц из группы I с  $|V_\phi^i - V_{30}^i| < V_0 < V_\phi^i$ . Так частица  $N = 7$  (Рис.4а) сначала захвачена, а в  $t/T_{oe} > 200$  выходит из захвата с  $V > V_\phi^i$ . Частица  $N = 8$  (Рис.

4б) выходит из захвата в  $t/T_{oe} > 110$ , совершив один оборот, и становится пролетной с  $V < V_\phi^i$ . Частица  $N = 9$  (Рис.4в) остается захваченной до  $t/T_{oe} \sim 220$  и совершает примерно 2,5 оборота. А частица  $N = 10$  (Рис.4г), выйдя из захвата в  $t/T_{oe} > 19$ , остается пролетной с  $V < V_\phi^i$ .

Различаются и траектории частиц группы 8 с близкими  $X_0$  и одинаковыми невозмущенными начальными скоростями  $V_0^0/V_T^i \sim 2$ . Так частица  $N = 13$  (Рис.5а) сначала захвачена, но совершив 3/4 оборота, в  $t/T_{oe} > 60$  выходит из захвата и становится пролетной с  $V > V_\phi^i$ . Траектория частицы  $N = 14$  (Рис.5б) подобна  $N = 13$ , но  $N = 14$  выходит из захвата несколько позже в  $t/T_{oe} > 70$ , становится пролетной с  $V > V_\phi^i$ , а в  $t/T_{oe} > 150$  захватывается вновь. Частица  $N = 15$  (Рис.5в) захвачена до  $t/T_{oe} \sim 220$  и совершает  $2 \frac{1}{4}$  оборота. Частица  $N = 16$  (Рис.5г), совершив оборот, выходит из захвата и становится пролетной с  $V < V_\phi^i$ .

Траектории частиц группы 8, которые вначале выходят из захвата и становятся пролетными с  $V < V_\phi^i$ , также различаются. Так частица  $N = 18$  (Рис.6а) остается пролетной с  $V < V_\phi^i$ ,  $N = 19$  (Рис.6б) после пролета расстояния  $\sim \lambda$  в  $t/T_{oe} > 73$  захватывается и совершает более оборота. Близка к  $N = 19$  начальная часть траектории частицы  $N = 20$  (Рис.6в), хотя  $N = 20$  попадает в захват намного позже. В  $t/T_{oe} > 150$  траектории различаются —  $N = 20$ , совершив менее оборота, в  $t/T_{oe} > 160$  выходит из захвата и становится пролетной с  $V > V_\phi^i$ . Наконец, частица  $N = 22$  (Рис.6г) захватывается в соседнюю длину волны. Отметим, что в  $t/T_{oe} > 120$  эта траектория заметно искажена.

Вид траекторий указывает на стохастический характер движения частиц. Действительно, захваченные вначале частицы выходят из захвата и становятся пролетными (Рис.4а,б; 5 а,б,г), а некоторые из них захватываются вновь (Рис.5б). Пролетные частицы через какое-то время захватываются (Рис.3б,г; 6б,в,г), а некоторые из них вновь выходят из захвата и становятся пролетными (Рис.3б,г; 6в). Есть и более сложные траектории, когда частица то выходит из захвата и становится пролетной, то вновь захватывается, опять становится пролетной и т.д. (Рис.3а).

На стохастический характер движения частиц указывает также анализ траекторий групп частиц с близкими начальными координатами  $X_0$ ,  $V_0$  на фазовой плоскости. Действительно, такие траектории различаются и расходятся на фазовой плоскости. Примером

могут служить траектории частиц групп I и 8 с  $V_0$  внутри области захвата Рис.3а-г; Рис.4б-г; Рис.5а-г, а также траектории частиц группы 8 с  $V_0$  вблизи границы области захвата Рис.6а-в. В результате частицы из группы с близкими начальными координатами (например, группы 2,3) разбрасываются по фазовой плоскости.

Эти факты показывают, что движение ионов при развитии нелинейной ионно-звуковой волны становится стохастическим, то есть свидетельствуют о развитии стохастической неустойчивости движения ионов.

Анализ фазовых плоскостей ионов (см. работу /1/ Рис.6;30), траекторий, поведения групп пробных частиц на фазовой плоскости показывает, что движение ионов имеет стохастический характер в некоторой ограниченной области фазового пространства, что позволяет говорить о развитии стохастического слоя. Можно определить границы стохастического слоя в разные моменты времени подобно тому как это делалось для электронов в работе /1/. Внутренние границы слоя можно определить, анализируя траектории частиц группы I (10 шт.), а также анализируя координаты на фазовой плоскости  $X, v$  в момент  $t$  частиц групп I,2,3 (60 шт.). Частицы с  $X, v$  вне начальной области захвата вышли из захвата, так что их  $X_0, v_0$  лежат в пределах слоя и предельные  $v_0$ , ближайшие к  $V_{\phi}^i$ , определяют его внутренние границы. Внешние границы слоя можно определить по максимальной  $v_0$  частиц групп 4,5 с  $v_0 > (V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$  и по минимальной  $v_0$  частиц групп 6,7 с  $v_0 > |V_{\phi}^i - V_{z0}^i|$ , попадающих в захват. Другим способом внешние границы слоя можно оценить по максимальной  $v_{max}$  и минимальной  $v_{min}$  скорости частиц групп I,2,3, вышедших из захвата к данному  $t$ , а также по  $v_{max}, v_{min}$  частиц группы 8 и ионов, предполагая, что траектории этих частиц имеют стохастический характер.

Начнем с внешних границ. Оказывается, что частицы групп 4-7 не попадают в захват и не пересекают на фазовой плоскости линии  $v = V_{\phi}^i$  (только одна частица из группы 5 с  $v_0 = 1,92 c_s \approx (V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$  попадает в  $t/T_{oe} \sim 220$  в область  $v < V_{\phi}^i$ ). Это показывает, что внешние границы стохастического слоя не выходят за границы начальной области захвата. Это подтверждается траекториями стохастического характера. Действительно, эти траектории за  $t/T_{oe} \sim 220-280$  не выходят за пределы границ начальной об-

ласти захвата  $(V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$  и  $(V_{\phi}^i - V_{z0}^i)$ . В таблице 3 приведены максимальные  $v_{max}$  и минимальные  $v_{min}$  скорости частиц из групп I и 8, а также ионов в разные моменты времени.

На Рис.9 показаны границы области захвата  $(V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$  и  $(V_{\phi}^i - V_{z0}^i)$  в зависимости от времени, начальные границы  $(V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$  и  $(V_{\phi}^i - V_{z0}^i)$  (пунктир) и нанесены точки  $v_{max}$  и  $v_{min}$  частиц групп I и 8, а также  $v_{max}$  ионов в разные моменты времени. Видно, что с течением времени  $v_{max}$  приближаются к  $(V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$ , а  $v_{min}$  - к  $(V_{\phi}^i - V_{z0}^i)$ . Это показывает, что внешние границы стохастического слоя совпадают с начальными границами области захвата. Это подтверждает еще один факт - частицы группы I  $N = 1$  (Рис.3а) с  $v_0 \sim (V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$  и частица с  $v_0 \sim (V_{\phi}^i - V_{z0}^i)$  (не приведена на рисунках) выходят из захвата и имеют траектории стохастического характера.

Таким образом, мы можем принять, что за время расчета  $t/T_{oe} \sim 280$  внешние границы стохастического слоя совпадают с начальными границами области захвата  $(V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$  и  $(V_{\phi}^i - V_{z0}^i)$ .

Следует отметить, что мы наблюдаем только начальную стадию развития стохастической неустойчивости движения ионов. С течением времени стохастический слой может расти. На это указывают и максимальные скорости ионов в  $t/T_{oe} \approx 220$ . В это время скорости основной массы ионов лежат в области  $v \lesssim (V_{\phi}^i + V_{z0}^i)$ , однако отдельные ионы ускоряются до больших скоростей. На Рис.9 в  $t/T_{oe} \approx 224$  показана  $v_{max}$  основной массы ионов и отдельных частиц.

Внутренние границы стохастического слоя определялись, как уже говорилось, по предельным  $v_0$  частиц из групп I-3, выходящих из захвата. На Рис.10 показаны границы области захвата  $(V_{\phi}^i \pm V_{z0}^i) = f(t)$  и нанесены точки граничных  $v_0$  - верхняя ( $v_0 > V_{\phi}^i$ ) и нижняя ( $v_0 < V_{\phi}^i$ ) внутренняя граница слоя; стрелками показана ширина слоя. Видно, что нижняя граница с течением времени приближается к  $V_{\phi}^i$  и в  $t/T_{oe} > 220$  становится практически равной  $V_{\phi}^i$ . Верхняя граница довольно долго остается постоянной, но в  $t/T_{oe} > 220$  также приближается к  $V_{\phi}^i$ . Напомним, что в  $t/T_{oe} \approx 90$  выходит из захвата группа частиц с  $v_0$ , близкими к  $V_{\phi}^i$ . Эта группа отмечена на Рис.10. Как было показано выше, частицы этой группы выходят из захвата в результате паразитного воздействия шумов, поэтому при определении внутренних границ мы не принимаем их во внимание. Однако, существование этой группы мешает правильно определить верхнюю внутреннюю границу



Таблица 3

Максимальные и минимальные скорости пробных частиц и ионов.  
 Границы области захвата в  $t = 0$ :  $(V_{\phi}^i + V_{z_0}^i)/c_s = 1,81$ ;  
 $(V_{\phi}^i - V_{z_0}^i)/c_s = 0,02$ .

$t/T_{oe}$		Максимальная скорость $V_{max}/c_s$										
		0	28	56	84	112	140	168	196	224	252	280
Группа I	Группа I	1,81	1,42	1,50	1,54	1,35	1,57	1,72	1,67	1,62	1,67	1,75
	Группа 8	0,57	1,53	1,41	1,67	1,74	1,73	1,78	1,78	1,79	1,81	1,81
Ионы	Ионы	0,57	1,43	1,53	1,62	1,72	1,81	1,81	1,72	2,10	2,01	2,01
												2,20

	Минимальная скорость $V_{min}/c_s$										
	0	28	56	84	112	140	168	196	224	252	280
Группа I	0,024	0,26	0,32	0,28	0,18	0,23	0,12	-0,021	0,22		
Группа 8	0,10	0,21	0,22	0,061	0,11	0,083	0,12	0,0088	0,11		

Группа I -  $V_0 < |V_{\phi}^i \pm V_{z_0}^i|$ ;  
 Группа 8 -  $V_0 \sim 2V_{+}^i$ , разные  $\chi_0$ .

в  $t/T_{oe} > 220$ . Можно только предполагать, что верхняя граница, также как и нижняя в  $t/T_{oe} > 220$  приближается к  $V_{\phi}^i$  и становится равной ей. Отметим, что 200-220 плазменных периодов  $T_{oe}$  соответствуют 8-9 периодам  $T^i$  ионно-звуковой волны.

На Рис.12а-г показаны области захвата в разные моменты времени (пунктир) и в  $t = 0$  и границы стохастического слоя на  $\chi = \chi_m$ . Видно, что ширина слоя возрастает и в  $t/T_{oe} > 220$  приближается к  $\Delta \sim V_{z_0}^i$ , т.е. слой начинает занимать практически всю начальную область захвата (естественно ожидать, что если  $\Delta \sim V_{z_0}^i$  на  $\chi = \chi_m$ , то и на других  $\chi$  слой занимает всю область захвата).

На Рис.12а,б показана зависимость от времени ширины верхнего и нижнего стохастического слоя. Границы и ширина стохастического слоя в разные моменты времени приведены в таблице 4.

Подчеркнем еще раз, что мы наблюдаем только начальную стадию развития неустойчивости движения ионов и развития стохастического слоя, так что можно ожидать, что ширина слоя будет возрастать и дальше. Однако существенно, что уже в  $t/T_{oe} \approx 220$  слой занимает практически всю начальную область захвата.

Таким образом, можно сделать вывод, что развитие нелинейной ионно-звуковой волны сопровождается развитием стохастической неустойчивости движения ионов. Развитие этой неустойчивости приводит к формированию стохастического слоя вблизи сепаратрисы ионно-звуковой волны. В  $t/T_{oe} > 200$  ( $t/T^i > 8$ ) слой занимает практически всю начальную область захвата. Следует отметить, что в настоящей работе изучается только начальная стадия стохастической неустойчивости движения ионов. Продолжение расчета не имеет особенного смысла в связи с возрастающей ролью шумов.

Основываясь на результатах работы /1/ и настоящей работы, можно утверждать, что развитие нелинейной ионно-звуковой волны сопровождается развитием стохастической неустойчивости движения электронов и ионов. Основными механизмами, приводящими к стохастической неустойчивости, являются модуляция амплитуды ионно-звуковой волны при движении захваченных электронов и ионов, а также взаимодействие частиц с двойными электрическими слоями, формирующимися на фронтах нелинейной волны переменной амплитуды.

Таблица 4

Граница и ширина стохастического слоя.

Границы области захвата в  $\hat{z} = 0$ :  $(V_{\phi}^i + V_{j_0}^i) = 1,81 C_s = 9,89 V_T^i$ ;  $(V_{\phi}^i - V_{j_0}^i) = 0,02 C_s = 0,13 V_T^i$ .Внешние границы слоя: верхняя  $V_{cp} = 1,81 C_s = 9,89 V_T^i$ ; нижняя  $V_{cp} = 0,02 C_s = 0,13 V_T^i$ .

$\hat{z}/T_{oe}$	28	56	84	112	140	168	196	224	252	280
Верхний слой. Внутренняя граница $V_{cp}$ и ширина слоя $\Delta_2$ .										
$V_{cp}/C_s$	1,67	1,67	1,67	1,67	1,67	1,67	1,67	1,23	1,23	1,23
$\Delta_2/C_s$	0,013	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,58	0,58	0,58
$V_{cp}/V_T^i$	9,16	9,16	9,16	9,16	9,16	9,16	9,16	6,77	6,77	6,77
$\Delta_2/V_T^i$	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	3,2	3,2	3,2
$\Delta_2/V_{j_0}^i$	0,19	0,20	0,23	0,28	0,32	0,45	0,46	1,7	2,5	1,5
Нижний слой. Внутренняя граница $V_{cp}$ и ширина слоя $\Delta_1$ .										
$V_{cp}/C_s$	0,069	0,11	0,11	0,29	0,34	0,34	0,34	0,87	0,87	0,87
$\Delta_1/C_s$	0,045	0,089	0,089	0,27	0,31	0,31	0,31	0,85	0,85	0,85
$V_{cp}/V_T^i$	0,38	0,62	0,62	1,60	1,84	1,84	1,84	4,77	4,77	4,77
$\Delta_1/V_T^i$	0,24	0,49	0,49	1,5	1,7	1,7	1,7	4,6	4,6	4,6
$\Delta_1/V_{j_0}^i$	0,063	0,13	0,15	0,56	0,75	1,1	1,1	2,5	3,7	2,2

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. "Ионно-звуковые волны большой амплитуды. Стохастические эффекты. I". Препринт ИЯФ СО АН СССР №90-7
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. "Ионно-звуковые волны большой амплитуды". Препринт ИЯФ СО АН СССР № 82-51, 1982; VI конф. по физике низкотемпературной плазмы, т.1, стр.268, Ленинград, 1983; Proc. XVI ICPiG v.5, p.738, Düsseldorf, 1983.
3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. "Ионные волны большой амплитуды. I,II". Препринты ИЯФ СО АН СССР № 83-88, № 83-89, 1983; Proc. Conf. on Plasma Physics v.1, p.37, 38, Lausanne, 1984.
4. A.Murakami, J.Nomura, H.Momota J. Phys. Soc. Japan 51, 4053, 1982.

Подписи к рисункам:

Рис.1а,б. Начальные координаты пробных частиц в группах I-7 (Рис.1а) и 8 (Рис.1б), сепаратриса ионов, захваченных ионно-звуковой волной, и распределение скорости ионов (Рис.1б).

$x_1, x_2, x_m$  - координаты узлов и максимума ( $x_m$ ) сепаратрисы -  $x_1/r_d = 14,3$ ;  $x_2/r_d = 28,6$ ;  
 $x_m/r_d = 21,4$ ;  $v_{30}^i = 2\sqrt{e\phi_0/m} = 0,89 c_s = 4,88 v_T^i$ ;  
 $v_{\phi}^i = 0,915 c_s = 5,01 v_T^i$ .

Рис.2. Зависимость от времени амплитуды  $\tilde{n}^7/n_0$  ионно-звуковой волны  $N_i = 7$ .

Рис.3-7. Траектории пробных частиц (ионов) на фазовой плоскости в системе координат ионно-звуковой волны  $N_i = 7, \lambda_i/r_d = 14,3$ .

Рис.	3а-г	4а-г	5а-г	6а-г	7
Группа	I	I	8	8	I
N	1-4	7-10	13-16	18-20,22	6

$X = x - v_{\phi}^i t$ ;  $V = v - v_{\phi}^i$ ;  $v_{\phi}^i = 0,915 c_s = 5,01 v_T^i$ .

Цифры на траектории - моменты времени  $t/T_{oe}$ , когда частица имеет данные  $x$  и  $v$ .

Рис.8. Зависимость от времени числа  $\Delta n$  пробных частиц группы I, вышедших из захвата,  $n_0 = 40$ .

Рис.9. Зависимость от времени границ области захвата ионов ( $v_{\phi}^i \pm v_{3t}^i$ ) и максимальные и минимальные скорости пробных частиц и ионов.

Пунктир - границы области захвата в  $t = 0$  ( $v_{\phi}^i + v_{30}^i$ ) и ( $v_{\phi}^i - v_{30}^i$ );

+ - группа I; □ - группа 5; ○ - группа 8;  
 × - ионы (⊗ - отдельные частицы).

Рис.10. Зависимость от времени границ области захвата ионов ( $v_{\phi}^i \pm v_{3t}^i$ ) и внутренние границы стохастического слоя.

Пунктир - границы области захвата в  $t = 0$  ( $v_{\phi}^i + v_{30}^i$ ) и ( $v_{\phi}^i - v_{30}^i$ );

○ - группа I; × - группы 2 и 3;

I - область паразитных траекторий;  
 Стрелки - ширина стохастического слоя.

Рис.11. Области захвата ионов в ионно-звуковой волне в  $t = 0$  (сплошная линия) и в разные  $t$  (пунктир) и границы стохастического слоя ионов (стрелки) в разные моменты времени.

Рис. а б в г  
 84 112 224 280

I - область паразитных траекторий.

Рис.12. Зависимость от времени ширины стохастического слоя ионов  $\Delta/c_s$  и  $\Delta/v_{3t}^i$ .

○ - нижний слой  $\Delta_1$ ; × - верхний слой  $\Delta_2$ .

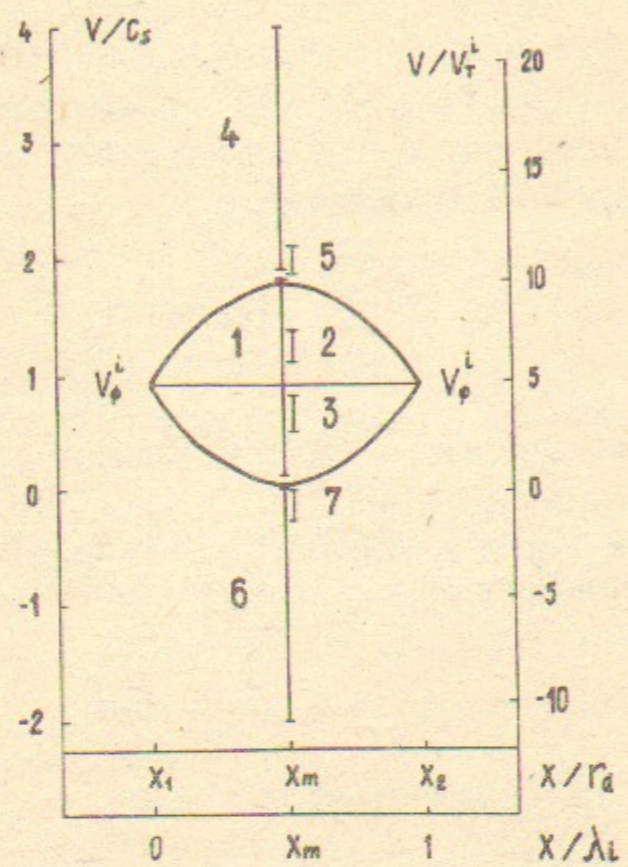


Рис. 1 а

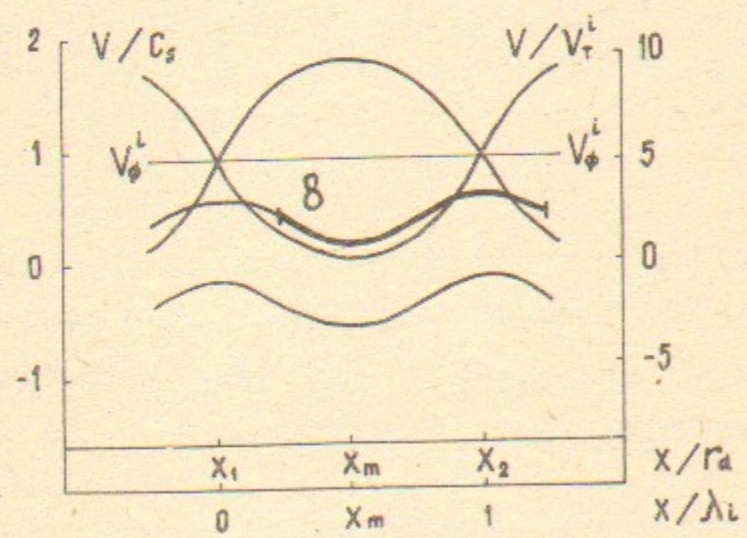


Рис. 1 б

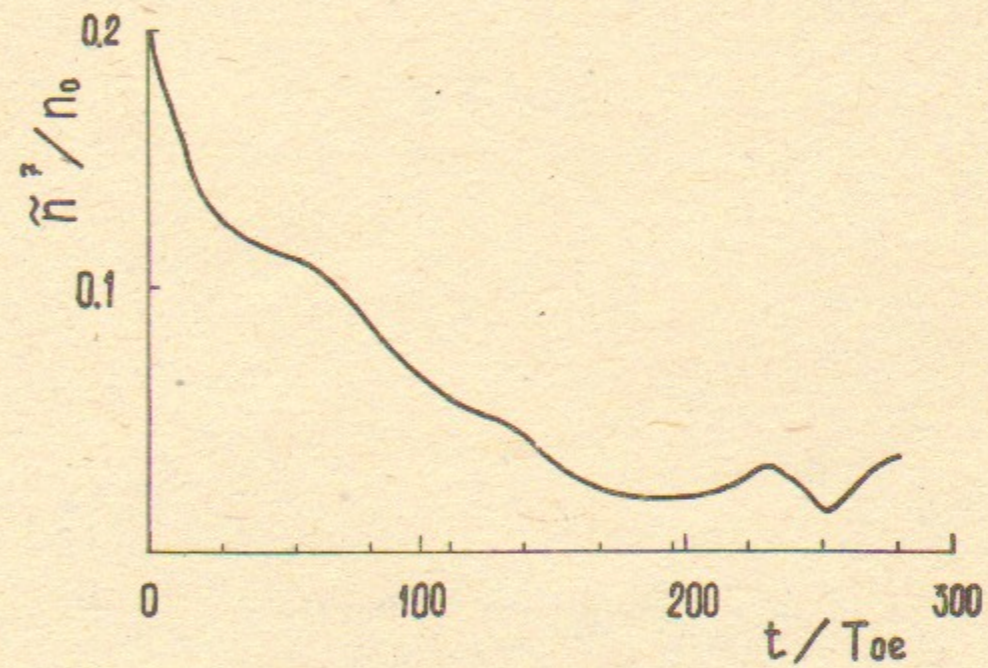


Рис. 2

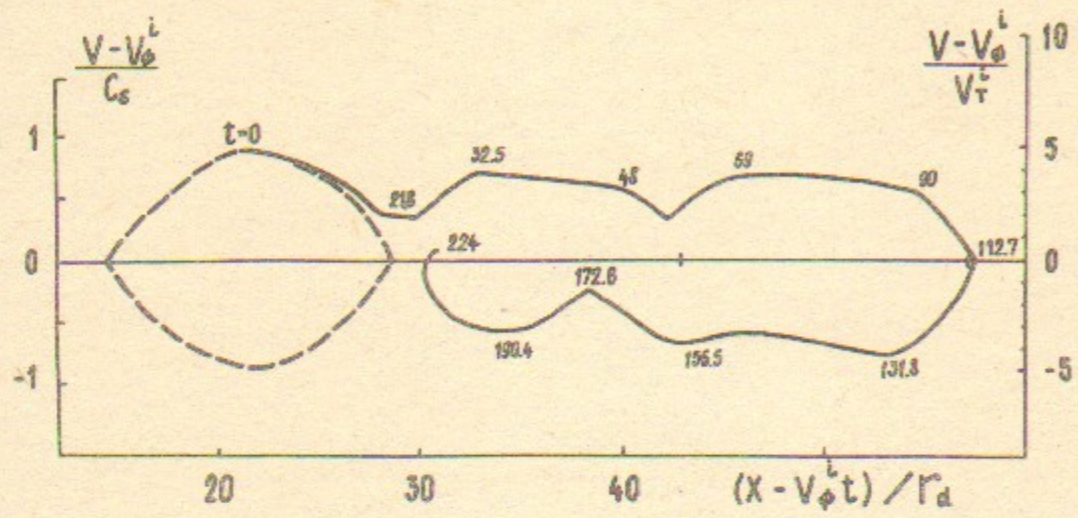


Рис. 3 а

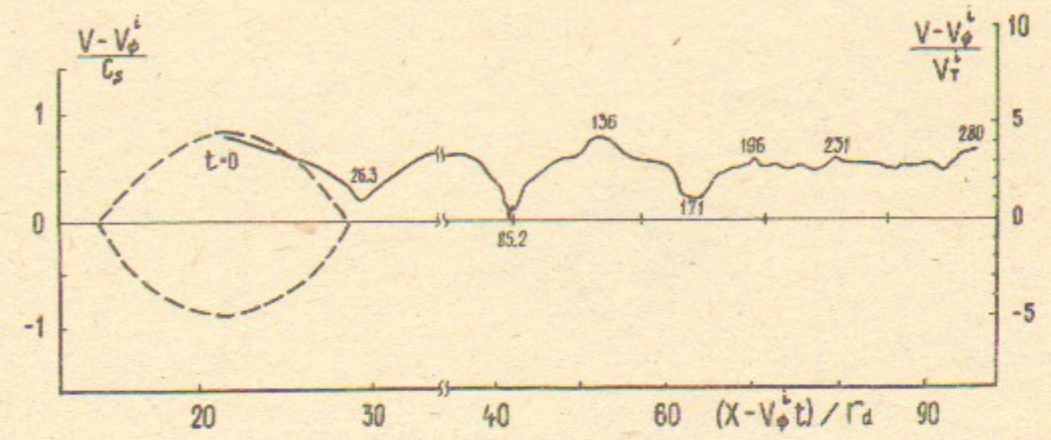


Рис. 3 в

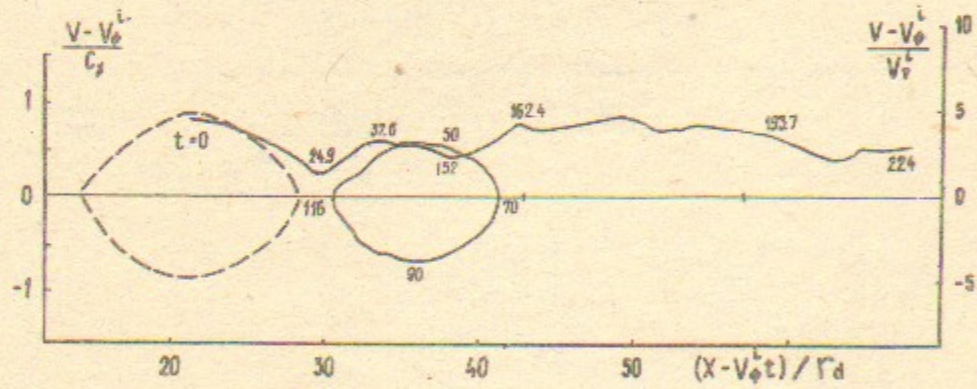


Рис. 3 б

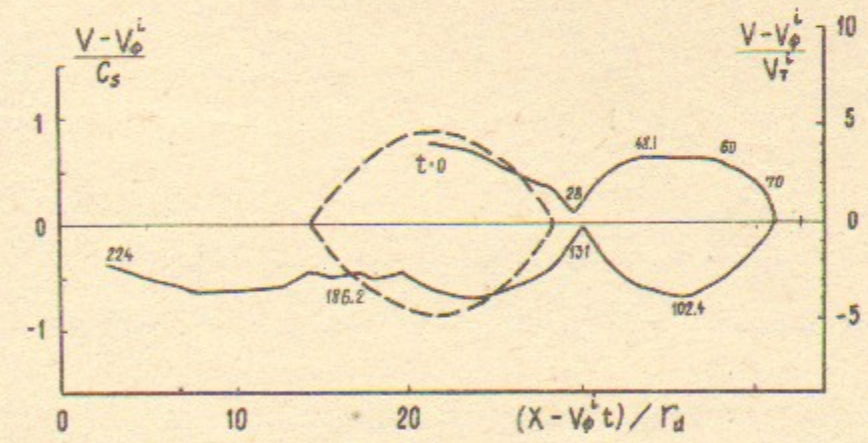


Рис. 3 г

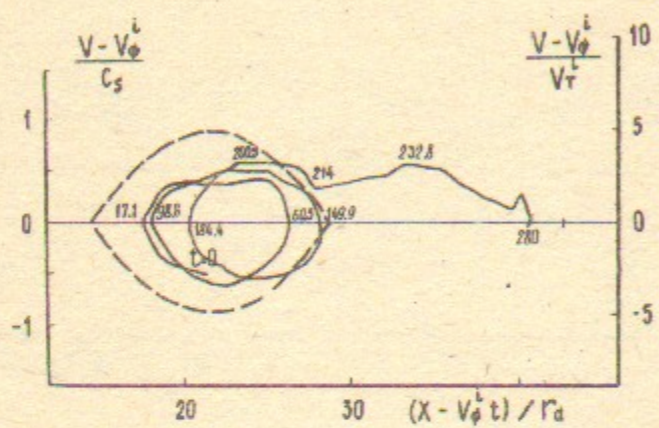


Рис. 4 а

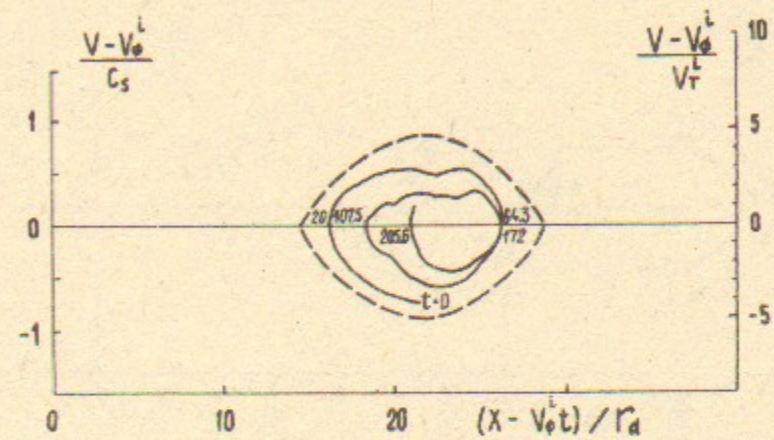


Рис. 4 в

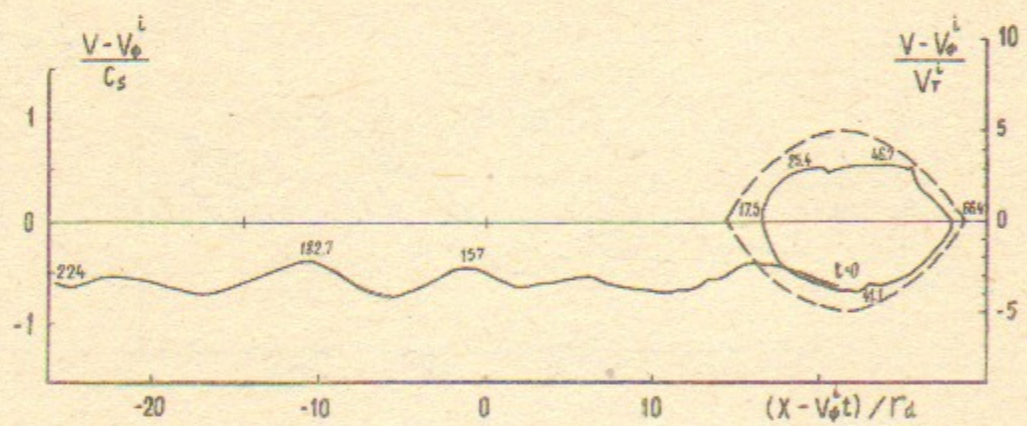


Рис. 4 б

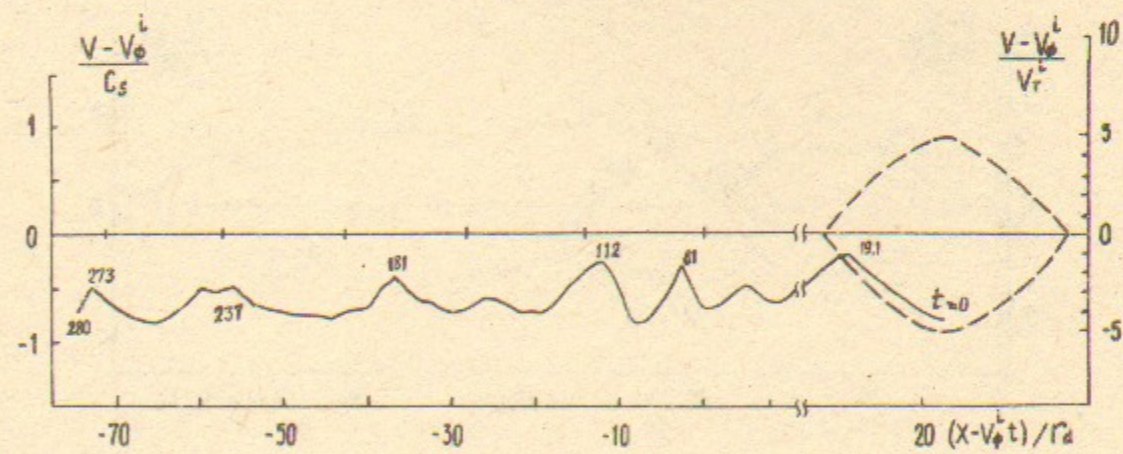


Рис. 4 г

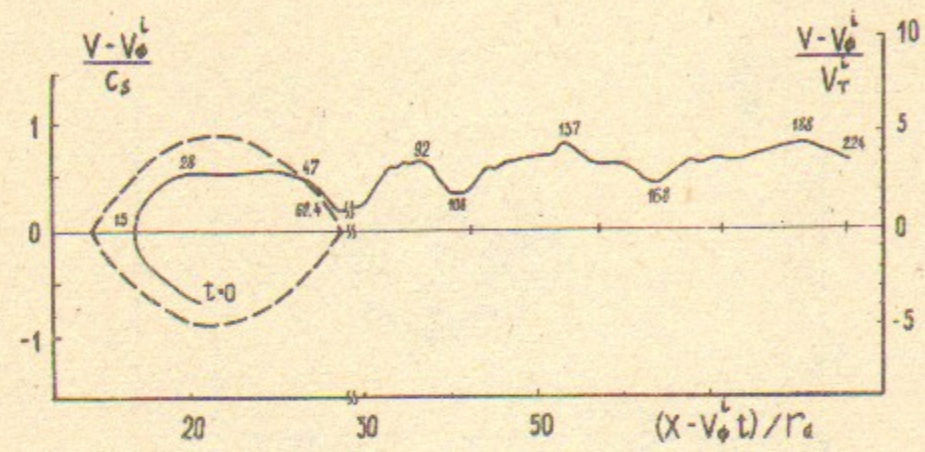


Рис. 5 а

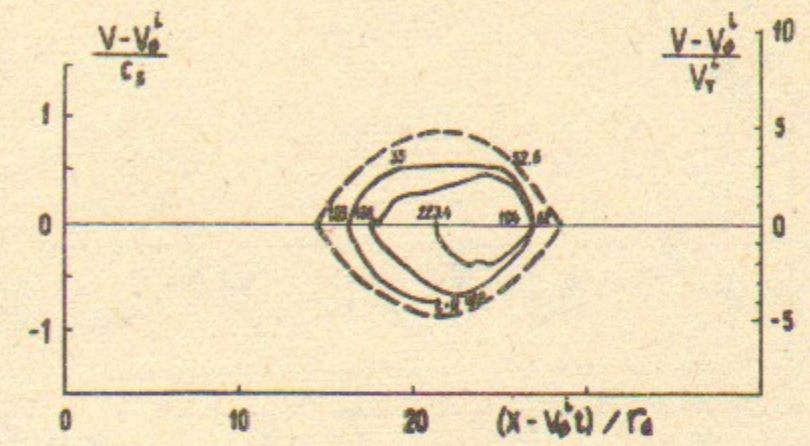


Рис. 5 в

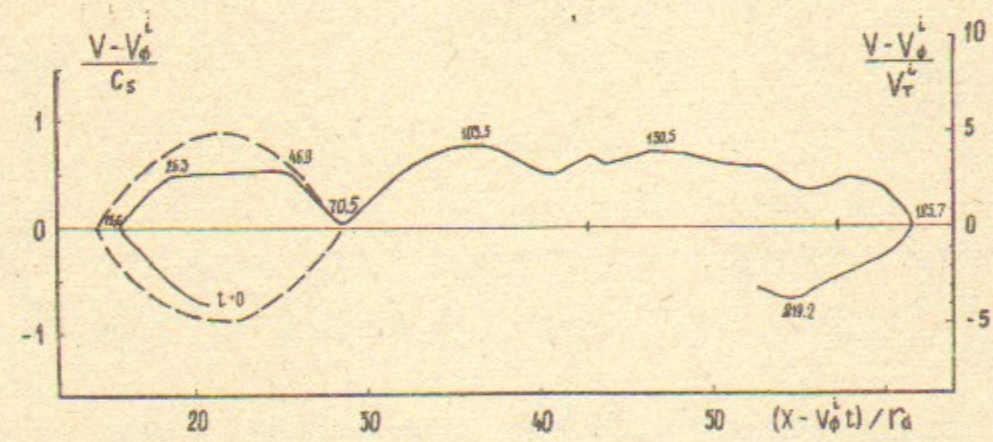


Рис. 5 б

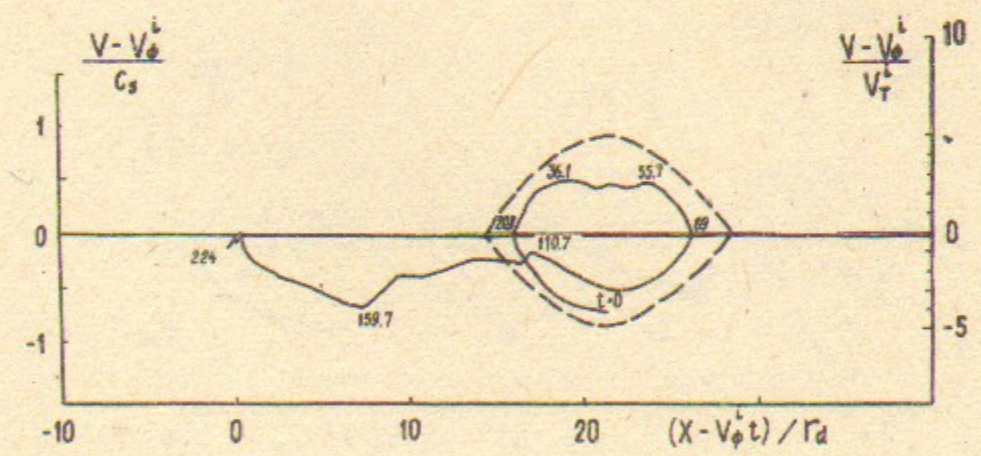


Рис. 5 г

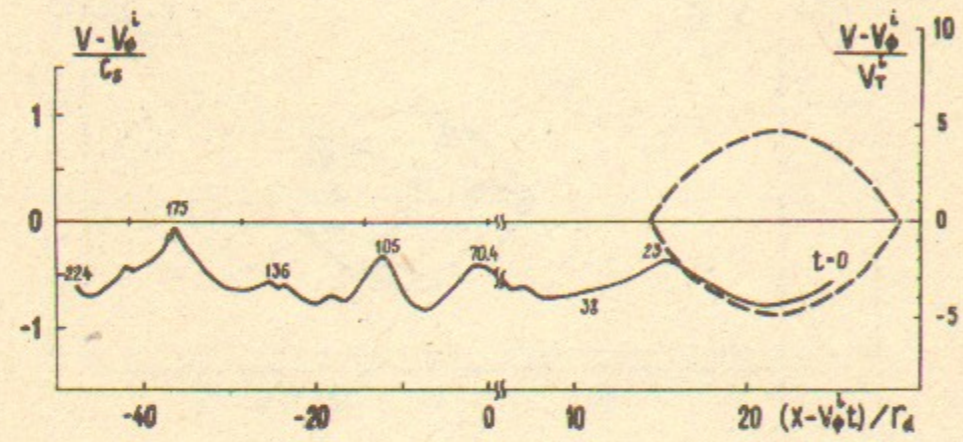


Рис. 6 а

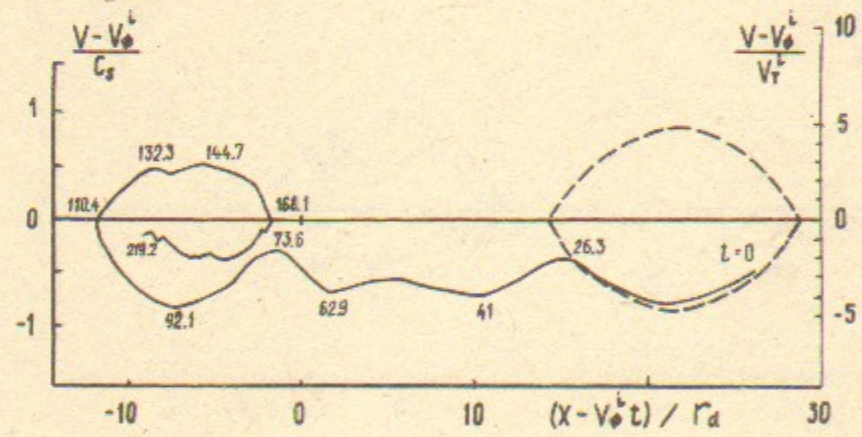


Рис. 6 б

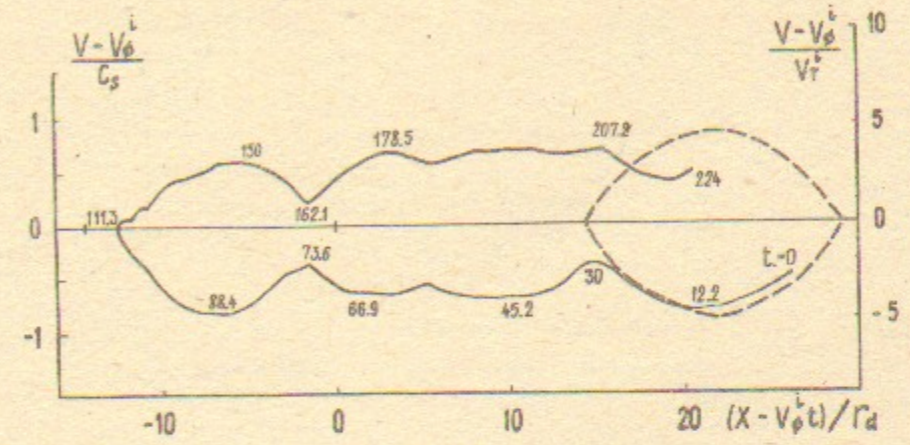


Рис. 6 в

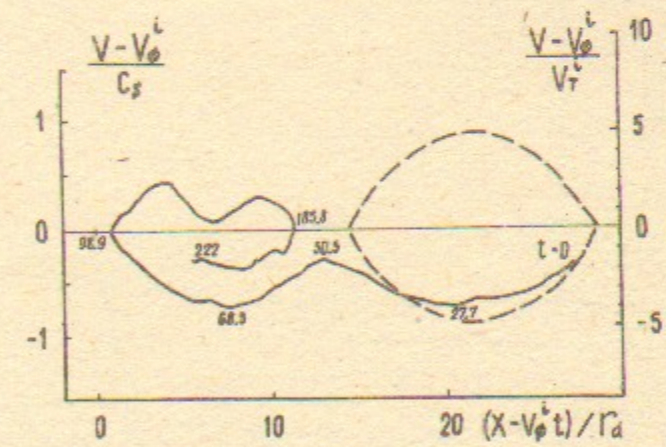


Рис. 6 г



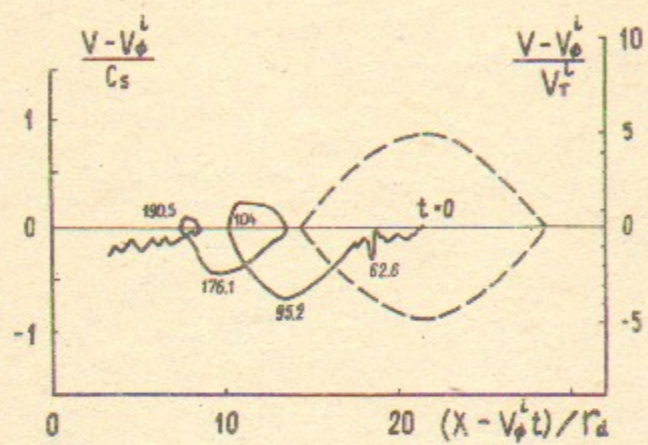


Рис. 7

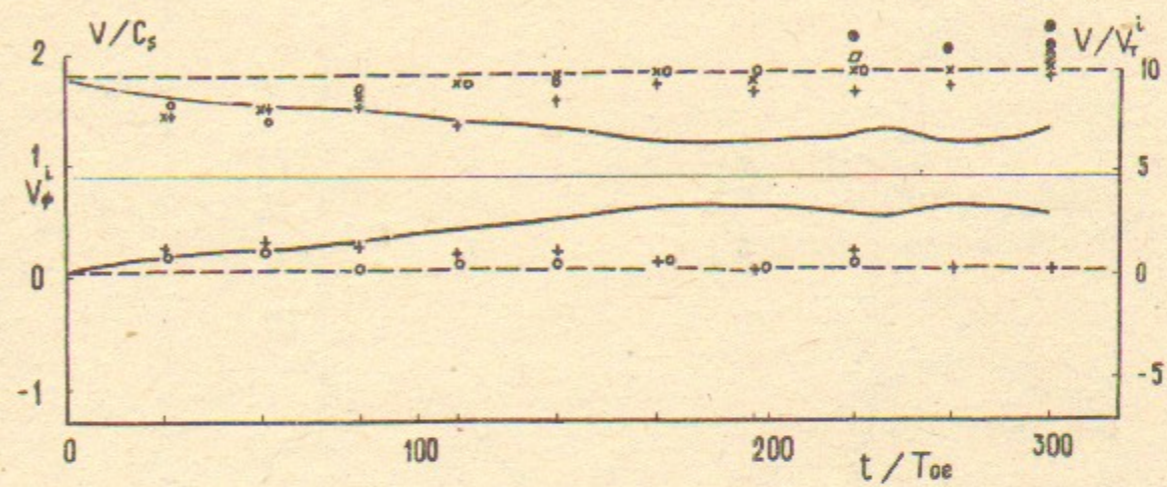


Рис. 9

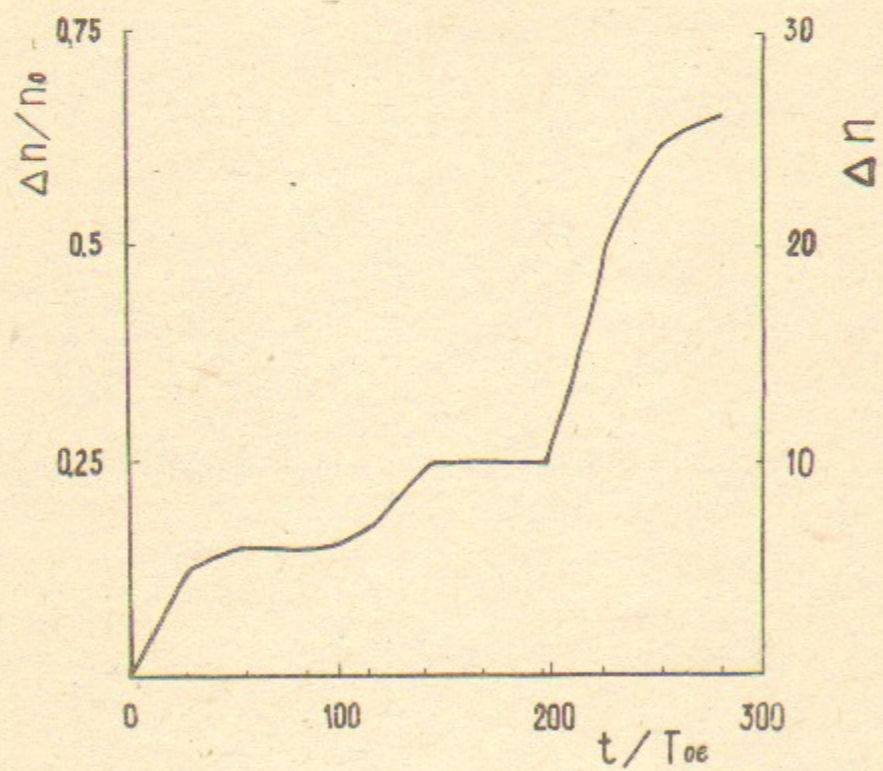


Рис. 8

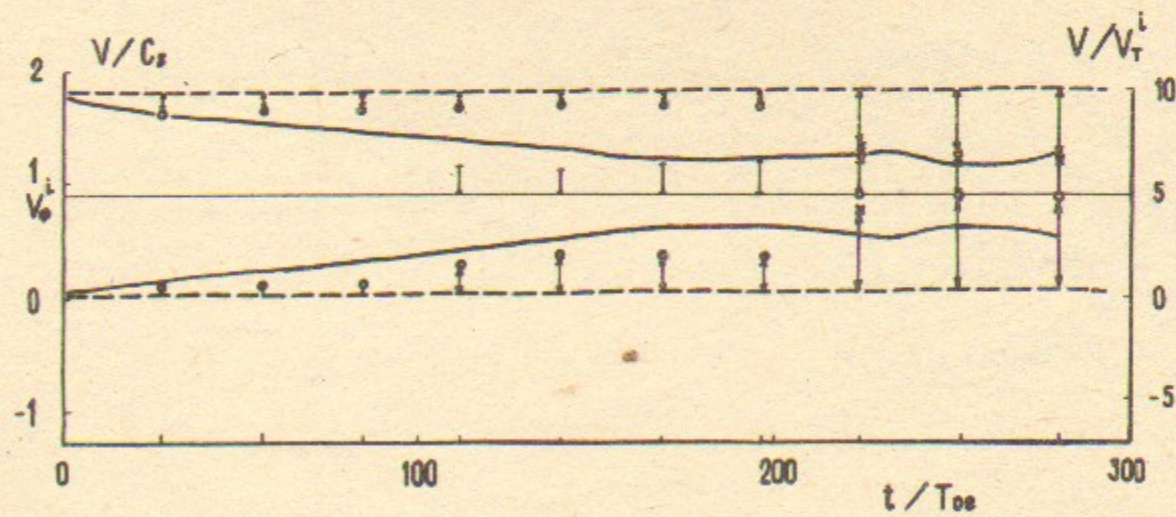


Рис. 10

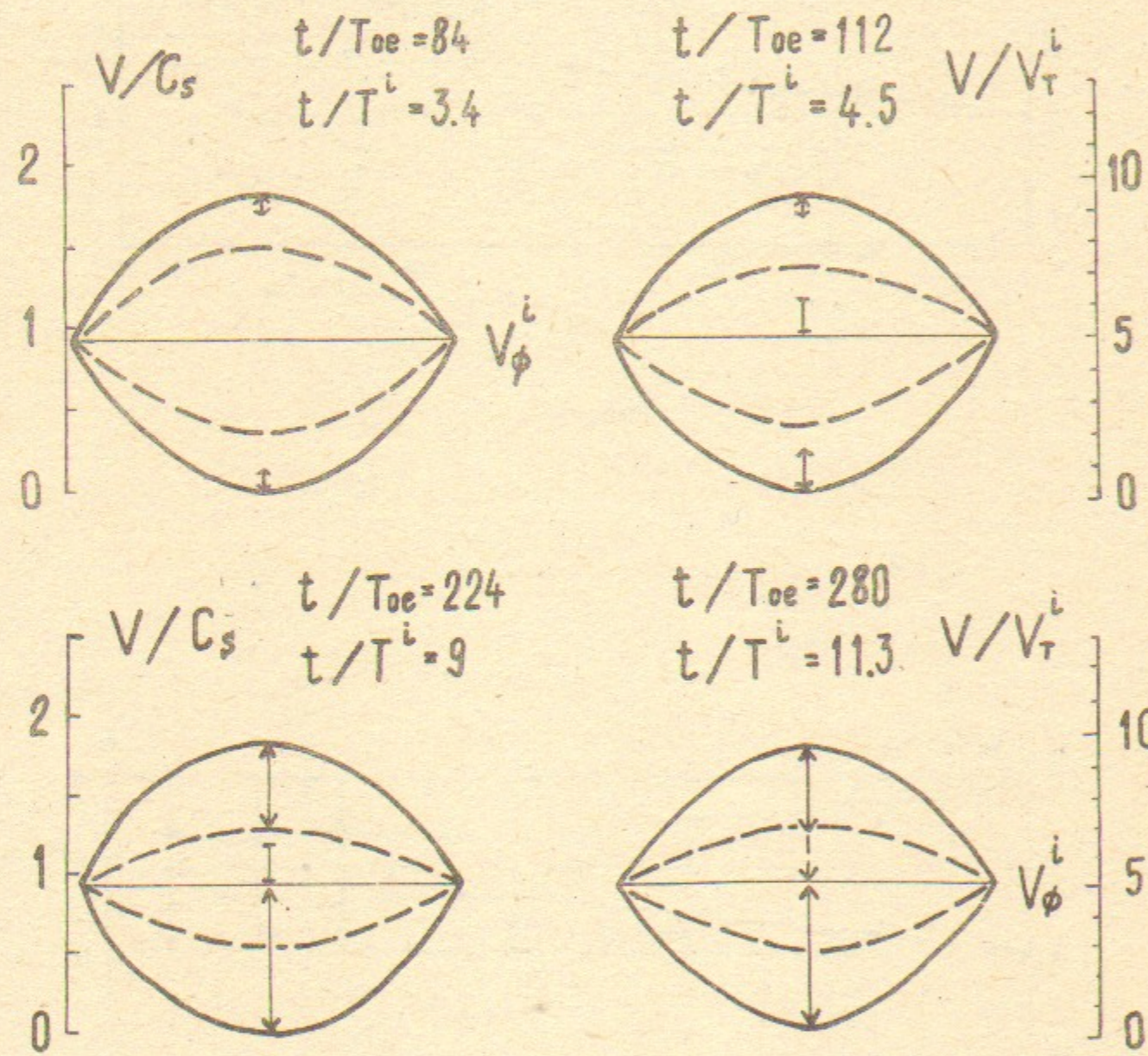


Рис. II

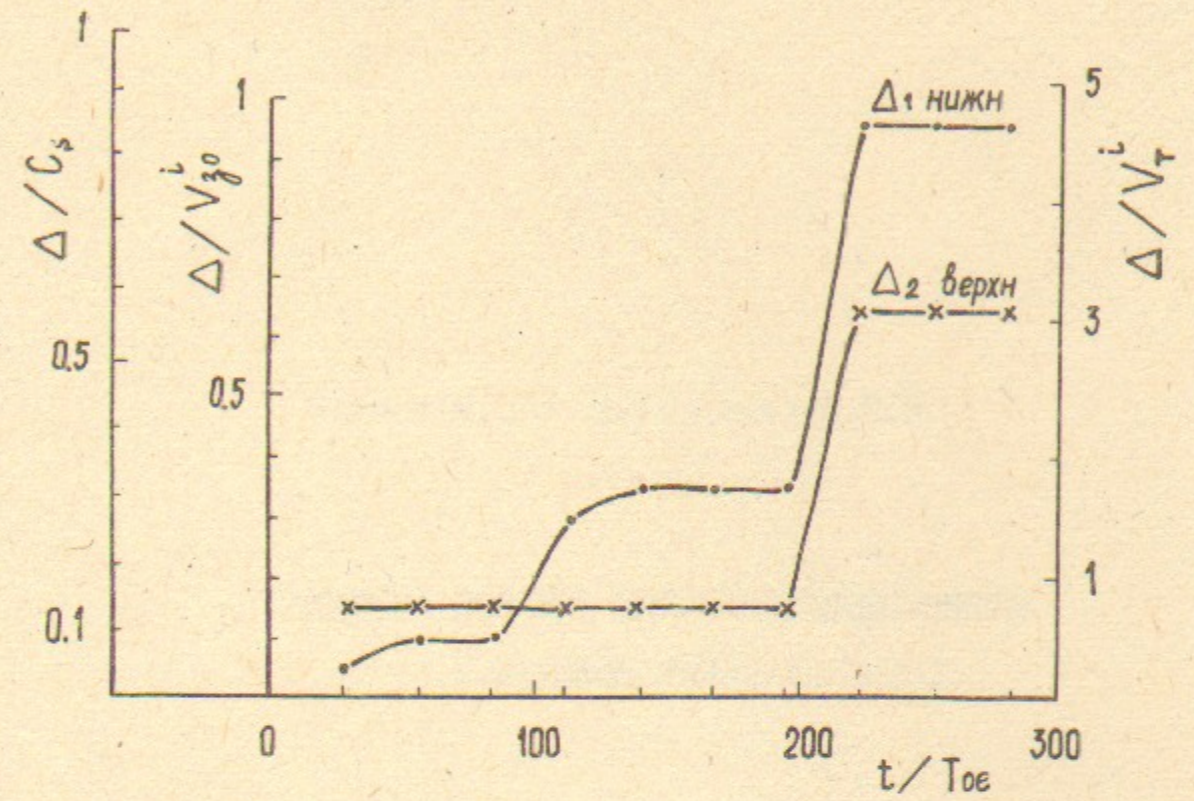


Рис. 12 а

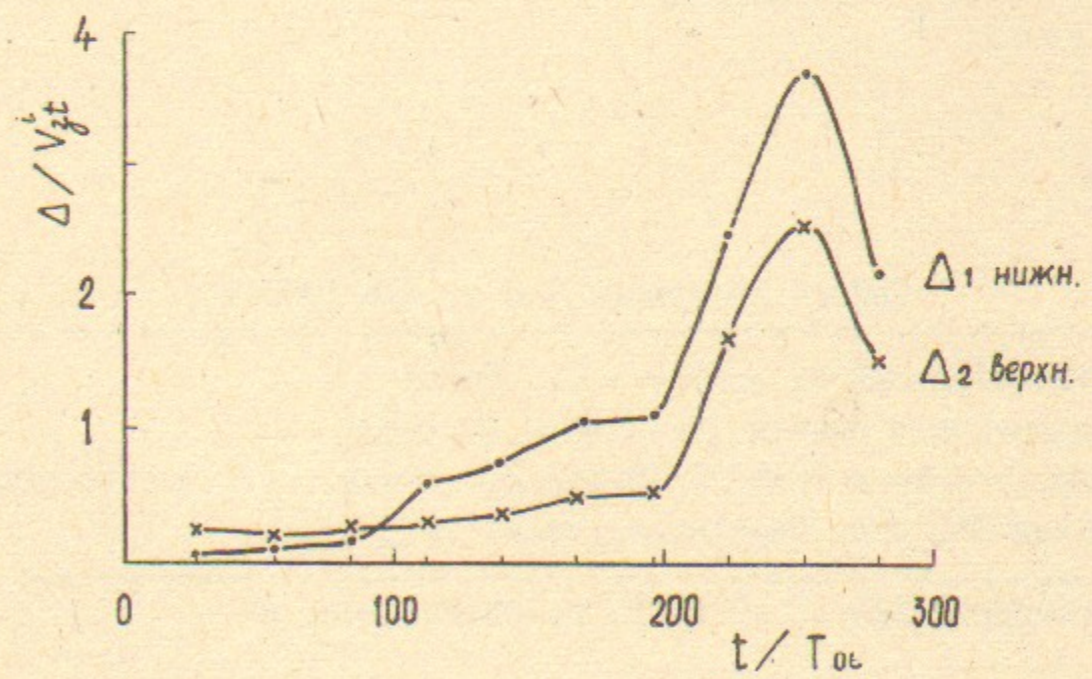


Рис. 12 б

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

ИОННО-ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ.  
СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ.П.

Препринт  
№90- II

Работа поступила - 8 января 1990 г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
Подписано к печати 15.01.90г. МН 08045  
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.2,3 печ.л., 1,9 учетно-изд.л.  
Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № II

---

Ротапринт ИЯФ СО, АН СССР, г.Новосибирск, 90