

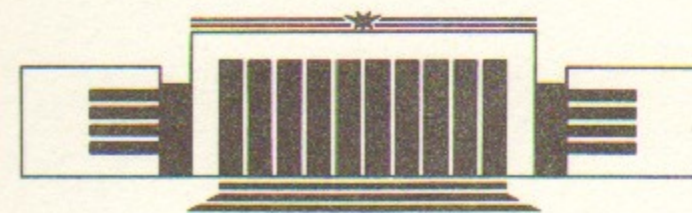


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко

ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ e^+e^- -ПАР
ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

ПРЕПРИНТ 90-120



НОВОСИБИРСК

Электророждение e^+e^- -пар во внешнем поле

В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

Проведено детальное исследование процесса рождения электрон-позитронных пар при движении электрона в постоянном магнитном поле. Особое внимание уделяется спектральному распределению родившихся частиц. В предположении ступенчатого поведения поля на его границе вычислен вклад граничных фотонов в рассматриваемый процесс. Приведены простые приближенные формулы для вероятностей магнитотормозного излучения и фоторождения пары во внешнем поле.

© Институт ядерной физики СО АН СССР

1. ВВЕДЕНИЕ

По мере роста энергии частиц в ускорителях все реальней становится экспериментальное изучение квантовой электродинамики во внешнем поле. В настоящее время активно ведутся работы по созданию линейных коллайдеров, в которых сталкиваются пучки электронов и позитронов с энергией порядка ТэВ [1—4]. При такой энергии и напряженности магнитного поля H несколько мегагаусс становится сравнимым с единицей квантовый параметр $\chi = \varepsilon H / m H_0$ (ε (m) — энергия (масса) электрона, $H_0 = m^2 c^3 / e \hbar = (m^2 c^3 / e \hbar) = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс — величина критического поля). Для определенности мы будем рассматривать процессы в поперечном постоянном магнитном поле $(\vec{v} \cdot \vec{H}) = 0$, хотя результат справедлив для любой комбинации полей \vec{H} и \vec{E} , постоянных на длине формирования. В частности, в линейных коллайдерах при энергии масштаба ТэВ поле встречного пучка оказывается огромным, так что процессы излучения и рождения e^+e^- -пар в интенсивном внешнем поле (с $\chi \sim 1$) являются необходимым атрибутом столкновения пучков. Второй областью, где процессы квантовой электродинамики во внешнем поле уже реально наблюдаются, являются процессы излучения электронов и рождения пар фотонами, начиная с энергий несколько десятков ГэВ в ориентированных монокристаллах, что, естественно, обусловлено большой величиной эффективно действующих полей в кристалле [5]. Наконец, процессы квантовой электродинамики во внешнем поле идут в полях нейтронных звезд [6].

Если $\chi \gg 1$, то средняя энергия излученных фотонов $\bar{\omega} \sim \epsilon$, а при $\bar{\chi} = \bar{\omega} H / m H_0 \gg 1$ родившийся фотон с большой вероятностью конвертируется в электрон-позитронную пару. Наряду с каскадным процессом, идущим с излучением реального фотона, естественно, будет идти процесс через виртуальный фотон (прямое электророжение). Поэтому при рассмотрении процесса образования пары электроном необходимо найти вероятность процесса, идущего как через реальный, так и через виртуальный фотон. В случае, когда область, занятая полем, не слишком велика, необходимо найти также вклад граничных фотонов, излучаемых на границе этой области.

Полная вероятность процесса электророжения пар рассматривалась в работах [7—9], см. также [5]. Полная вероятность и спектры частиц родившейся пары в процессе электророжения при столкновении пучков в линейных коллайдерах рассмотрены в [10, 11]. В настоящей работе основное внимание уделено рассмотрению спектрального распределения частиц, родившихся в процессе электророжения. Показано, что при $\chi \gg 1$ это распределение обладает рядом замечательных особенностей. Заметим, что одним из возможных приложений является использование процесса электророжения для получения позитронов.

Вероятности процессов, включая и основные процессы низшего порядка — излучение и рождение пары фотоном, — выражаются через специальные функции (мы используем функции Макдональда $K_{1/3}(z)$ и $K_{2/3}(z)$, можно использовать функции Эйри). В работе приведены простые аппроксимации $K_\nu(z)$ в элементарных функциях, имеющие точность не хуже 1%, а также сравнительно простые аналитические выражения для физических вероятностей. Использование этих выражений существенно упрощает вычисления и позволяет очень просто проводить оценки.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Рассмотрим процесс излучения реального фотона и последующего рождения им пары заряженных частиц. Длина формирования фотона в магнитном поле определяется выражением (см., например, [5])

$$l_c = \frac{\gamma \lambda_c}{\chi} \left(1 + \frac{\chi}{u}\right)^{1/3} \equiv l_H \left(1 + \frac{\chi}{u}\right)^{1/3}, \quad (1)$$

где $\lambda_c = 1/m$ — комптоновская длина волны, $u = \omega/\epsilon'$, $\epsilon' = \epsilon - \omega$. При значениях $u \gg \chi$ длина формирования не зависит от энергии частицы и для электронов

$$l_c \sim l_H = \lambda_c \frac{H_0}{H} \approx \frac{1.7 \text{ см}}{H(\text{кГс})}. \quad (2)$$

В противоположном случае $u \ll \chi$ длина формирования $l_c \sim l_H (\chi/u)^{1/3}$ перестает зависеть от массы частицы ($l_H \propto m$, $\chi^{1/3} \propto 1/m$).

Если выполнено условие $l_c \ll \sigma$ (где σ — размер области, занятой магнитным полем), то можно воспользоваться известным выражением для вероятности магнитотормозного излучения в единицу времени (см. [5]):

$$\frac{d\omega_\gamma}{dt} \equiv dW_\gamma = \frac{\alpha \Phi_\gamma (1 + \bar{\lambda} \bar{\xi})}{2\sqrt{3} \pi \gamma^2} d\omega,$$

$$\Phi_\gamma = \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon} + \frac{\epsilon}{\epsilon'}\right) K_{2/3}(z) - \int_z^\infty K_{1/3}(y) dy + \frac{\omega}{\epsilon} (\bar{\xi} \bar{h}) K_{1/3}(z), \quad (3)$$

$$z = 2u/3\chi, \quad \bar{h} = e\bar{H}_\perp / |e\bar{H}_\perp|,$$

где $\bar{\lambda}$ — параметры Стокса излучаемого фотона в ортах $\bar{e}_1 = \bar{v} \times \bar{H}$, $\bar{e}_2 = \bar{h}$, $\bar{\xi}$ — вектор спина начального электрона. Три компоненты $\bar{\xi}$ определяют среднюю поляризацию излучения и имеют вид

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{\omega (\bar{\xi} \bar{v} \bar{h})}{\epsilon' \Phi_\gamma}, \quad \xi_2 = \frac{(\bar{\xi} \bar{v})}{\Phi_\gamma} \left[\left(\frac{\epsilon}{\epsilon'} - \frac{\epsilon'}{\epsilon}\right) K_{2/3}(z) - \frac{\omega}{\epsilon} \int_z^\infty K_{1/3}(y) dy \right], \\ \xi_3 &= \frac{1}{\Phi_\gamma} \left[K_{2/3}(z) + \frac{\omega}{\epsilon'} (\bar{\xi} \bar{h}) K_{1/3}(z) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $K_\nu(z)$ — функции Макдональда, для которых можно использовать следующие приближенные выражения:

$$\begin{aligned} K_{2/3}(z) &\simeq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[\left(1 + \frac{a_1}{z}\right)^{1/6} + \left(1 + \frac{a_2}{z}\right)^{1/6} \right], \\ K_{1/3}(z) &\simeq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[\left(1 + \frac{b_1}{z}\right)^{-1/6} + \left(1 + \frac{b_2}{z}\right)^{-1/6} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\int_z^\infty K_{1/3}(z) dz \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-z} (c_1 + c_2 z + z^2)^{-1/4},$$

где

$$a_1=0,1265; \quad a_2=1,040; \quad b_1=0,054; \quad b_2=0,78; \quad c_1=0,245; \quad c_2=2,53.$$

Точность формул (5) следующая: для $K_{2/3}(z)$ лучше 0,2%, для $K_{1/3}(z)$ лучше 1%, для интеграла от $K_{1/3}(z)$ лучше 2%. Использование экстраполяции (5) в формулах (3) — (4) дает точность лучше 1%.

Интегрируя в (2.2) по ω , получим выражение для полной вероятности излучения фотона в единицу времени, а интеграл с весом ω определяет интенсивность излучения частицы. С точностью лучше 2% выражения для вероятности и интенсивности излучения неполяризованных частиц можно представить в виде

$$W_\gamma(\chi) = \frac{\alpha m^2}{\varepsilon} 1,45 \chi(1+7,2\chi+\chi^2)^{-1/6},$$

$$I(\chi) = \frac{2}{3} \alpha m^2 \chi^2 [1+4,8(1+\chi) \ln(1+1,7\chi) + 2,44\chi^2]^{-2/3}. \quad (6)$$

Вероятность рождения пары фотоном во внешнем поле можно получить из формул (3) — (4) при помощи следующих замен $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$, $\omega \rightarrow -\omega$, $\vec{\xi} \rightarrow -\vec{\xi}$, $\lambda_2 \rightarrow -\lambda_2$, $\lambda_{1,3} \rightarrow \lambda_{1,3}$ ($\vec{e} \rightarrow \vec{e}^*$), $\omega^2 d\omega \rightarrow -\varepsilon^2 d\varepsilon$ (см., например, [5]). Прделав указанные замены и проводя суммирование по конечным состояниям электрона (в отдельных членах проведено интегрирование по частям), получаем для вероятности рождения пары в единицу времени следующее выражение:

$$W_e = \frac{2\alpha m^2}{3\sqrt{3}\pi\omega} \int_0^1 dy \left[\frac{1-3\lambda_3}{2} + \frac{1}{y(1-y)} \right] K_{2/3} \left(\frac{2}{3\chi y(1-y)} \right). \quad (7)$$

С точностью лучше 3% вероятность (7) для неполяризованных фотонов ($\lambda_3=0$) можно представить в виде

$$W_e = \left(\frac{3}{8} \right)^{3/2} \frac{\alpha m^2 \chi}{2\omega} e^{-8/3\chi} [(1+0,094\chi)^{-1/3} + (1+0,94\chi)^{-1/3}]. \quad (8)$$

Используя приведенные выше вероятности в качестве ядер соответствующего кинетического уравнения, можно вычислить характеристики каскада, вызванного начальной частицей (электроном или фотоном). В настоящей работе для расчета числа вторичных заряженных частиц мы воспользуемся методом последовательных приближений.

Этот метод применим, вообще говоря, если вероятность рождения пары частицей и относительные потери ее энергии малы. В этом случае для электророждения пары имеем

$$\frac{d\omega_r}{d\omega} = \frac{dW_\gamma}{d\omega} \left(\sigma - \frac{1}{W_e(\omega)} (1 - \exp\{-W_e(\omega)\sigma\}) \right). \quad (9)$$

В случае, когда вероятность $W_e\sigma$ мала, можно воспользоваться разложением экспоненты в (9)*

$$\frac{d\omega_r}{d\omega} = \frac{1}{2} \frac{dn_\gamma}{d\omega} W_e(\lambda_3=\xi_3)\sigma; \quad \frac{dn_\gamma}{d\omega} = \frac{dW_\gamma}{d\omega} \sigma, \quad (10)$$

где n_γ — полное число испущенных частицей фотонов, W_e определяется формулой (7). При выводе формулы (10) использовано правило суммирования по поляризации промежуточных фотонов

$$\frac{1}{2} \sum_\lambda (1 + \vec{\xi} \vec{\lambda})(1 + \vec{\lambda} \vec{\Sigma}) = (1 + \vec{\xi} \vec{\Sigma}) \rightarrow (1 + \xi_3 \Sigma_3).$$

При $\chi \ll 1$ вероятность электророждения экспоненциально мала. В этом случае для $K_\nu(z)$, входящих в формулы (3), (4), (7), можно использовать асимптотические выражения (5) при $z \rightarrow \infty$. Тогда имеем:

$$\Phi_\gamma \simeq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\pi\chi}{u}} \left(1 + \frac{u^2}{1+u} \right) e^{-2u/3\chi}, \quad \xi_3 = \left(1 + \frac{u^2}{1+u} \right)^{-1},$$

$$W_e(\chi \ll 1, \xi_3) \simeq W_e(\chi \ll 1, 0)(1 - \xi_3/3), \quad (11)$$

где $W_e(\chi \ll 1, 0)$ определяется формулой (8) при $\chi \rightarrow 0$. Учитывая, что $\chi = z\chi$, $u = z/(1-z)$, $z = \omega/\varepsilon$, и проводя интегрирование в (10) по z методом Лапласа (при этом $z=2/3$, $\xi_3=3/7$), получаем

$$\omega_r \simeq \left(\frac{\alpha\sigma\chi}{8\gamma\lambda_c} \right)^2 e^{-16/3\chi} = \left(\frac{\alpha\sigma}{8l_H} \right)^2 e^{-16/3\chi}. \quad (12)$$

Удивительным является то обстоятельство, что формула (12) с точностью лучше 10% справедлива до $\chi=20$.

Отметим, что в случае $\chi \ll 1$ энергия начальной частицы делится поровну между конечными частицами. В общем случае рождения n -пар, если вероятность процесса экспоненциально мала, энер-

* В дальнейшем мы будем считать начальные частицы неполяризованными.

гия начальной частицы делится поровну между $2n+1$ конечными частицами, а вероятность рождения имеет вид

$$\omega_r^{(n)} \propto \exp\left(-\frac{8n(n+1)}{3\chi}\right), \quad \omega_r \equiv \omega_r^{(1)}. \quad (13)$$

Из этого соотношения следует, что метод последовательных приближений для рождения пар при $\chi \leq 10$ применим даже тогда, когда вероятность ω_r , определяемая формулой (12), становится порядка единицы. Однако для таких σ необходимо учитывать потери энергии начальной и конечными частицами на излучение. Когда $\omega_r \sim 1$ эти потери становятся существенными и вероятность последующего рождения пар дополнительно падает ($\chi \propto \varepsilon$). Как показано в работе [12], в области $1 \leq \chi \leq 15$ интенсивность излучения с точностью лучше 10% описывается простой формулой $I = 2\alpha m^2 \chi / 15$, а радиационная длина не зависит от энергии частицы:

$$\tau = \varepsilon / I = 15 l_H / (2\alpha) = 1,75 \text{ см} / H (\text{МГц}). \quad (14)$$

Рассмотрим вероятность рождения пары при больших значениях параметра χ . Поскольку вклад в интеграл по ω дает область $u \leq 1$, в формулах (3) — (4) для вероятности излучения можно воспользоваться разложением входящих функций при малых значениях аргумента $z = 2u/3\chi$

$$\Phi_\nu \simeq \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{3\chi}{u}\right)^{2/3} \left(1 + \frac{u^2}{2(1+u)}\right), \quad \xi_3 = \frac{1+u}{2(1+u)+u^2}. \quad (15)$$

Подставляя формулу (15) и вероятность фоторождения пары в формулу (10) и проводя интегрирование по ω^* , получаем следующее выражение для вероятности процесса при $\chi \gg 1$ **):

$$\omega_r \simeq \frac{3}{14} \frac{\Gamma^2(2/3)}{\Gamma^3(1/3)} \left(\frac{\alpha\sigma}{\gamma\lambda_c}\right)^2 (3\chi)^{4/3} (\ln \chi + \mathcal{E}) \simeq 0,0884 \left(\frac{\alpha\sigma}{l_\chi}\right)^2 (\ln \chi - 2,504), \quad (16)$$

где

*) Это интегрирование удобно провести при помощи интегрального представления

$$K_\nu(x) = \frac{1}{8\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} ds (2/x)^s \Gamma((s+\nu)/2) \Gamma((s-\nu)/2).$$

***) Эта асимптотика, так же, как и вероятность (12), в три раза меньше соответствующих результатов работы [9].

$$\mathcal{E} = \frac{7}{4} \ln 3 + \frac{7\pi}{4\sqrt{3}} - C - \frac{295}{42},$$

$$C = 0,577216\dots, \quad l_\chi = l_c(\chi \gg 1, u=1) = l_H \chi^{1/3}.$$

При всех значениях параметра χ с точностью лучше 4% вероятность рассматриваемого процесса можно представить в виде

$$\omega_r \simeq \frac{3\chi}{16} \left(\frac{\alpha\sigma}{\gamma\lambda_c}\right)^2 \ln\left(1 + \frac{\chi}{12}\right) e^{-16/3\chi} (1 + 0,56\chi + 0,013\chi^2)^{1/6}. \quad (17)$$

Из этого выражения видно, что асимптотика (16) применима, начиная с $\chi > 100$.

3. СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Используя спектральное распределение вероятности излучения (3) и следующую из него при помощи указанных выше замен дифференциальную вероятность рождения пары, получим выражение для спектра электронов (позитронов), рождаемых в каскадном процессе. Для этого в произведении вероятностей излучения и рождения пар проведем интегрирование по частоте фотона ω и суммирование по его поляризации при фиксированном значении энергии электрона (позитрона) E . В результате получим для вероятности последовательного процесса следующее выражение (начальные и конечные частицы считаем неполяризованными):

$$\frac{d\omega_r}{dx} = \frac{r^2}{6\pi^2} \int_x^1 \frac{dz}{z^2} \left\{ \left[\frac{1+(1-z)^2}{1-z} K_{2/3}(\xi) - \int_{\xi}^{\infty} K_{1/3}(y) dy \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{x^2+(z-x)^2}{x(z-x)} K_{2/3}(\lambda) + \int_{\lambda}^{\infty} K_{1/3}(y) dy \right] - K_{2/3}(\lambda) K_{2/3}(\xi) \right\}, \quad (18)$$

где

$$r = \frac{\alpha\sigma}{\gamma\lambda_c}, \quad x = \frac{E}{\varepsilon}, \quad z = \frac{\omega}{\varepsilon}, \quad \xi = \frac{2}{3\chi} \frac{z}{1-z}, \quad \lambda = \frac{2z}{3\chi x(z-x)}.$$

В случае $\chi \ll 1$ можно воспользоваться экспоненциально малыми асимптотиками функций, входящих в это выражение (см. формулу (5)), и взять интегралы по z при помощи метода Лапласа. В результате получаем

$$\frac{dw_r}{dx} = \frac{r^2 \chi}{32(1+x)^3} \sqrt{\frac{3\chi(1-x)}{2\pi x}} \times$$

$$\times [18x^2 + 3(1+x^4) - 4x(1+x^2)] \exp\left[-\frac{2(1+x)^2}{3\chi x(1-x)}\right]. \quad (19)$$

Максимум спектрального распределения (19) находится при $x=1/3$, а спектральная кривая вблизи этой точки имеет вид

$$\frac{dw_r}{dx} \simeq \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{\pi\chi}} \exp[-27(x-1/3)^2/\chi] w_r, \quad (20)$$

где w_r определяется формулой (12). Интегрирование формулы (20) по методу Лапласа приводит к результату (12).

В противоположном случае, когда параметр χ велик ($\chi \gg 1$), максимум спектрального распределения (18) находится при $x \sim 1/\chi \ll 1$. Действительно, в области малых x вклад в интеграл по z в формуле (18) дают $z \sim x \ll 1$, при этом $\xi \sim 2z/3\chi \ll 1$ и можно воспользоваться асимптотиками входящих функций при малых значениях z и ξ . В результате получим при $x \ll 1$ следующее выражение для вероятности (введена переменная $\eta = \chi x$ и проведена замена переменных $z = yx$):

$$r^{-2} \chi^{-4/3} \frac{dw_r}{d\eta} \simeq f(\eta) = \frac{A}{\eta^{5/3}} \int_1^\infty \frac{dy}{y^{8/3}} \left[\left(\frac{1}{y-1} + y - \frac{3}{2} \right) \times \right.$$

$$\left. \times K_{2/3}(\lambda) + \int_\lambda^\infty K_{1/3}(t) dt \right], \quad (21)$$

где

$$A = \frac{3^{2/3} \Gamma(2/3)}{6\pi^2}, \quad \lambda = \frac{2y}{3\eta(y-1)}, \quad \eta = \chi x \ll \chi.$$

Проводя в последнем члене в (21) интегрирование по частям и воспользовавшись рекуррентными соотношениями для K_ν -функций, функцию $f(\eta)$ можно представить в виде

$$f(\eta) = \frac{A}{\eta^{5/3}} \int_1^\infty \frac{dy}{y^{8/3}} \left(\frac{3}{5(y-1)} + y - \frac{1}{2} \right) K_{2/3} \left(\frac{2y}{3\eta(1-y)} \right). \quad (22)$$

График функции $\tilde{f}(\eta) = 10^2 f(\eta)$ приведен на рис. 1. Максимум

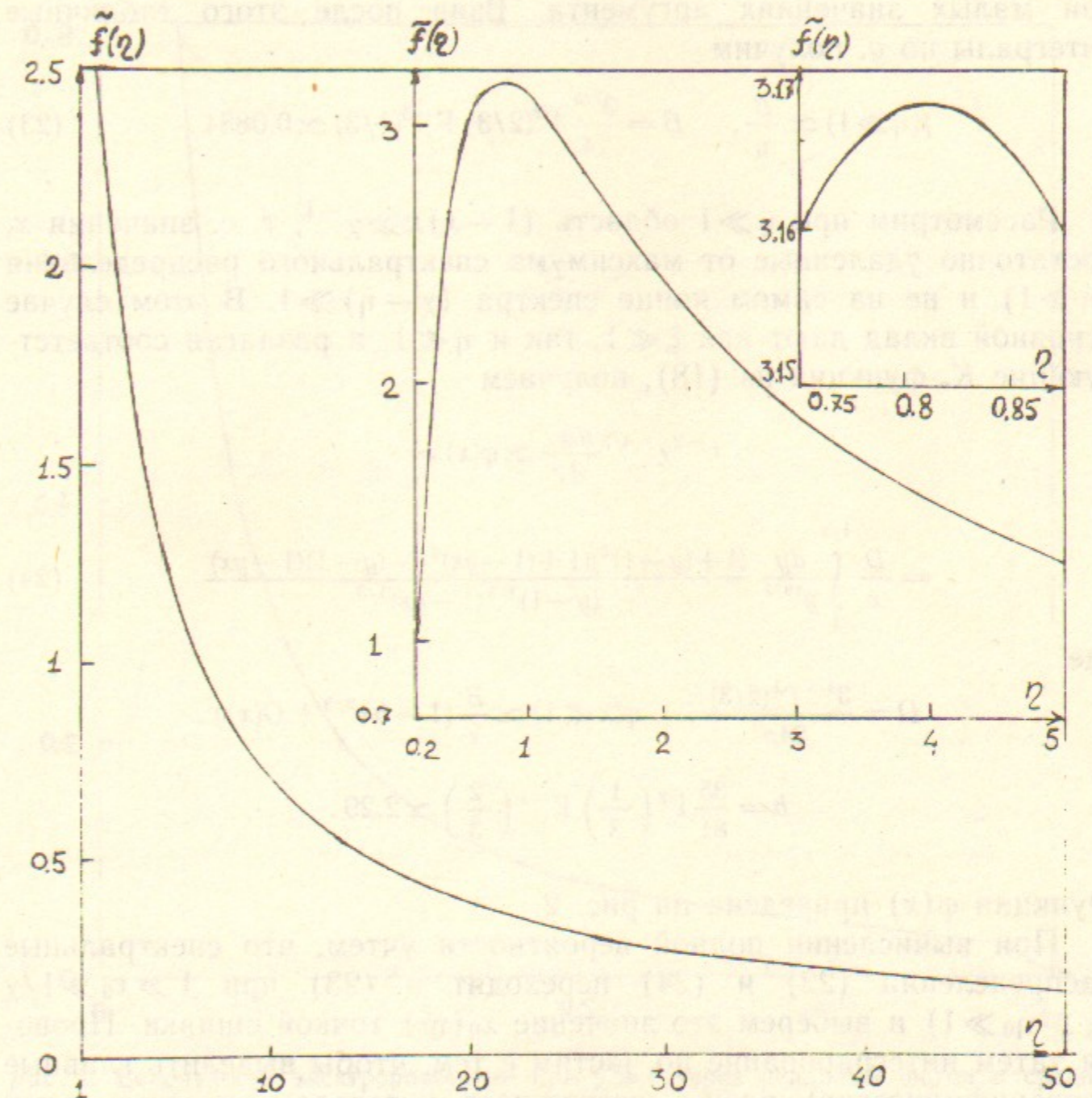


Рис. 1. Вероятность электророждения при $\chi \gg 1$ через реальный фотон в склейлиновой форме (21), $\tilde{f}(\eta) = 10^2 f(\eta)$, $\eta = \chi x$, $x = E/\epsilon$, E — энергия родившейся частицы, ϵ — энергия начального электрона.

этой функции находится при $\eta = \eta_m = 0,81$; при $\eta \rightarrow 0$ $f(\eta)$ падает экспоненциально, а при $\eta \gg 1$ воспользуемся асимптотикой $F_{2/3}(z)$ при малых значениях аргумента. Взяв после этого табличные интегралы по y , получим

$$f(\eta \gg 1) \simeq \frac{B}{\eta}, \quad B = \frac{3^{7/3}}{14} \Gamma^2(2/3) \Gamma^{-3}(1/3) \simeq 0,0884. \quad (23)$$

Рассмотрим при $\chi \gg 1$ область $(1-x)x \gg \chi^{-1}$, т. е. значения x , достаточно удаленные от максимума спектрального распределения ($\eta \gg 1$) и не на самом конце спектра $(\chi - \eta) \gg 1$. В этом случае основной вклад дают как $\xi \ll 1$, так и $\eta \ll 1$, и разлагая соответствующие K_ν -функции из (18), получаем

$$\begin{aligned} r^{-2} \chi^{-4/3} \frac{d\omega_r}{dx} &\simeq \varphi(x) = \\ &= \frac{D}{x} \int_1^{1/x} \frac{dy}{y^{10/3}} \frac{(1+(y-1)^2)(1+(1-yx)^2) - (y-1)(1-yx)}{(y-1)^{1/3}(1-yx)^{1/3}}, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$D = \frac{3^{4/3} \Gamma^2(2/3)}{24\pi^2}, \quad \varphi(x \ll 1) \simeq \frac{B}{x} (1 - bx^{2/3} + O(x)),$$

$$b = \frac{35}{81} \Gamma^2\left(\frac{1}{3}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \simeq 2,29.$$

Функция $\varphi(x)$ приведена на рис. 2.

При вычислении полной вероятности учтем, что спектральные распределения (22) и (24) переходят в (23) при $1 \gg x_0 \gg 1/\chi$ ($\chi \gg \eta_0 \gg 1$) и выберем это значение x_0 (η_0) точкой сшивки. Проводя затем интегрирование по частям с тем, чтобы выделить главные (логарифмические) члены, оставшиеся интегралы, которые дают вклад в константу, возьмем для бесконечных пределов ($\eta_0 \rightarrow \infty$, $x_0^{-1} \rightarrow \infty$). В результате получим

$$\lim_{x_0 \rightarrow 0} \left[\int_0^{\eta_0} f(\eta) d\eta + \int_{x_0}^1 \varphi(x) dx \right] = B(\ln \chi + \mathcal{E}), \quad (25)$$

где \mathcal{E} определяется формулой (16).

Отметим, что асимптотическим распределением (22) можно пользоваться с достаточной точностью только при $\chi > 100$, хотя основные особенности его поведения прослеживаются, уже начи-

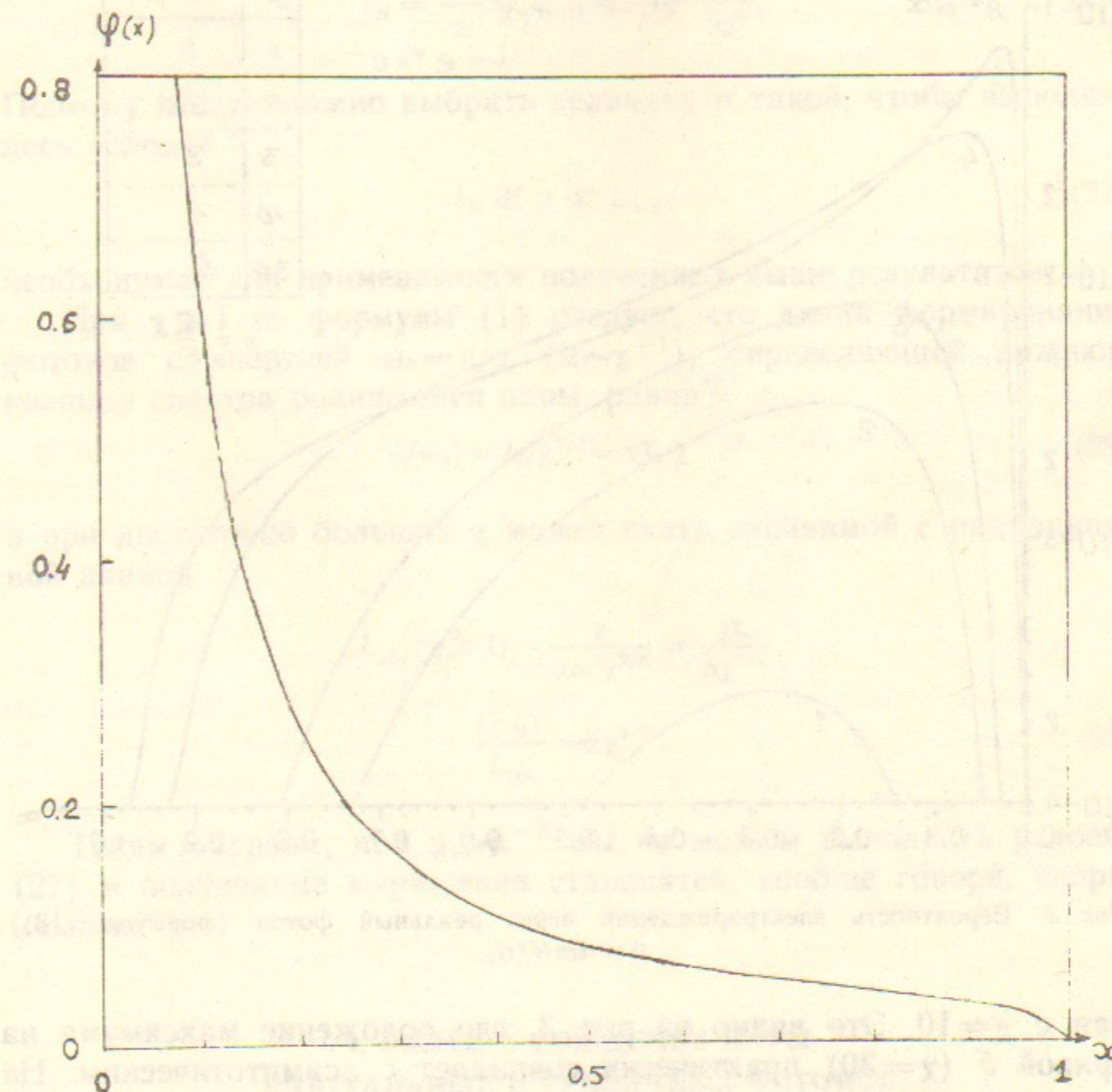


Рис. 2. Вероятность электророжения при $\chi \gg 1$ через реальный фотон в средней части спектра (формула (24)), переменная x та же, что на рис. 1.

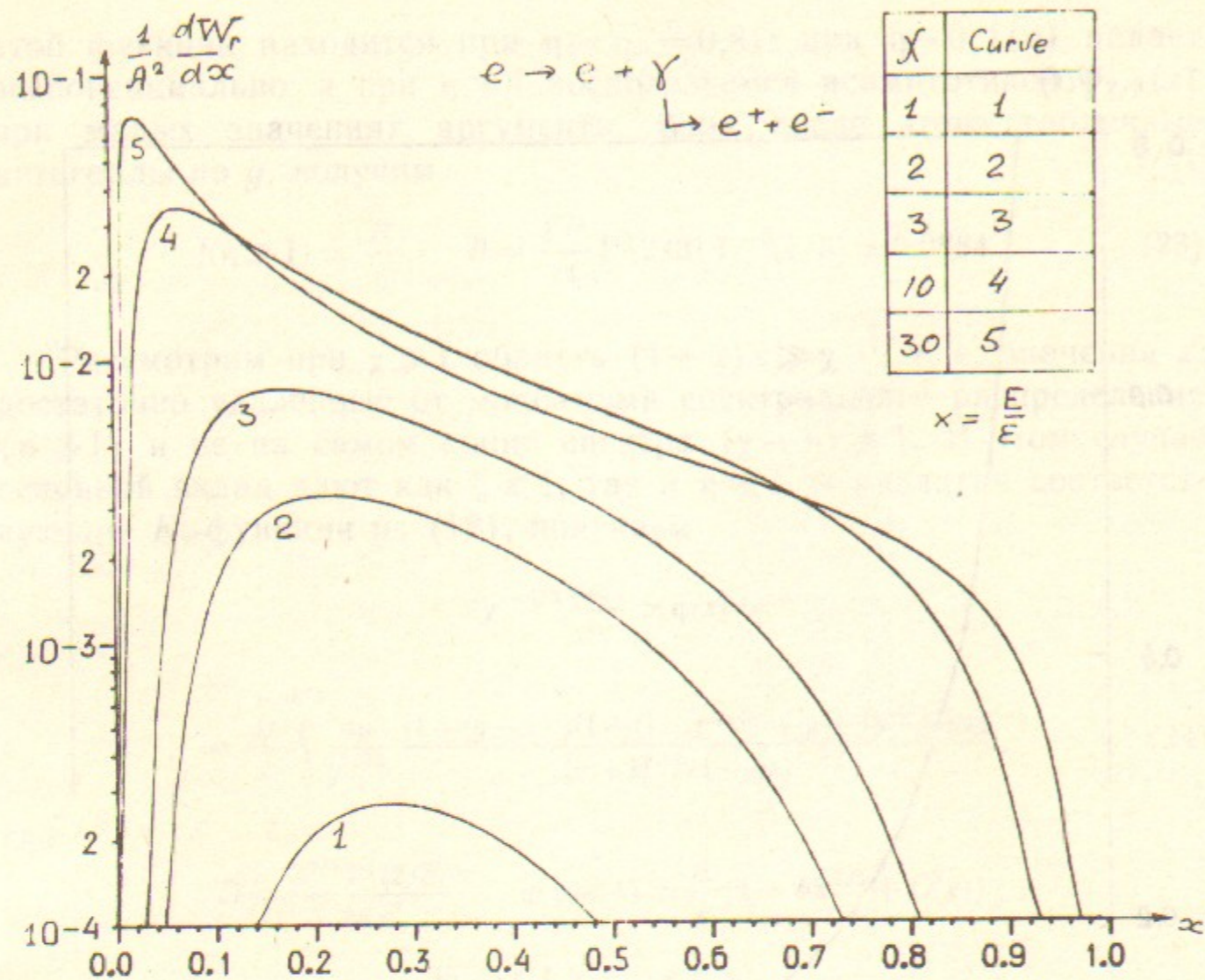


Рис. 3. Вероятность электророждения через реальный фотон (формула (18)), $A = \alpha m H / H_0$.

ная с $\chi = 10$. Это видно из рис. 3, где положение максимума на кривой 5 ($\chi = 30$) практически совпадает с асимптотическим. На этом же рисунке приведены кривые спектрального распределения вероятности при «промежуточных» значениях параметра $\chi = 1, 2, 3, 10$. Следует отметить, что положение максимума на кривой 1 ($\chi = 1$) с хорошей точностью совпадает с асимптотическим при $\chi \ll 1$ ($x_m = 1/3$) и при меньших значениях $\chi < 1$ можно пользоваться приближенной формулой (19).

Рассмотрим пределы применимости полученных выражений. При $\chi \ll 1$ длина формирования фотонов с энергией $\omega \sim \epsilon$ и характерная длина фоторождения пары определяется длиной l_H (1), которая для указанных χ много меньше радиационной длины, связанной с потерями энергии частицы на излучение:

$$l_H = \frac{\gamma \tilde{\lambda}_c}{\chi} \ll L_{\text{rad}} = \frac{\epsilon}{I} \sim \frac{\gamma \tilde{\lambda}_c}{\alpha \chi^2} \quad (26)$$

Поэтому всегда можно выбрать величину σ такой, чтобы выполнялось условие

$$l_H \ll \sigma \ll L_{\text{rad}}, \quad (27)$$

необходимое для применимости полученных выше результатов.

При $\chi \gg 1$ из формулы (1) следует, что длина формирования фотонов с энергией $\omega_b = \epsilon / \chi$ ($u \sim \chi^{-1}$), определяющей нижнюю границу спектра родившейся пары, равна*)

$$l_c(\omega_b) = l_H \chi^{2/3} = \gamma \tilde{\lambda}_c \chi^{-1/3} \quad (28)$$

и при достаточно больших χ может стать сравнимой с радиационной длиной

$$L_{\text{rad}}(\chi \gg 1) \sim \frac{\epsilon}{\alpha m^2 \chi^{2/3}} = \frac{\gamma \tilde{\lambda}_c}{\alpha \chi^{2/3}},$$

$$\frac{l_c(\omega_b)}{L_{\text{rad}}} \sim \alpha \chi^{1/3}. \quad (29)$$

Таким образом, при $\chi \gg \alpha^{-3}$ мы не можем выполнить условие (27) и полученные выражения становятся, вообще говоря, неприменимы.

4. ВКЛАД В РОЖДЕНИЕ ПАРЫ ВИРТУАЛЬНЫХ И ГРАНИЧНЫХ ФОТОНОВ

Кроме последовательного процесса, рассмотренного выше, существует также прямое электророждение пары, происходящее через виртуальный промежуточный фотон [7, 8]. При $\chi \ll 1$ длина его формирования определяется величиной l_H (1), а вклад в вероятность имеет вид

$$\omega_v \sim \left(\frac{\alpha^2 \sigma}{l_H} \right) e^{-16/3\chi} \sim \frac{l_H}{\sigma} \omega_r \ll \omega_r. \quad (30)$$

*) Характерная длина фоторождения пары с энергией ω_b в этом случае относительно мала: $l_e \sim \frac{\omega_b \tilde{\lambda}_c}{m} = \frac{\gamma \tilde{\lambda}_c}{\chi} \ll l_c(\omega_b)$.

При $\chi \gg 1$ для оценки вклада виртуального фотона можно воспользоваться методом эквивалентных фотонов во внешнем поле [13]. Для мягких фотонов вероятность электророждения имеет вид

$$\frac{dw_v}{d\omega} = n(\omega) \omega_e(\omega), \quad n(\omega) = \frac{2\alpha}{\pi\omega} \ln \frac{\Delta}{q_m},$$

$$\Delta = m(1 + \kappa)^{1/3}, \quad q_m = \frac{m\omega}{\varepsilon} \left(1 + \frac{\varepsilon\chi}{\omega}\right)^{1/3}. \quad (31)$$

Здесь Δ — верхняя граница переданных импульсов, связанная с инвариантной массой родившейся пары. Учитывая, что вклад в вероятность (31) дают $\kappa \gg 1$ и $\omega \ll \varepsilon$, получаем при $\chi \gg 1$ следующее выражение для спектра эквивалентных фотонов в рассматриваемом процессе:

$$n(\omega) \simeq \frac{2\alpha}{\pi\omega} \ln \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^{1/3} = \frac{2\alpha}{3\pi\omega} \ln \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right). \quad (32)$$

Распределение (32) не зависит от величины внешнего поля и отличается лишь фактором $1/3$ от стандартного спектра эквивалентных фотонов.

В формулу (31) входит вероятность фоторождения пары ω_e для неполяризованных фотонов, для которой мы воспользуемся формулой (7), положив в ней $\lambda_3 = 0$. В результате имеем

$$dw_v = \frac{4\alpha^2 m^2 \chi \sigma}{9\sqrt{3} \pi^2 \varepsilon} \frac{d\chi}{\chi} \ln \frac{\chi}{\kappa} \int_0^1 dy \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{y(1-y)}\right) K_{2/3} \left(\frac{2}{3\chi y(1-y)}\right). \quad (33)$$

Учитывая поведение K -функции при больших и малых значениях аргумента, получаем, что вклад в полную вероятность дают $\kappa \sim 1$, что отличает спектр (33) от спектра последовательного процесса (ср. с формулой (22)). Интегрирование в (33) удобно провести сначала по χ , а затем по y . В результате получаем

$$\omega_v = \frac{13\alpha^2 m^2 \chi \sigma}{18\sqrt{3} \pi \varepsilon} (\ln \chi - C_1), \quad C_1 = C + \ln 4\sqrt{3} + \frac{77}{39}. \quad (34)$$

Вероятность (34), полученная при помощи метода эквивалентных фотонов, имеет логарифмическую точность, а константу C_1 мы удерживаем из-за большой ее величины, указывающей на большой интервал χ , дающий вклад в интеграл (33) ($\kappa \sim e^{C_1} = 89$). Со сте-

пенной точностью вероятность ω_v была вычислена в работе [8]. Полученный там результат имеет вид (34) с учетом замены $C_1 \rightarrow C_2$, где

$$C_2 = C + \ln 2\sqrt{3} + \frac{142}{39}. \quad (35)$$

Рассмотрим вклад граничных фотонов в рассматриваемый процесс. При больших значениях параметра χ этот вклад такого же порядка, что и вклад виртуальных фотонов. Спектр граничных фотонов при произвольной конфигурации внешнего поля был вычислен в работе [14]. В случае ступенчатого характера поля, когда размер неоднородности поля на его границе меньше длины формирования фотона l_c (1), этот спектр для мягких фотонов со степенной точностью имеет вид [15]

$$d\omega_i = \frac{2\alpha d\omega}{3\pi\omega} \left[\ln \frac{16\chi\varepsilon}{\sqrt{3}\omega} - C - \frac{9}{2} \right]. \quad (36)$$

Распределение (36) имеет такой же вид, как для числа эквивалентных фотонов (32), поэтому последующий расчет аналогичен проведенному выше. Необходимо, однако, учитывать, что граничные фотоны линейно поляризованы ($\xi_3 = 1/2$) и в формуле (7) для вероятности фотопроцесса надо положить ($\lambda_3 = 1/2$). В результате имеем для вклада граничных фотонов в вероятность рождения пары следующее выражение:

$$\omega_{ri} = \frac{23\alpha^2 m^2 \chi \sigma}{18\sqrt{3} \pi \varepsilon} \left(\ln \frac{2\chi}{\sqrt{3}} - C - \frac{899}{276} \right). \quad (37)$$

Складывая эту вероятность с вероятностью (34), где для константы мы используем более точную формулу (35), получаем

$$\omega_v + \omega_{ri} = \frac{2\alpha^2 m^2 \chi \sigma}{\sqrt{3} \pi \varepsilon} \left(\ln \chi - C + \frac{5}{18} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{163}{48} \right) \simeq$$

$$\simeq \frac{2\alpha^2 \chi \sigma}{\sqrt{3} \pi \gamma \lambda_c} \ln \left(1 + \frac{\chi}{76} \right). \quad (38)$$

Сравним эту вероятность с вероятностью (16):

$$\frac{\omega_v + \omega_{ri}}{\omega_r} \simeq 4 \frac{\gamma \lambda_c}{\sigma \chi^{1/3}} = 4 \frac{l_c (\chi \gg 1, u = \chi^{-1})}{\sigma}. \quad (39)$$

В рамках применимости получаемых выражений (см. конец раздела 3) должно выполняться условие $l_c \ll \sigma$ и отношение (39) не может быть большим. Однако вблизи порога применимости, для не слишком больших σ , вклад рассмотренных в этом разделе процессов может стать заметным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балакин В.Е., Будкер Г.И., Скринский А.Н // Труды Межд. Симпозиума по проблемам физики высоких энергий и термоядерного синтеза. 1978. М.: Наука, 1981, с.11.
2. Richter B. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1985.
3. Schnell W. Research and development for the CERN Linear (CLIC) // ICFA-3 Proceedings, Brookhaven, 1987.
4. Kimura Y. and Takata K. Electron-Positron Linear Collider RED Program at KEK // ICFA-3 Proceedings, Brookhaven, 1987.
5. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. — Новосибирск: Наука, 1989. — 400 с.
6. Michel F.O. // Rev. Mod. Phys. — 1982, v.54. — P.1.
7. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. // ЯФ. — 1971, т.14. — С.1020. — Испр., т.15. — С.1086.
8. Ritus V.I. // Ann. of Phys. — 1972, v.69. — P.555.
9. Ritus V.I. // Nucl. Phys. — 1972, v.44B. — P.236.
10. Baier V.N., Katkov V.M. and Strakhovenko V.M. // Phys. Lett. — 1989, v.B229. — P.135.
11. Baier V.N., Katkov V.M. and Strakhovenko V.M. // Electron-Positron Pair Production in Linear Colliders. — Preprint INP 89-180. — Novosibirsk, 1989.
12. Baier V.N., Katkov V.M. and Strakhovenko V.M. // Phys. Lett. — 1986, v.A114. — P.511.
13. Байер В.Н., Катков В.М. // ДАН СССР. — 1972, т.207. — С.68.
14. Baier V.N., Katkov V.M. and Strakhovenko V.M. // Nucl. Phys. — 1989, v.B328. — P.387.
15. Bell M. and Bell J.S. Preprint CERN-TN 49 36/87 (1987).

В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко

Электророждение e^+e^- -пар во внешнем поле

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 22 октября 1990 г.

Подписано в печать 22.10 1990 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,5 печ.л., 1,2 уч.-изд.л.

Тираж 180 экз. Бесплатно. Заказ № 120.

Набрано в автоматизированной системе на базе фотонаборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.