

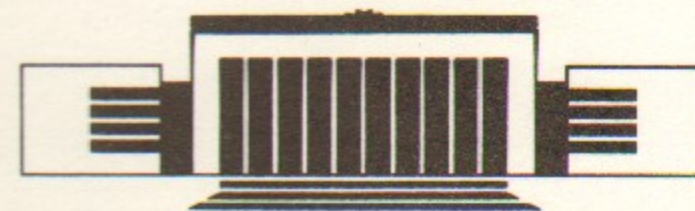


31  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.Д. Шильцев

ПРОБЛЕМЫ СОХРАНЕНИЯ  
ЭМИТТАНСА ПУЧКА  
В ЛИНЕЙНОМ КОЛЛАЙДЕРЕ ВЛЭПП

ПРЕПРИНТ 91-86



НОВОСИБИРСК

## 1. Введение: светимость и эмиттансы

Линейные коллайдеры на энергии 1 ТэВ и выше должны будут обладать высокой светимостью, поскольку сечения "интересных" процессов в этой области малы. Например (см. [1]), сечения рождения бозонов Хиггса в предположении, что их масса порядка 100-200 ГэВ, составит приблизительно  $10^{-38} \text{ см}^{-2}$ . Для получения сотни событий такого рода в течении одного года ( $10^7$  сек) потребуется иметь светимость  $10^{33} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ . Еще более редкими предполагаются процессы рождения суперсимметричных частиц. Эти причины устанавливают диапазон необходимой светимости  $L=10^{33}-10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  для коллайдера на энергию  $\sqrt{s}=1-2 \text{ ТэВ}$ .

Как показано в [2], эффекты, связанные с синхротронным излучением при столкновении сгустков электронов и позитронов, обуславливают необходимость иметь плоские пучки и ограничивают предельную светимость установки величиной:

$$L = N_y \cdot \frac{f \cdot N}{4\pi \epsilon_{ny} \cdot \gamma_e^3} \cdot \left( \frac{2 \cdot \Delta}{1/2} \right)^{1/2} \approx 1.8 \cdot 10^{33} \frac{(f/100) \cdot (N/10^{11})}{(0.1/\Delta)^{1/2}} \cdot \left( \frac{10^{-5}}{\epsilon_{ny}} \right)^{1/2} [\text{см}^{-2} \text{ с}^{-1}] \quad (1.1)$$

где  $N_y \approx 2.2$  - коэффициент увеличения светимости из-за пинч-эффекта,  $f$  - частота повторения соударений,  $N$  - число частиц в одном сгустке,  $\Delta$  - требуемая монохроматичность сталкивающихся пучков,  $\gamma_e$  - классический радиус электрона,  $\epsilon_{ny}$  - нормализованный эмиттанс по меньшему из размеров пучка. Из энергетических соображений трудно существенно увеличить произведение  $f \cdot N$  (для ВЛЭПП  $100 \text{ Гц} \cdot 2 \cdot 10^{11} e^\pm$ ), из требований экспериментов - увеличить  $\Delta$  сверх 0.1. Следовательно, высокие требования на светимость  $L \approx 10^{33}-10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  определяют желаемый диапазон нормализованных поперечных фазовых об'емов пучков:

$$\epsilon_{ny} \approx 3 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-7} \text{ см} \cdot \text{рад}.$$

Требования, предъявляемые к эмиттансам  $e^\pm$  пучков в режиме фотон-фотонных столкновений [3] столь же высоки ( $\epsilon_x = \epsilon_y \approx 10^{-4} \text{ см} \cdot \text{рад}$ ).

В настоящей работе рассмотрены пути и условия достижения малых поперечных фазовых об'емов сталкивающихся пучков линейного коллайдера ВЛЭПП.

## 2. Причины, вызывающие рост фазового об'ема

Согласно проекту ВЛЭПП [4] заряженные частицы ( $e^+$  и  $e^-$ ), рождаемые конверсией фотонов на мишени, попадают в накопитель-охладитель, где их фазовые об'емы уменьшаются до нужной величины, после чего пучки ускоряются в основном линаке вплоть до специальной системы финальной фокусировки (ФФ), целью которой является минимизация поперечных размеров пучков в месте встречи. От рождения до столкновения пучки проходят большое количество элементов тракта (десятки тысяч), могущих служить источниками "разогрева пучка" - увеличения поперечного фазового об'ема. Причинами этого могут являться как коллективные динамические процессы (неустойчивость), так и одночастичные по своей природе процессы рассеяния на неидеальных фокусирующих и ускоряющих полях тракта, определяемых ошибками выставки, разного рода погрешностями и пр.

В накопителе-охладителе эмиттансы растут из-за квантовых флуктуаций СИ и внутривидового рассеяния, в линаке и системе ФФ - за счет стохастического разогрева пучка [5], в месте встречи - за счет взаимодействия сгустков. Не проводя детального анализа прироста эмиттанса в месте встречи, системе ФФ и в накопителе, отметим однако, что оценки приведенные в [2,3,6] указывают на определяющую роль основного линейного ускорителя.

Опишем подробнее эту часть для ВЛЭПП. Полная длина - 11.5 км (для сравнения - длина ФФ 420 м [7], периметр накопителя не превосходит 150 м [8]). основой фокусирующего тракта служит ячейка FODO с предельным градиентом квадрупольных линз  $G_{\text{пред}} \approx 150 \text{ кГс/см}$ . Ускоряющая система представляет собой набор периодических диафрагмированных волноводов (ПДВ), каждый длиной немногим более 100 см, в которых внешние источники создают ускоряющее электрическое поле. Средний темп ускорения порядка 100 МэВ/м.

Поперечная неустойчивость одиночного сгустка, вызываемая следовыми (wake) полями излучения в ПДВ [9], может привести к заметному увеличению поперечных размеров сгустков, что наблюдалось экспериментально [6]. Эта неустойчивость может быть подавлена введением линейного разброса энергии частиц вдоль сгустка - т.н. "БНС-демпинг" [5,6]. Введение нелинейного распределения энергии:

$$\frac{dE}{E} = - \frac{\beta^2 \cdot \mu/2 \cdot e}{E \cdot \text{tg}(\mu/2) \cdot c^2} \cdot d \left\{ \int_s^\infty W(s-s') \cdot \rho(s') \cdot ds' \right\} \quad (1.2)$$

(здесь  $E$  - средняя энергия частиц сгустка,  $\mu$  - набег бетатронной фазы на

элементе периодичности,  $\rho(s)$  — линейная плотность заряда сгустка,  $W(s)$  — wake-потенциал) позволяет добиться когерентного движения частиц сгустка на фазовой плоскости [9], т.н. "автофазировки" [10,11,12]. Использование автофазировки для подавления стохастического разогрева пучка будет обсуждено ниже.

## 2. а) Общее рассмотрение

Поскольку линка предстает собой периодически повторяющуюся FODO ячейку, можно, следуя в общих чертах методу [13], определить прирост эмиттанса в каком-либо элементе.

Введем вектор-столбец канонически сопряженных координаты  $x$  и импульса частицы  $p = dx/ds$  в канале:

$$X = \begin{pmatrix} x \\ \beta p + \alpha x \end{pmatrix} = \sqrt{\epsilon \beta} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\psi + \theta) \\ \cos(\psi + \theta) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

где  $\alpha, \beta, \theta$  и  $\psi$  — обычные функции Куранта-Снайдера канала. Для элемента с номером  $k$ , создадим возмущение траектории  $N_k$  в предположении, что набег фазы между элементами постоянен и равен  $\mu/2$  имеем:

$$X_k = R \cdot X_{k-1} + N_{k-1}, \quad R = \begin{pmatrix} \cos(\mu/2) & \sin(\mu/2) \\ -\sin(\mu/2) & \cos(\mu/2) \end{pmatrix}, \quad R \cdot R^T = I \quad (2.2)$$

(не умаляя общности рассматриваются вектора в середине каждой линзы, где  $\alpha=0$ ). Производя усреднения по реализациям получим для поперечного эмиттанса:

$$\epsilon_k = \frac{X_k \cdot X_k^T}{\beta} = \epsilon_{k-1} + \frac{\langle N_{k-1}^2 \rangle}{\beta} + \frac{1}{\beta} \cdot \{ (R \cdot X_{k-1})^T \cdot N_{k-1} + N_{k-1} \cdot R \cdot X_{k-1} \} \quad (2.3)$$

но в предположении  $X_0 = 0$  из (2.1) легко получить следующие соотношения:

$$\langle (R \cdot X_m)^T \cdot N_m \rangle = \sum_{j=1}^m \langle N_{m-j}^T \cdot R^j \cdot N_m \rangle \quad (2.4a)$$

$$\langle N_m^T \cdot (R \cdot X_m) \rangle = \sum_{j=1}^m \langle N_m^T \cdot (R^j \cdot N_{m-j}) \rangle \quad (2.4b)$$

Естественно считать возмущения одного типа элементов с разными номерами имеющими однотипные векторы  $N_j$ . Это дает прирост эмиттанса  $\Delta \epsilon$ :

$$\Delta \epsilon = \epsilon_k - \epsilon_{k-1} = \frac{1}{\beta_k} \cdot \left\{ \langle N_{k-1}^2 \rangle + 2 \cdot \sum_{j=1}^{k-1} \cos(j \cdot \mu/2) \cdot \langle N_{k-j-1} \cdot N_{k-1}^T \rangle \right\} \quad (2.5)$$

Пользуясь этой формулой, в последующих разделах получим ряд оценок.

## 2.б) Случайные (независимые) поперечные смещения осей квадрупольных линз

При смещении оси  $k$ -ой линзы на величину  $\Delta_k$  относительно некоего исходного состояния ("идеальной оси") пучок испытает воздействие:

$$N_k = \frac{\beta \cdot \Delta_k}{F_k} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

( $F_k$  — фокусное расстояние этой линзы), что в соответствии с (2.5), следуя предположению о случайности:

$$\langle N_i \cdot N_j \rangle = 0, \quad \text{при } i \neq j$$

приведет к приросту нормализованного эмиттанса в среднем на:

$$\frac{\Delta \epsilon_n}{\epsilon_n} = \frac{\gamma \cdot (\beta_{\max} + \beta_{\min}) \cdot \delta^2}{2 \cdot F^2} = \frac{\gamma \cdot \delta^2 \cdot 8 \cdot \text{tg}(\mu/2)}{\bar{\beta} \cdot \mu}, \quad \delta^2 = \langle \Delta_n^2 \rangle \quad (2.7)$$

Приведем численную оценку для ВЛЭППа, чтобы иметь возможность сравнивать важность тех или иных "нагревающих факторов". Примем: число линз  $N \approx 10000$ ,  $\delta \approx 0.1$  микрона,  $\bar{\beta} \approx 10$  м,  $\mu = \pi/2$ ,  $\gamma_f = 2 \cdot 10^6$  и получим согласно (2.7):

$$\Delta \epsilon_{n \text{ total}} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ см} \cdot \text{рад.}$$

В этом варианте эмиттанс весьма далек от требуемого. Для получения светимости  $10^{33} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  нужно иметь уровень вибраций  $\delta \leq 0.03$  микрона, для  $10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  меньше 0.003 микрона. Еще раз отметим, что это условия на случайные смещения осей двух соседних линз относительно друг друга.

## 2. в) Ошибки установки токов квадрупольных линз

При относительной неточности при установке тока в линзе  $(\delta I/I)_k$

возмущение будет равно:

$$N_k = -(\delta I/I)_k \cdot p_k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

следовательно из (2.2):

$$\Delta \epsilon_k = \gamma \cdot \frac{\langle (\delta I/I)_k^2 \rangle}{\beta} \cdot \langle p_k^2 \rangle \approx \frac{1}{2} \cdot \epsilon_{nk} \cdot \langle (\delta I/I)_k^2 \rangle \quad (2.9)$$

После суммирования по всем линзам:

$$\epsilon_f = \epsilon_i \cdot \exp\left(N \cdot \frac{1}{2} \cdot \langle (\delta I/I)^2 \rangle\right) \quad (2.10)$$

Критерии 25% прироста эмиттанса дает ограничение:

$$\left(\langle (\delta I/I)^2 \rangle\right)^{1/2} \leq 0.67 \%$$

#### 2. г) Повороты линз

Предположим, что линза k ошибочно повернута на малый угол  $\Delta\varphi_k$ . Такой поворот создаст связь поперечных колебаний по разным координатам и возмущение движения по оси Y будет равно:

$$N_k = -\Delta\varphi_k \cdot \beta^* \cdot (x/F_k) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

и прирост нормализованного эмиттанса в каждой линзе:

$$\Delta \epsilon_{ny} = \epsilon_{nx} \cdot \langle \Delta\varphi_k^2 \rangle \cdot \frac{\beta^2}{2 \cdot F^2} \quad (2.12)$$

В случае круглых пучков  $\epsilon_{nx} = \epsilon_{ny} = \epsilon$  и наблюдается экспоненциальный рост эмиттанса:

$$\epsilon_f = \epsilon_i \cdot \exp\left(\frac{2 \cdot N}{\cos^2(\mu/2)} \cdot \langle \Delta\varphi_k^2 \rangle\right) \quad (2.13)$$

и из критерия 25% прироста эмиттанса:

$$\left(\langle \Delta\varphi_k^2 \rangle\right)^{1/2} \approx (0.5 \cdot \ln(1.25)/N)^{1/2} \cdot \cos(\mu/2) \approx 0.15^\circ \quad (2.14)$$

Если же эмиттанс по оси Y много меньше эмиттанса по X (например для ВЛЭПП  $R^2 = \epsilon_{nx} / \epsilon_{ny} \geq 1000$  (см. [8])), то:

$$\Delta \epsilon_{ny} = \epsilon_{nx} \cdot 2 \cdot N \cdot \langle \Delta\varphi_k^2 \rangle / \cos^2(\mu/2) \quad (2.15)$$

и критерий 25% дает в  $R \approx 30$  раз более жесткие условия:

$$\left(\langle \Delta\varphi_k^2 \rangle\right)^{1/2} \leq 0.006^\circ (10^{-4} \text{ рад})$$

Это условие одно из самых трудновыполнимых.

#### 2. д) Случайные (независимые) поперечные смещения осей ускоряющих секций

Если сгусток пролетает не по оси ускоряющей секции, то в ней возникают поперечные следовые поля ответственные за поперечную неустойчивость сгустка. Введение энергетического разброса ( $\delta E/E$ ) подавляет неустойчивость за счет хроматизма фокусирующего тракта. Поэтому с точки зрения динамики секцию можно представить как дефокусирующую линзу с фокусным расстоянием в  $(\delta E/E)^{-1}$  раз большим, чем у рядом расположенных квадрупольей; т.о. возмущение, вызываемое смещением оси секции на  $\Delta_k$ :

$$N_k = \frac{\beta \cdot \Delta_k}{F_{\text{линза}}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (\delta E/E) \quad (2.16)$$

Возбуждаемый при этом эмиттанс отличается от (2.7) лишь дополнительным фактором  $(\delta E/E)^2$  (число секций равно числу линз). Энергетический разброс для ВЛЭПП  $(\delta E/E)_{\text{max}} \approx 0.1-0.15$ , соответственно, в 10 раз слабее требования на смещения секций - для светимости  $10^{33} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  - 0.3 микрометра.

#### 2. е) Неточности выставки фаз RF

Отличие фазы ускоряющего поля  $\Delta\varphi_k$  в k-той ускоряющей секции от варианта, на который рассчитаны токи магнитных линз, приводит к непостоянству прироста энергии в секции и возмущению обобщенного

импульса:

$$N_k = (-p_k \cdot (\delta\gamma/\gamma)_k) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{\sin(\varphi_0) \cdot \delta\varphi_k}{k+k_0} \cdot p_k \quad (2.17)$$

здесь

$$\sin(\varphi_0) = - \left( \frac{dE_z}{E_{z \max} \cdot d\varphi_{RF}} \right), \quad E_z - \text{ускоряющий градиент,}$$

$k_0 = E_1 / (4 \cdot e \cdot \langle E_z \rangle \cdot l)$ ,  $E_1$  - энергия инжекции пучка в линак,  $l$  - длина секции,  $e$  - заряд электрона.

Считая вариации  $\delta\varphi_k$  некоррелированными, из (2.5) получим:

$$\Delta\epsilon_k = \epsilon_k \cdot \frac{\sin^2(\varphi_0) \cdot \langle \delta\varphi_k^2 \rangle}{(k_0 + k)^2} \quad (2.18)$$

Видно определяющее влияние начального участка линака:

$$\epsilon_f = \epsilon_1 \cdot \exp(\langle \delta\varphi_k^2 \rangle \cdot \sin^2(\varphi_0) \cdot (1/k_0 - 1/M)) \quad (2.19)$$

При полном числе клистронов  $M \approx 2400$ ,  $\delta\varphi \approx 5^\circ$ ,  $E_0 \approx 3$  ГэВ и  $\sin^2(\varphi_0) \approx 0.1$  эмиттанс возрастет мало:

$$\epsilon_f = \epsilon_1 \cdot \exp(10^{-4}).$$

## 2. ж) Перекосы секций

При перекосе секции на угол  $\alpha_k$  относительно оси ускорителя возмущение вносится соответствующей проекцией основного ускоряющего поля:

$$N_k = \alpha_k \cdot \beta \cdot \Delta E / E_k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \Delta E = e \cdot l \cdot \langle E_z \rangle - \text{прирост энергии в секции.} \quad (2.20)$$

Прирост нормализованного эмиттанса:

$$\Delta\epsilon_k = \gamma \cdot \beta \cdot \langle \alpha_k^2 \rangle \cdot (\Delta E / E)^2$$

Для суммарного прироста можно получить следующую оценку

$$\Delta\epsilon_n \approx \langle \beta \rangle \cdot \langle \alpha^2 \rangle \cdot \Delta\gamma \cdot \ln(\gamma_f / \gamma_1).$$

Отсюда при  $\langle \beta \rangle \approx 5$  и вытекают требования  $\alpha \leq 10^{-5}$  рад ( $6 \cdot 10^{-4}^\circ$ ) для светимости  $10^{33} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  или  $\alpha \leq 10^{-6}$  рад для светимости в 10 раз большей.

## 2. з) Нелинейности линз

Если линза обладает, например, нелинейностью второго порядка  $\xi = B_6 / B_4$ , то это приведет к возмущению траектории для плоского сгустка  $R^2 = \epsilon_x / \epsilon_y \gg 1$ :

$$N_k^y = \xi \cdot \beta \cdot \frac{xk^2}{a \cdot F_k} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad 2 \cdot a - \text{апертура линзы} \quad (2.21)$$

Прирост в среднем нормализованного эмиттанса:

$$\Delta\epsilon_k^y = 4 \cdot \gamma \cdot \beta \cdot \xi^2 \cdot \left( \frac{\epsilon_x \cdot \mu/2}{\gamma \cdot a \cdot \sin(\mu/2)} \right)^2 \quad (2.22)$$

Для 10000 линз с  $a=2$  мм в канале с  $\bar{\beta}=6$  м,  $\mu=\pi/2$ ,  $\gamma=10^6$  и  $\epsilon_{nx}=10^{-4}$  см·рад ( $R^2=100$ ) при  $\xi=0.1$  достигается прирост эмиттанса:

$$\Delta\epsilon_n^y \approx 10^{-7} \text{ см·рад,}$$

что составляет не более 10% от требуемой величины.

## Резюме Гл. 2

Наиболее опасные факторы, ведущие к росту поперечного фазового объема пучков ВЛЭПП (в порядке значимости):

1. поперечные смещения осей квадрупольных линз - не более 0.03 мкм;
2. перекосы секций - меньше  $0.001^\circ$ ;
3. повороты линз - для плоских пучков - меньше  $0.01^\circ$ ;

## 3. Уменьшение разогрева сгустка и выставка

### 3.1 а) Распределение линз по длине ускорителя

Для того, чтобы определить оптимальное с точки зрения прироста фазового объема расположение фокусирующих F и дефокусирующих D линз по длине линака, необходимо принять во внимание ряд обстоятельств:

I. Согласно (1.2) для подавления неустойчивости сгустка требуется разброс энергии вдоль пучка равный:

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\bar{\beta}^2 \cdot \mu/2}{2 \cdot F_w^2 \cdot \text{tg}(\mu/2)} \quad (3.1)$$

здесь  $F_w$  — эффективное фокусное расстояние ускоряющей секции, характеризующее силу wake-полей (излучения) [14]:

$$F_w \approx \left( \frac{a^3 \cdot E}{2 \cdot e^2 \cdot N} \cdot \left( \frac{g}{\sigma_z} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \quad a - \text{радиус диафрагмы, } g - \text{период ПДВ} \quad (3.2)$$

$$F_w \approx 0.8 \text{ м} \cdot \sqrt{E(\text{GeV})}, \quad \text{при } N=10^{11}, \sigma_z \approx 0.8 \text{ мм}$$

Это обстоятельство определяет энергетический разброс в нескольких точках: т.к. он мал (0.3%) при инжекции в линак  $E_0 \approx 3$  ГэВ, то затем он максимально быстро растет до  $\approx 10\%$  при энергии  $E_1 \approx 4$  ГэВ и обязан стать  $\approx 0.4\%$  в конце линака для эффективного действия системы финальной фокусировки [7].

II. Градиент поля в линзах не превосходит некоего предельного значения:

$$G_{\text{пред}} \approx 150 \text{ кГс/см}$$

Это значение получается из условия формирования поля железными полюсами ( $B_{\text{max}} \approx 2$  Т) и требованием, чтобы воздействие wake-полей из-за излучения при входе в линзу не превосходило аналогичное действие полей излучения в секции (а поперечные следовые поля обратнопропорциональны кубу апертуры (см. (3.2) и [23])).

III. Ограничение на долю длины линака, занимаемую линзами

$$\langle \eta \rangle \leq 10\%$$

Исходя из первого обстоятельства отношение  $\beta$ -функций в начале и в конце участка без неустойчивости:

$$\frac{\beta_f}{\beta_1} = \left( \frac{\gamma_f \cdot (dE/E)_f}{\gamma_1 \cdot (dE/E)_1} \right)^{1/2} \approx (1000/4 \cdot 0.4/10)^{1/2} \approx 3.4 \quad (3.3)$$

Если  $\beta_1 = 1.7$  м, то  $\beta_f = 5.6$  и при  $\mu = \pi/2$  требуется  $F = 3.1$  м, т.е. сила линз в конце  $[G \cdot L] = 10^4$  кГс. Такой вариант, с учетом ограничения II, предусматривает иметь в конце линака линзы длиной 0.7 м при расстоянии между ними 4.4 м. Итак, если мы хотим избежать неустойчивости, необходимо к концу линака иметь сильные линзы, причем увеличивать процент заполнения ими длины линака до 16% вместо начальных  $\approx 8\%$ .

Используем графическое представление вариантов ускорения (см. рис. 1). По оси АЕ будем откладывать энергию сгустка. Точка А соответствует нулевой кинетической энергии  $\gamma=1$ , точка Е — максимально достижимой энергии  $E_{\text{max}}$  при заданном максимальном темпе ускорения и параметрах ускоряемого сгустка. Ускоряясь в линаке, пучок пройдет на плоскости некую траекторию  $f(E)$ , такую, что:

$$\frac{df}{dE} = \text{tg}(\varphi_{\text{opt}} - \varphi), \quad (3.4)$$

где  $\varphi$  — фаза клистрона, который ускоряет пучок в данный момент; а  $\varphi_{\text{opt}}$  — такая фаза, при которой минимален энергетический разброс и максимален прирост энергии пучка, т.е. траектория  $\varphi(E) = \varphi_{\text{opt}} = \text{const}$  соответствует прямой АЕ. Следует отметить ряд обстоятельств:

- i. если поля излучения малы, то  $\varphi_{\text{opt}} = 0$ ;
- ii. полная длина траектории пучка на этой плоскости фиксирована и равна:

$$\left( \int_f dE \right) = |AE| = 1000 \text{ ГэВ};$$

iii. каждая траектория начинается в точке А, проходит через точку инжекции в линак  $B \approx 3$  ГэВ и заканчивается в точке D, которая лежит в некоторой окрестности прямой АЕ (на рисунке — заштрихована), соответствующей энергетическому разбросу не превышающему величину 0.4% [7];

iiii. полная приобретенная при ускорении энергия  $E = |BD|$  есть длина проекции траектории на ось АЕ.

Для подавления неустойчивости в начальной части линака, где она наиболее опасна ввиду ее малых инкрементов, каждый вариант должен достаточно быстро достичь прямой АС, расположенной под таким отрицательным углом  $\varphi_0$  к оптимальной прямой АЕ, который гарантирует отсутствие поперечной неустойчивости. Фазы клистронов на участке ВС (длиной несколько сотен метров) порядка  $35-50^\circ$ . Возможно, на этом участке потребуются использование ВЧ-фокусировки [14]. Итак, можно сказать, что участок АВС будет общим для всех вариантов.

Чтобы классифицировать варианты, введем переменную  $\kappa$ , равную степени увеличения периода бетатронных колебаний вдоль ускорителя:

$$\frac{\beta}{\beta_1} = \left( \frac{E}{E_1} \right)^\kappa \quad (3.5)$$

Индекс  $i$ =initial соответствует точке С:  $E_i \approx 4.5-5.0$  ГэВ,  $\beta_i \approx 1.7$  м.

Поведение траекторий на энергетической плоскости для различных  $\kappa$  показано на рис. 1. Видно, что чем больше  $\kappa$ , тем больше энергетический разброс, следовательно, меньше энергии в конце. Однако при больших  $\kappa$  слабее линзы и, как следствие, меньше стохастический разогрев пучка (об этом ниже). Поэтому представляется выгодным вариант помеченный буквой В на рис. 1, при котором большой энергетический разброс в конце линака быстро преодолевается путем включения клистронов в большой положительной фазе и неустойчивость не успевает развиваться.

Сделаем оценки для ВЛЭПП: в [ 15 ] показано, что длина на которой из-за неустойчивости эмиттанс вырастает в  $e=2.71..$  раз равна:

$$l^* = \frac{4 \cdot F_w^2}{\beta} \quad (3.6)$$

где  $F_w$  -эффективное фокусное расстояние полей излучения в секции ВЛЭПП (3.2).

Потребуем, чтобы на этом неустойчивом участке эмиттанс вырос не более чем на 50 %; учтем, что вначале этого участка есть ненулевой разброс энергий в пучке и получим что максимальный разброс, который можно свести до минимума  $\approx 0.4\%$  на этом участке, равен:

$$\frac{dE}{E_f} \approx \frac{8 \cdot F_w^2}{\beta_f \cdot E_f} \cdot \frac{\pi \cdot \sigma_z}{\lambda_{RF}} \cdot \langle e \cdot E_z \rangle = \frac{5\%}{\beta_f [m]} \quad (3.7)$$

$\beta_f$  -средняя  $\beta$ -функция на этом участке.

Чтобы успеть скомпенсировать 3-4 % разброс, необходимо иметь очень жесткую фокусировку  $\beta_f \approx 1.2-2$  м, что выходит за пределы достижимого в магнитных квадрупольях ( см. выше ограничение II ).

Резюме: для реализации варианта В, нельзя использовать стандартные ускоряющие секции ВЛЭПП; для монохроматизации потребуется использовать либо секции с большим диаметром диафрагм либо с эллиптическими диафрагмами для уменьшения полей излучения в заданном направлении (вертикальном).

Изображенный там же вариант С с  $\kappa < 0$  хорош с энергетической точки зрения, но он соответствует "запределности" требований к линзам почти на всей длине линака.

Варианту А соответствует малое  $\kappa > 0$ , при котором траектория на энергетической плоскости достигает нужного энергетического разброса ( вокруг прямой АЕ ) лишь в самом конце, а требования к линзам предельные:

$$\kappa_{opt} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln[(dE/E)_i / (dE/E)_f]}{\ln(E_f/E_i)} \quad (3.8)$$

Численные оценки:  $[dE/E]_f = 0.4\%$ ,  $E_f = 1000$  GeV

$$[dE/E]_i = 10\% \quad E_i = 5.8 \text{ GeV} \quad \kappa = 0.19 \approx 1/5$$

$$[dE/E]_i = 15\% \quad E_i = 7.0 \text{ GeV} \quad \kappa = 0.135 \approx 1/7$$

В работе [16] вариант типа В  $\kappa = 1/3$  рассматривается как оптимальный с точки зрения стохастического разогрева. Приведенные оценки показывают невозможность использования такого режима без специального участка монохроматизации. Без такого участка добиться увеличения  $\kappa_{opt}$  можно снижением требований на  $[dE/E]_f$ , что недопустимо так как ведет к светимости [7], либо уменьшением  $[dE/E]_i$ , т. е. wake-полей (числа частиц), что имеет такие же последствия.

Таким образом мы выясняем что линак состоит из последовательно расположенных FODO структур с увеличивающейся кратностью FODO  $\rightarrow$  FFOODDOO  $\rightarrow$  ... , причем необходимо заметить, что, если вместо обычной FODO структуры используется структура, в которой действие одной сильной линзы заменяется набором более слабых линз того же знака ( расстояния между линзами постоянно ), то при одинаковом набеге фазы на элементе периодичности градиент должен быть увеличен. Отношение градиента для структуры с  $2m$  линзами на элементе периодичности к градиенту обычной FODO структуры приведено в Таблице 1 [15]:

Таблица 1

m	1	2	3	4	5	6	$\infty$
$G_m / G_{1m} \quad \mu=90^\circ$	1	1.42	1.56	1.62	1.64	1.66	$\pi^2/2^{5/2} \approx 1.74$

Если задаться, что в начале каждого участка кратности  $m \mu = \mu_{max} = 90$  град. а в конце  $\mu = \mu_{min} = 60$  град. и  $E_i = 5$  GeV то можно определить энергии перехода с кратности  $m-1$  на кратность  $m$  (см. Таблицу 2) :

$$E_m = [(m-1) \cdot \frac{\mu_{max}}{\mu_{min}}] \cdot E_i^{1/\kappa} \quad (3.9)$$

Таблица 2

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_m$ $\kappa=1/5$	5	38	243	-	-	-	-	-	-	-
$E_m$ $\kappa=1/3$	5	17	135	456	-	-	-	-	-	-
$E_m$ $\kappa=1/2$	5	11	45	101	181	282	407	554	723	915

Полный прирост нормализованного эмиттанса есть сумма по участкам с разными m:

$$\Delta \epsilon_{tot} = \sum_{m=1} \sum_k \gamma_k \cdot \frac{\langle \delta_k^2 \rangle}{h \cdot m} \cdot \frac{8 \cdot \sin^2(\mu/2)}{\mu}, \quad \text{h} \cdot m \text{ - расстояние между линзами} \quad (3.10)$$

В предположении, что  $m_{max} \gg 1$  легко вычислить полный прирост нормализованного эмиттанса с учетом:

$$\gamma = \gamma_1 \cdot (E/E_1)^\kappa, \quad \beta, F \propto (E/E_1)^\kappa \cdot \beta_1, F_1$$

а кратность секций при энергии E:  $m \propto (E/E_1)^\kappa \cdot (\mu_{min}/\mu_{max})$ .

Если расстояние между линзами постоянно, то фокусное расстояние каждой линзы  $F \propto m$ . Вводя  $\Delta E = e \langle E_z \rangle l$  - средний прирост энергии на одной секции получим:

случай а) расстояние между линзами  $h \propto (E/E_1)^\kappa$ :

$$\Delta \epsilon_{tot} = \gamma_1 \cdot \beta_1 \cdot \frac{\langle \delta^2 \rangle}{F_1^2} \cdot \frac{\mu_{max}}{\mu_{min}} \cdot \frac{E_1}{\Delta E} \cdot \frac{E_f}{E_1} \cdot \int (E/E_1)^{1-2\kappa} dE \approx \gamma_1 \cdot \beta_1 \cdot \frac{\langle \delta^2 \rangle}{F_1^2} \cdot \frac{\mu_{max}}{\mu_{min}} \cdot \frac{E_1}{\Delta E} \cdot \frac{(E_f/E_1)^{2-2\kappa} - 1}{2 \cdot (1-\kappa)} \quad (3.11)$$

случай б) расстояние постоянно:

$$\Delta \epsilon_{tot} = \gamma_1 \cdot \beta_1 \cdot \frac{\langle \delta^2 \rangle}{F_1^2} \cdot \frac{\mu_{max}}{\mu_{min}} \cdot \frac{E_1}{\Delta E} \cdot \frac{E_f}{E_1} \cdot \int (E/E_1)^{1-3\kappa} dE \approx \gamma_1 \cdot \beta_1 \cdot \frac{\langle \delta^2 \rangle}{F_1^2} \cdot \frac{\mu_{max}}{\mu_{min}} \cdot \frac{E_1}{\Delta E} \cdot \frac{(E_f/E_1)^{2-3\kappa} - 1}{2-3\kappa} \quad (3.12)$$

Случай б) соответствует меньшему приросту  $\Delta \epsilon_{tot}$  и указывает, что  $\kappa=1/3$  соответствует статистически равномерному приросту эмиттанса вдоль ускорителя [16].

### 3.1 б) Автофазировка

Как уже упоминалось выше, возможно так подобрать число частиц в сгустке, его длину и фазы клистронов, что движение всех частиц на фазовой плоскости будет когерентным - этот режим назван "автофазировкой" [10].

При автофазировке среднеквадратичные поперечные размеры сгустка растут много медленнее, нежели его среднеквадратичное удаление от оси ускорителя. Приведенные в работе [15] результаты численного моделирования показали, что выполнение условия автофазировки для сгустка ВЛЭПП приводит к следующему отношению вышеуказанных малого и большого эмиттансов  $r^2$ :

Таблица 3

$\mu$	$90^\circ$	$18^\circ$
$r^2$	0.038	0.008

Использование такого динамического режима позволит иметь при одинаковых ошибках выставки и дрожании линз в  $r$  раз меньшие размеры пучков. Однако, чтобы столь существенное подавление стохастического разогрева привело к увеличению светимости необходима быстрая система нацеливания сталкивающихся пучков (т.к. оба пучка имеют малые размеры и блуждают по фазовой плоскости из-за смещений линз).



3.2 а) Корреляция между ошибками.

До сих пор мы считали ошибки не коррелированными. Однако легко понять, что, например, в случае если на линз падает сейсмическая волна с периодом много большим периода бетатронных колебаний:  $\lambda \gg 2\pi\beta$ , то роль "идеальной оси" будет играть уже это плавное возмущение. Положение линз и возбуждаемый фазовый объем надо отсчитывать от этой адиабатической оси. Пусть смещение грунта (подставки) в точке расположения  $k$ -ой линзы равно  $\hat{x}_k$ , а положение пучка  $x_k$ , тогда преобразование углов и координат после прохождения линзы и прямолинейного участка  $h$ :

$$x_k = x_{k-1} + h \cdot \left\{ \theta_{k-1} - \frac{1}{F_{k-1}} \cdot (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \right\} \quad (3.13a)$$

$$\theta_k = \theta_{k-1} - \frac{1}{F_{k-1}} \cdot (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) \quad (3.13b)$$

Для относительных переменных из которых будем определять "новый" эмиттанс  $\Delta_k = x_k - \hat{x}_k$  и  $\varphi_k = \theta_k - (x_k - \hat{x}_k)/h = (\Delta_k - \Delta_{k-1})/h$  получим из (3.13):

$$\Delta_k = \Delta_{k-1} + h \cdot \left\{ \varphi_{k-1} - \frac{1}{F_{k-1}} \cdot \Delta_{k-1} \right\} + \hat{\varepsilon}_k \quad (3.14a)$$

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} - \frac{1}{F_{k-1}} \cdot \Delta_{k-1} + \frac{1}{h} \cdot \hat{\varepsilon}_k, \quad \hat{\varepsilon}_k = 2 \cdot x_k - x_{k-1} - x_{k+1} \quad (3.14b)$$

Отсюда, действуя аналогично п. 2 а) для вектор-столбца:

$$\Delta_k = \begin{pmatrix} \Delta_k \\ \beta \theta_k \end{pmatrix}$$

имеем  $\Delta_k = R \Delta_{k-1} + N_{k-1}$ , где матрица  $R$  определена в (2.1), а

$$N_{k-1} = \hat{\varepsilon}_k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \beta/h \end{pmatrix}$$

следовательно из (2.5)

$$\Delta \varepsilon_k = \frac{1 + \beta^2/h^2}{\beta} \cdot \left\{ \langle \hat{\varepsilon}_{k-1}^2 \rangle + 2 \cdot \sum_{j=1}^{k-1} \cos(j \cdot \mu/2) \cdot \langle \hat{\varepsilon}_{k-1} \cdot \hat{\varepsilon}_{k-1-j} \rangle \right\}. \quad (3.15)$$

Получим ряд практических формул для случая монохроматических возбуждений с большой длиной волны  $2 \cdot \pi \cdot h/\lambda = k \cdot h \ll \mu/2$  и малым затуханием  $q(k)$ . В этом случае  $\hat{\varepsilon}_k \approx k^2 h^2 \hat{x}_k$ ; отсюда, если средний квадрат амплитуды возмущения в любой точке равен  $\delta^2$ , то

$$\langle \hat{\varepsilon}_m^2 \rangle = k^4 h^4 \delta^2, \quad \langle \hat{\varepsilon}_m \cdot \hat{\varepsilon}_{m-k} \rangle = \langle \hat{\varepsilon}_m^2 \rangle \cdot e^{-q \cdot J \cdot h} \cdot \cos(k \cdot J \cdot h), \quad (3.16)$$

Из (3.15) получим:

$$\Delta \varepsilon_k \approx \beta \cdot h^2 \cdot k^4 \cdot \delta^2 \cdot \left( 1 + 2 \cdot \sum_{j=1}^{k-1} \cos(j \cdot \mu/2) \cdot e^{-q \cdot J \cdot h} \cdot \cos(k \cdot h \cdot j) \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot h^2 \cdot k^4 \cdot \delta^2 \cdot \left\{ \frac{\text{ch}(q \cdot h) + e^{-q \cdot h}}{\text{ch}(q \cdot h) - \cos((k+p) \cdot h)} + \frac{\text{ch}(q \cdot h) + e^{-q \cdot h}}{\text{ch}(q \cdot h) - \cos((k-p) \cdot h)} \right\}$$

$$m \cdot h \cdot q \gg 1, \quad p = \mu/(2 \cdot h) \quad (3.17)$$

Если принять, что затухание мало по сравнению с другими пространственными размерами процесса (т.е. велика длина когерентности  $l_{\text{кор}} = 1/q \gg k, p$ ), то:

$$\Delta \varepsilon_k \approx \frac{1}{4} \cdot \beta \cdot h^2 \cdot k^4 \cdot \delta^2 \cdot \left\{ \frac{1}{\sin^2((k+p) \cdot h/2) + (q \cdot h/2)^2} + \frac{1}{\sin^2((k-p) \cdot h/2) + (q \cdot h/2)^2} \right\} \quad (3.18)$$

Явно видны резонансы при  $|k| = \mu/(2 \cdot h)$ , т.е.  $\lambda = 2 \cdot \pi \cdot \beta$ , при этом добротность резонансов определяется длиной когерентности

$$l_{\text{кор}} : Q = k/\delta k = \mu/(2 \cdot h \cdot q) = l_{\text{кор}} / \beta.$$

В случае, далеком от резонанса  $h \cdot k \ll \mu/2$ :

$$\Delta \varepsilon_k \approx \beta \cdot h^2 \cdot k^4 \cdot \delta^2 \cdot \frac{1}{\sin^2(\mu/4)} \quad (3.19)$$

И, наконец, для коротких волн  $kh \gg \mu/2$  справедливо рассмотрение п. 2 б).

Резюме: длинноволновые возмущения положения линз дают подавленный как  $(k \cdot h)^4$  вклад в прирост эмиттанса.

### 3.2.6) Обратная связь

Еще один способ подавить возмущение положения осей линз - введение отрицательной обратной связи, т.е. сдвигать оси линз к следующему выстрелу коллайдера, имея информацию о смещении. Пусть, например, мы учитываем положение линз в момент  $t-\tau$ :  $x_k(t-\tau)$  и хотим вычесть (сдвинуть) оси линз на эту величину (предикция). Какова будет степень подавления от такой о.с.? Рост эмиттанса пропорционален величине  $\langle x_k(t)^2 \rangle$ , теперь она заменяется на  $\langle (x(t)-x(t-\tau))^2 \rangle$ . Вычислим коэффициент подавления на некоторой частоте  $\omega=2\pi f$ :

$$K_1(\omega) = \frac{\langle |(x(t)-x(t-\tau))_w|^2 \rangle}{\langle |x(t)_w|^2 \rangle} = \frac{\langle |x_w - x_w \cdot e^{i\omega t}|^2 \rangle}{\langle |x_w|^2 \rangle} = 4 \cdot \sin^2(\omega \cdot \tau / 2), \quad (3.20)$$

Отсюда при частоте обратной связи  $f = \frac{1}{\tau} \approx 100$  Гц часть спектра мощности возмущений ниже 1 Гц будет подавлена более чем в 250 раз ( $\approx 50$  Дб). Если же использовать два предыдущих значения:

$$K_2(\omega) = \frac{\langle |(x(t)-2 \cdot x(t-\tau))+x(t-2\tau))_w|^2 \rangle}{\langle |x(t)_w|^2 \rangle} = 16 \cdot \sin^4(\omega \cdot \tau / 2), \quad (3.21)$$

Теперь уже подавление составит  $6 \cdot 10^4$  раз (более 90 Дб). Примерно такова же эффективность при учете координаты и скорости:

$$K_v(\omega) = \frac{\langle |(x(t)-x(t-\tau))-v(t-\tau) \cdot \tau|^2 \rangle}{\langle |x(t)_w|^2 \rangle} = 4 \cdot \sin^4(\omega \cdot \tau / 2) + (\omega \tau - \sin(\omega \tau))^2 \quad (3.22)$$

Из (3.20) - (3.22) видно, что выгодно иметь высокую частоту обратной связи  $f$ , т.к. подавление отсутствует для частот выше  $f_{k=1} = f/6$ . Численные оценки показывают, что требования на динамический диапазон

измерителей и переместителей в системе о.с. весьма высоки - более 50 Дб.

Интересно отметить, что адиабатические возмущения на дискретную систему (а линейный ускоритель дискретен как в пространственном масштабе - это набор равноотстоящих элементов (линз и секций), так и во временном - поскольку он работает с некоторой фиксированной частотой повторения) воздействуют не экспоненциально слабым образом, а степенным - как можно видеть, в формулы (3.17)-(3.22) входят степени частоты  $\omega$  и волнового числа  $k$ .

### 3.3 Методы о.с. и выставки элементов линейного коллайдера

Как уже отмечалось выше, кроме неустраняемых воздействий со стороны элементов линака на пучок (высокочастотные вибрации линз и т.п.) существуют в принципе устранимые системами подстройки воздействия, связанные с неточной выставкой и медленными уходами линз и секций. Рассмотрим два метода такой подстройки.

#### 3.3 а) Методы выставки по пучку. Метод излома траектории

В основе этого и последующего метода лежит идея об использовании самого пучка, как репера по которому можно выставить оси квадруполов. Принцип действия метода излома показан на рис. 2. Зная три координаты, можно найти смещение линзы, необходимое для того, чтобы пучок проходил без возмущений:

$$a_1 = \frac{F_1}{h} (x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_i) + x_i \quad (3.23)$$

Отсюда видно, что преимущество метода в его локальности, т.е. малых информационных потоках (используется только ближайшая информация), а недостаток в его чувствительности к энергетическому разбросу, который приводит к разбросу в величине фокусного расстояния линзы для частиц разных энергий.

На рис. 3. показана определенная из численного моделирования зависимость коэффициента подавления ошибок этим методом от энергетического разброса в пучке. Видно, что 10% - ный энергетический разброс дает лишь 5-кратное подавление. Влияние точности датчиков положения пучка (ДПП), т.е. определения координаты пучка  $x_i$ , также рассчитанное численно для различных  $\mu$ , показано на рис. 4. Можно отметить, что даже больших  $\mu \approx (0.5 - 0.9) \cdot \pi$  неточность обработки таким методом почти в два раза превосходит неточность

ДПП.

Выводы: а) Этот метод можно использовать лишь в той части линака, где мал энергетический разброс.

б) Вторая область применения – начальная выставка ускорителя по пучку с малым числом частиц, а следовательно малыми полями излучения и малым разбросом энергий.

в) Возможно использование метода при точном выполнении условия автофазировки, что уменьшит ошибку этого метода, связанную с энергетическим разбросом, примерно в  $\gamma$  раз (см. Таблицу 3).

### 3.3.б) Метод функции Грина

Метод функций Грина (сокр. – MARAF-метод, по названию программы его численной реализации) состоит в том, что вначале определяются функции Грина – траектории частиц возникающие при единичном (читай большом) отклонении линзы типа F или D в одном месте из участка однородной магнитной фокусирующей структуры. Зная эти функции – траектории и зная координаты пучка в большом числе линз после заданной, и, решив систему линейных уравнений, типа:

$$\sum_{i=1}^{j-1} T_{ij} e_i = x_j - de_j$$

( $T_{ij}$  – коэффициент воздействия смещения  $e_i$   $i$ -й линзы на положение пучка  $x_j$  в  $j$ -той линзе,  $de_j$  – ошибка измерения), можно определить насколько необходимо сдвинуть ось этой линзы, чтобы в ней пучок проходил как можно ближе к идеальной прямой оси. Поскольку фокусирующий тракт периодичен, то нет необходимости знать  $T_{ij}$  для всех  $i$  и  $j$  – достаточно определить эти коэффициенты для одной фокусирующей  $T_{Fj}$  и одной дефокусирующей линзы  $T_{Dj}$  ( $j=1,2..N$ ) – функции Грина. При мягкой фокусировке функции Грина – гармонические функции  $\sin(s/\beta+\varphi)$  и определение смещений соответствует одностороннему дискретному преобразованию Фурье.

Пример функций Грина для FODO структуры с  $\mu=90^\circ$  и энергетическим разбросом в пучке  $\pm 10\%$  представлен на рис.5. Легко видеть вызываемое энергетическим разбросом затухание бетатронных колебаний центра масс заряда сгустка (раскогеренчивание). При использовании этих функций Грина точность выставки зависит только от точности ДПП. На рис.6 показаны положения линз до и после коррекции: первоначальная средне-квадратичная ошибка установки линз 1 микрон уменьшилась до 0.1 микрона (при моделировании точность ДПП

составляла 0.05 микрона). Моделирование также показало, что этот метод лучше работает в жесткофокусирующих системах (см. рис. 7).

Преимущество метода в том, что он абсолютно не чувствителен к энергетическому разбросу в пучке. Недостаток в том, что для определения смещения в одной линзе надо знать смещения всех предыдущих линз на заданном участке однородной магнитной фокусирующей структуры.

Этот метод можно использовать на протяжении всего ускорителя и при любом динамическом варианте.

## 4. Обсуждение и заключение

А. Требования на стабильность выставки ТэВ-ных линейных суперколлайдеров со светимостью  $10^{33}-10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$  весьма жестки. На основании [7,20,22] и настоящей работы их можно представить для ВЛЭПП и CLIC со светимостью  $10^{33} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$  в виде Таблицы 4:

Таблица 4

элемент структуры		ВЛЭПП	CLIC
уск. секции	верт.	0.3 $\mu$	10 $\mu$
	гориз.	3 $\mu$	10 $\mu$
линзы	верт.	0.03 $\mu$	0.2 $\mu$
	гориз.	0.3 $\mu$	0.5 $\mu$
фф	верт.	0.001 $\mu$	0.012 $\mu$
	гориз.	0.5 $\mu$	0.06 $\mu$

Требования для ВЛЭПП много жестче, поскольку этот коллайдер работает с большим числом частиц в пучке, следовательно, велики поля излучения в ПДВ и для подавления head-tail неустойчивости нужны короткофокусные линзы. Вибрации жестких фокусирующих элементов сильнее "разогревают" пучки. Кроме того, весьма жестки требования на перекос ускоряющих секций ВЛЭПП секций –  $0.001^\circ$  и на повороты квадрупольей вокруг осей – меньше  $0.01^\circ$ . Использование режима "автофазировки" позволит уменьшить в  $\approx 5$  раз влияние вибраций линз, однако тогда вся тяжесть падет на систему ФФ, линзы которой необходимо будет подстраивать с точностью 0.001 микрона, учитывая движение всех линз линака, для обеспечения столкновения сгустков "лоб в лоб".

Естественно, точности ДПП и систем корректировки положения осей линз

должны быть не хуже представленных Таблицей 4 значений.

Б. Результаты экспериментальных измерений уровней вибраций в тоннеле УНК [17,18,19] можно суммировать в таблице зависимости среднеквадратичных значений вибраций от полосы частот в различных условиях (см. Таблицу 5) :

Таблица 5

диапазон частот	тихие условия	максимальное значение
0.05-100 Hz	0.2 $\mu$	2 $\mu$
1-100 Hz	$3 \cdot 10^{-3}$ $\mu$	$2 \cdot 10^{-2}$ $\mu$
10-100 Hz	$2 \cdot 10^{-4}$ $\mu$	$2 \cdot 10^{-3}$ $\mu$

На частотах ниже 1 Гц определяющим является вклад т.н. "микросейсма" - высококоррелированных колебаний с периодом около 7 секунд и длиной волны порядка 10 км. В соответствии с рассуждениями п. 3.2 б) столь длинноволновые возмущения не дают сколько-нибудь заметный вклад в рост фазового объема. Однако при частотах ниже микросейсма корреляция ( и временная и пространственная ) существенно меньше единицы. За это ответственно диффузное движение земной поверхности [18,19]. Оно приводит к тому, что две точки, разделенные расстоянием  $l$ , смещаются друг относительно друга случайным образом ( примерно одинаково в вертикальном и горизонтальном направлениях ). За время  $\tau$  среднеквадратичный уход :

$$\langle \Delta X^2 \rangle \approx 10^{-4} [\mu^2/\text{метр/с}] \cdot l \cdot \tau \quad (4.1)$$

Применительно к ВЛЭПП с расстоянием между линзами около 1 м это дает относительный сдвиг линз  $\delta$  :

$$\delta \approx 10^{-2} \mu \cdot \tau^{1/2} [\text{сек}]$$

Такое движение в отсутствие систем подстройки даст время жизни светимости около 1 минуты. Поэтому его придется обязательно корректировать, причем неточности при корректировке не должны превышать 0.03 микрона. Требования высоки, но, как показывает опыт ( исследования по стабилизации в Протвино и Новосибирске, см. также [24] ), не недостижимы.

Что касается частот выше 1 Гц, то следует отметить, что указанные в Таблице 5 величины соответствуют естественному (неустраняемому) уровню сейсмозумов; при наличии техногенных шумов вибрации могут возрасти в

десятки раз. Сравнение Таблиц 5 и 6 показывает, что при наличии только естественных сейсмозумов, специальных систем защиты элементов ВЛЭПП от вибраций не требуется. Ясно, однако, что при сооружении линейного коллайдера следует исключить появление и воздействие на элементы линака техногенных вибраций от разного рода компрессоров, силового оборудования вентиляторов, авто- и железных дорог. Кроме того, следует исключить усиление колебаний из-за резонансных свойств платформы и крепления линз и ускоряющих секций ВЛЭПП.

В. Пути уменьшения требований на вибрации элементов ВЛЭПП могут быть разными. Можно уменьшить поля излучения в ПДВ (см. формулу (3.2)), увеличив апертуру диафрагмы волновода - это неприемлемо из-за соображений энергетических ( увеличится групповая скорость волн при той же  $\lambda_{RF}$  ). Можно уменьшить число частиц в сгустке - это отразится на светимости и уменьшит к.п.д. линака.

Другой путь - снижение требований к линаку со стороны системы финальной фокусировки - увеличение допустимого энергетического разброса в пучке, выходящем из ускорителя. Так, например, в варианте ФФ " travelling focus " [21], требуется разброс около 2 %. Это ведет к увеличению степени роста  $\beta$ -функции с энергией в линаке  $\kappa_{opt}$  до  $\approx 1/3$  (см. (3.8)), магнитные линзы станут менее жесткими, а прирост эмиттанса меньше да к тому же и равномерным по длине линака.

В заключение автор выражает благодарность В.А.Лебедеву за сотрудничество на начальной стадии исследований и В.В.Пархомчуку за научное руководство. Я также глубоко признателен А.А.Михайличенко и В.Е.Балакину за ценные замечания при прочтении рукописи и А.А.Серому за интерес к работе.

#### Литература

1. Кушниренко Е.А. Проект универсального детектора для ВЛЭПП, Препринт ИЯФ 88-166, Новосибирск, 1988.
2. Балакин В.Е., Соляк Н.А. Эффекты встречи во ВЛЭПП, Препринт ИЯФ 82-123, Новосибирск, 1982.
3. Тельнов В.И. Проблемы создания встречных  $\gamma$ - $\gamma$  и  $\gamma$ -е пучков на линейном коллайдере, Препринт ИЯФ 89-90, Новосибирск, 1989.
4. Balakin V.E., Skrinisky A.M. VLEPP-Status Report, Proc. of XIII Int.

- Conf. on High Energy Accelerators, Новосибирск, 1987, т.1, с.101.
5. Balakin V.E., Novokhatsky A.V., Smirnov V.P. VLEPP-Stochastic Heating, Proc. of XII Int. Conf. on High Energy Accelerators, p. 119, Fermilab, 1983.
  6. Seeman J.T. et. al. Observation and Control of Emittance Growth in the SLC Linac, *Particle Accelerators*, v.30, pp. 97-104, 1990.
  7. Серый А.А. Система финальной фокусировки для ВЛЭПП, VLEPP-Note-01/1989, ФИАФ, Протвино, 1989.
  8. Михайличенко А.А., Пархомчук В.В. Накопитель-охладитель для ВЛЭПП, Препринт ИЯФ 91-00, Новосибирск, 1991.
  9. Балакин В.Е., Кооп У.А., Новохатский А.В., Скринский А.Н., Смирнов В.П. Динамика пучка ВЛЭПП, Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1978, стр. 143-146.
  10. Балакин В.Е. Подавление стохастического разогрева пучка в линейном коллайдере, Препринт ИЯФ 88-100, Новосибирск, 1988.
  11. Balakin V.E., Parkhotchuk V.V., Shiltsev V.D. The Experimental Examination of "Autophasing for Transverse Oscillations" on the SLC at SLAC, Proposal from the Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 1989.
  12. Seeman J.T., Merimiga N. Mutual Compensation of Wake Field and Chromatic Effects of Intense Linac Bunches, SLAC-PUB-5220, May 1990.
  13. Michelotti L. and Mills F. Amplitude Growth due to Random, Correlated Kicks, Proc. of XIII National Accel. Conf., Chicago, 1989.
  14. Henke H. RF Linacs and Power Conversion, CERN-LEP-RF, 87-49, Oct. 1989.
  15. Лебедев В.А. и Шильцев В.Д. Динамика пучков ВЛЭПП, неопубликовано, Новосибирск, 1988.
  16. Балакин В.Е. и Новохатский А.В. Динамика пучка в линейном ускорителе ВЛЭПП, Труды XIII Международной конференции по ускорителям высоких энергий, с. 146-150, Новосибирск, 1987.
  17. Баклаков Б.А. и др. Измерение уровня вибраций в тоннеле УНК, Препринт ИЯФ 90-88, Новосибирск, 1990.
  18. Баклаков Б.А. и др. Изучение корреляционных и и мощностных характеристик колебаний земной поверхности в районе комплекса УНК, Препринт ИЯФ 91-15, Новосибирск, 1991.
  19. Baklakov B.A. et. al. Investigation of Seismic Vibrations and Relative Displacements of Linear Collider VLEPP Elements, presented at 1991 IEEE Part. Accel. Conf., San-Francisco, 1991.

20. Fisher G.E. Alignment and Vibration Issues in TeV Linear Collider Design, *Particle Accelerators*, vol. 31, pp. 47-55, 1990.
21. Balakin V.E. "Travelling Focus" , presented at Int. Workshop on Beam-Beam Dynamic and Gravitational Effects, Los-Angeles, May 1991.
22. Henke H. and Tuckmantel J. Comparison between Smooth and AG Focusing for the CLIC Main Linac, CERN-LEP-RF/89-27 and CLIC Note 90; Proc. of XIII IEEE PAC, Chicago, USA, March 1989.
23. Novokhatski A.V. On the Estimation of the Wake Potential for an Ultrarelativistic Charge in an Accelerating Structure, Preprint INP 88-39, Novosibirsk, 1988.
24. Ishihara N. et.al. A Test Facility of Active Alignment System at KEK, KEK Preprint 89-88; I Int. Workshop on Accelerator Alignment, SLAC, June-August 1989.

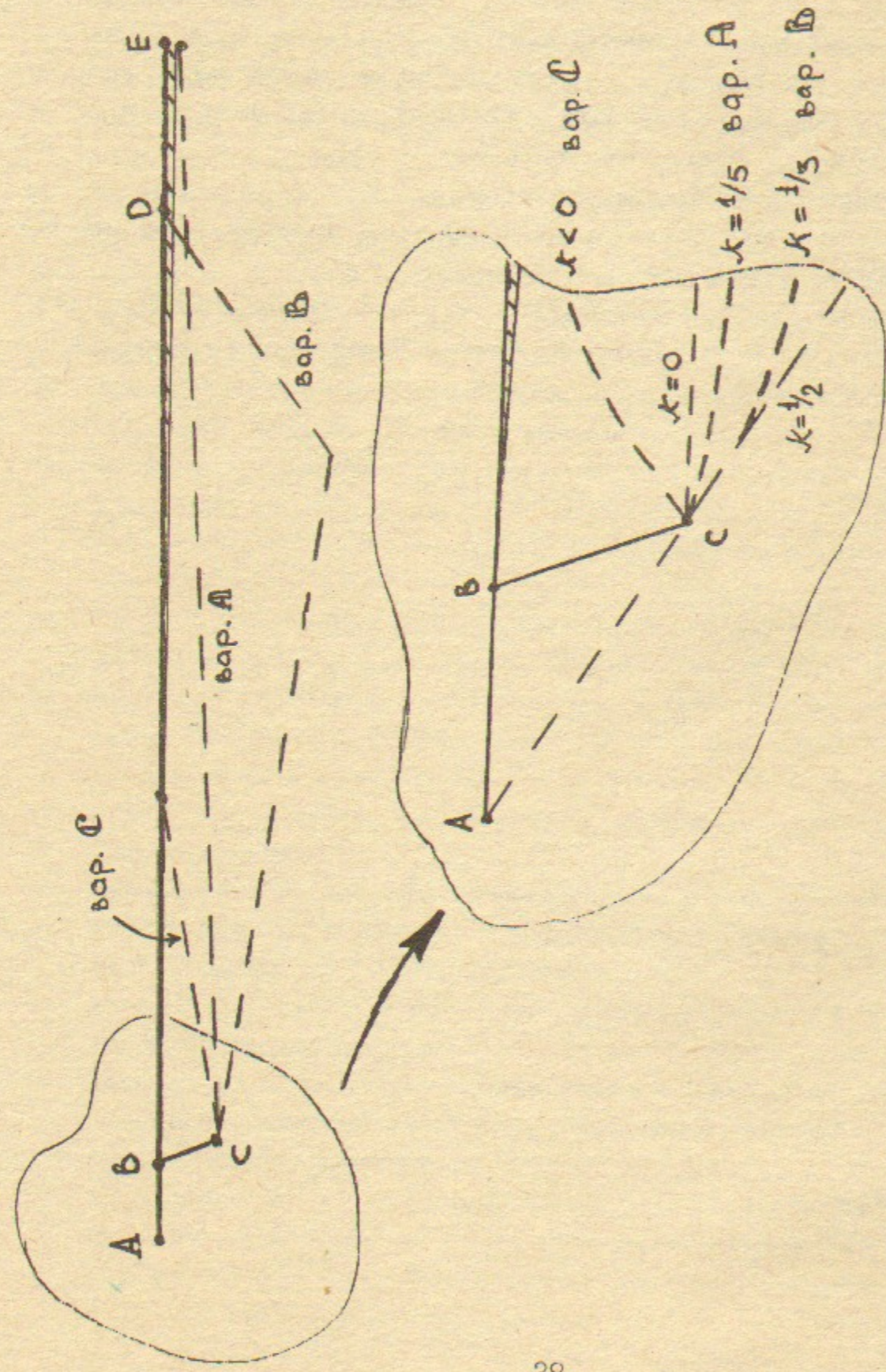


Рис. 1 Различные варианты работы линейного ускорителя в представлении энергии - фаза RF источника (см. текст)

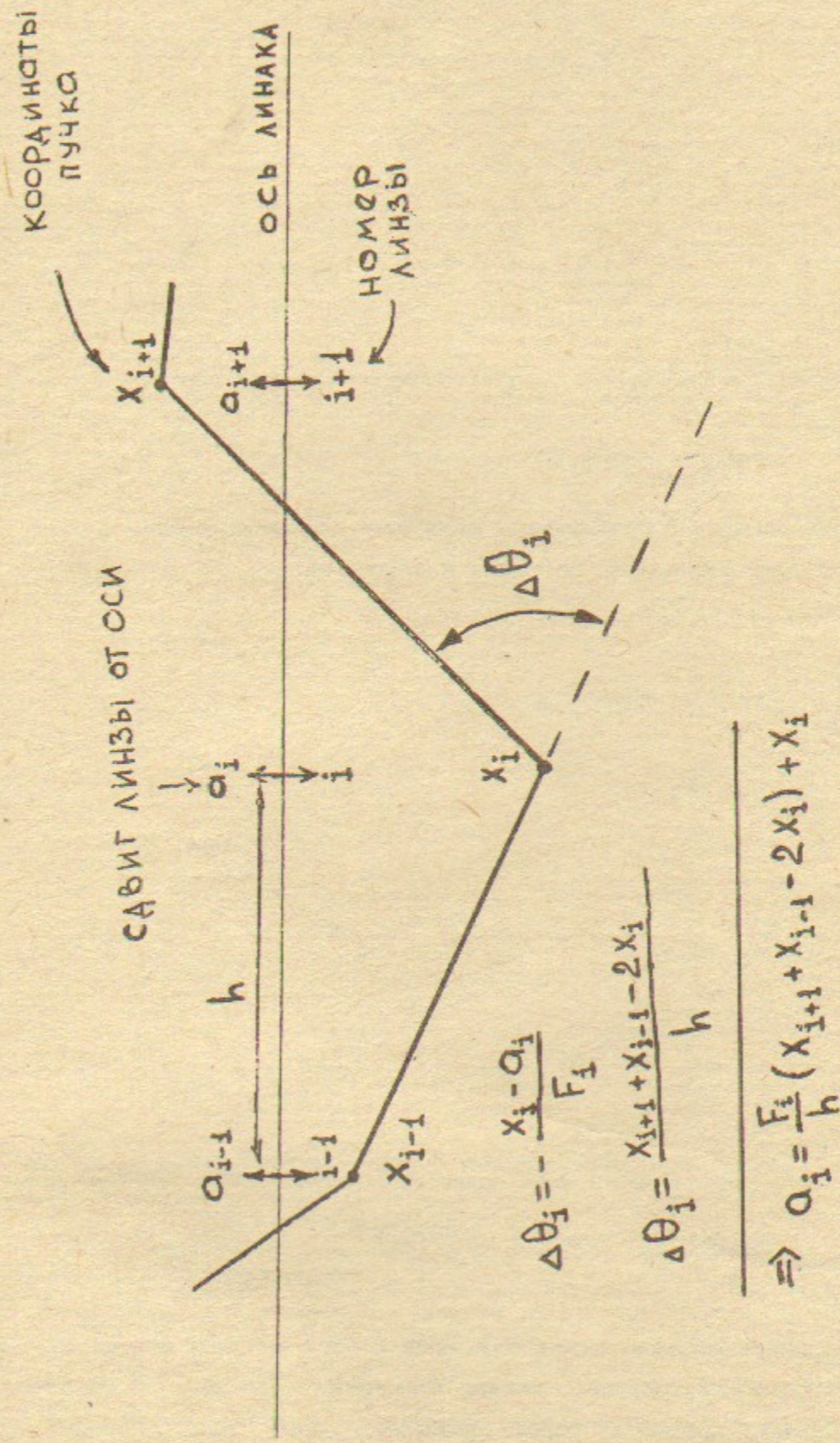


Рис. 2 Определение сдвига линзы по излому траектории пучка  $\Delta\theta_i$ .  
 $h$  - расстояние между линзами,  $F_i$  - фокусное расстояние.

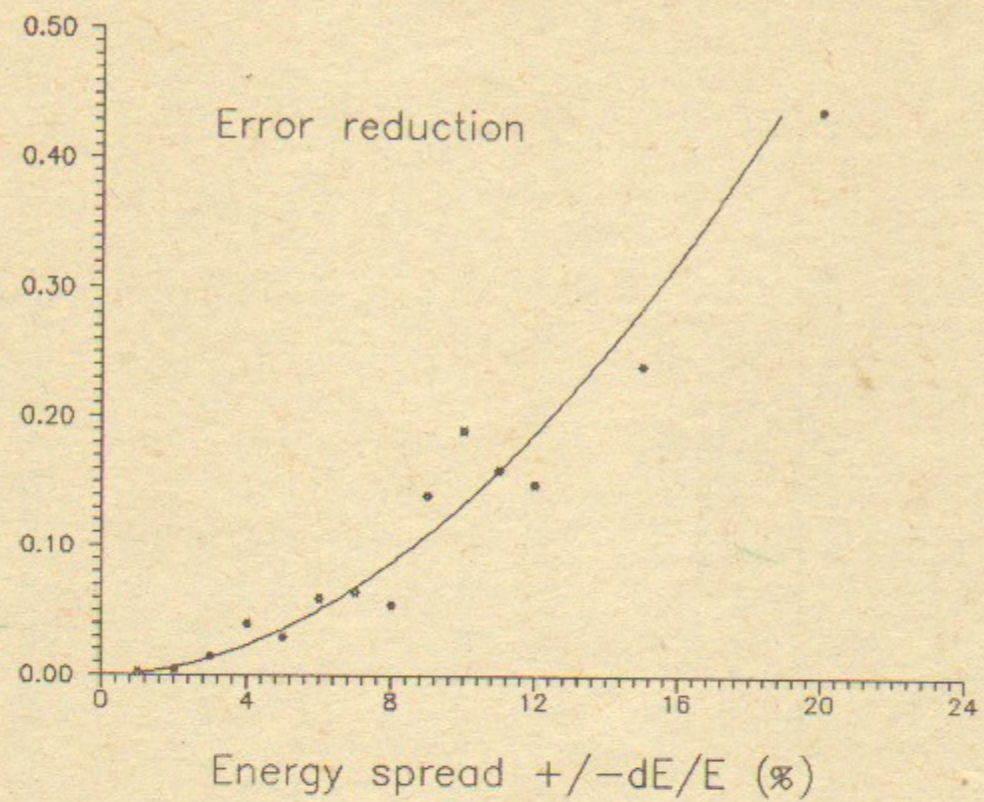


Рис. 3 Зависимость коэффициентов коррекции ошибок методом излома от энергетического разброса в пучке (неточность ДПП = 0).

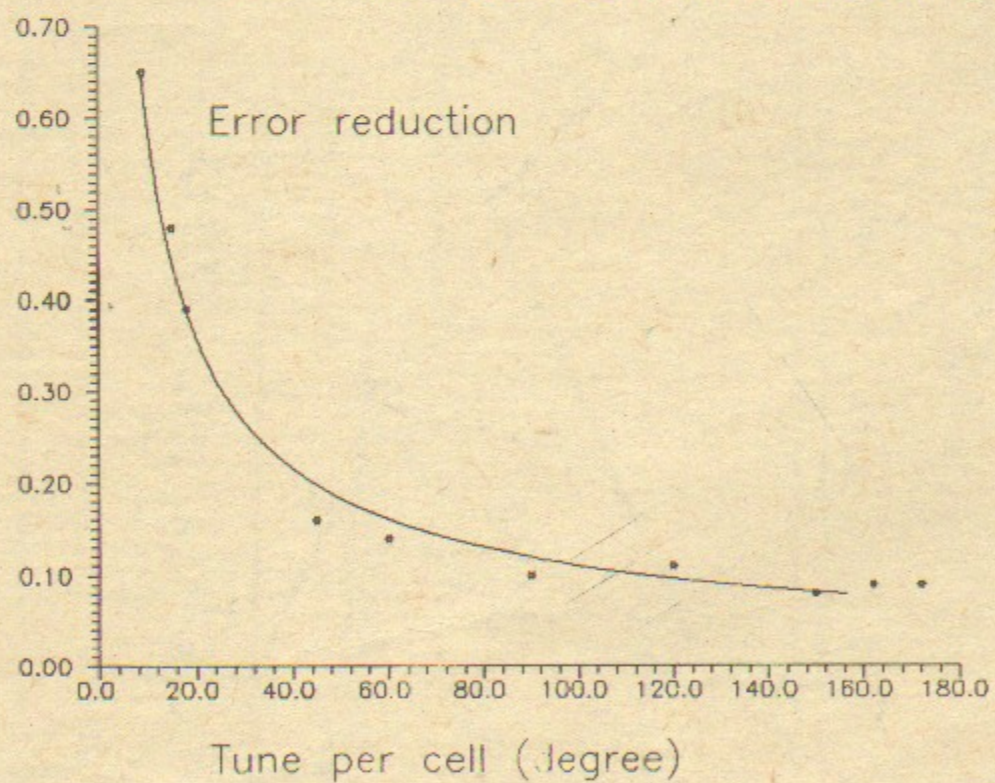


Рис. 4 Зависимость коэффициентов коррекции ошибок методом излома от жесткости фокусирующего канала (неточность ДПП равна 0.05 от среднеквадратичной ошибки установки линз, энергетический разброс отсутствует).

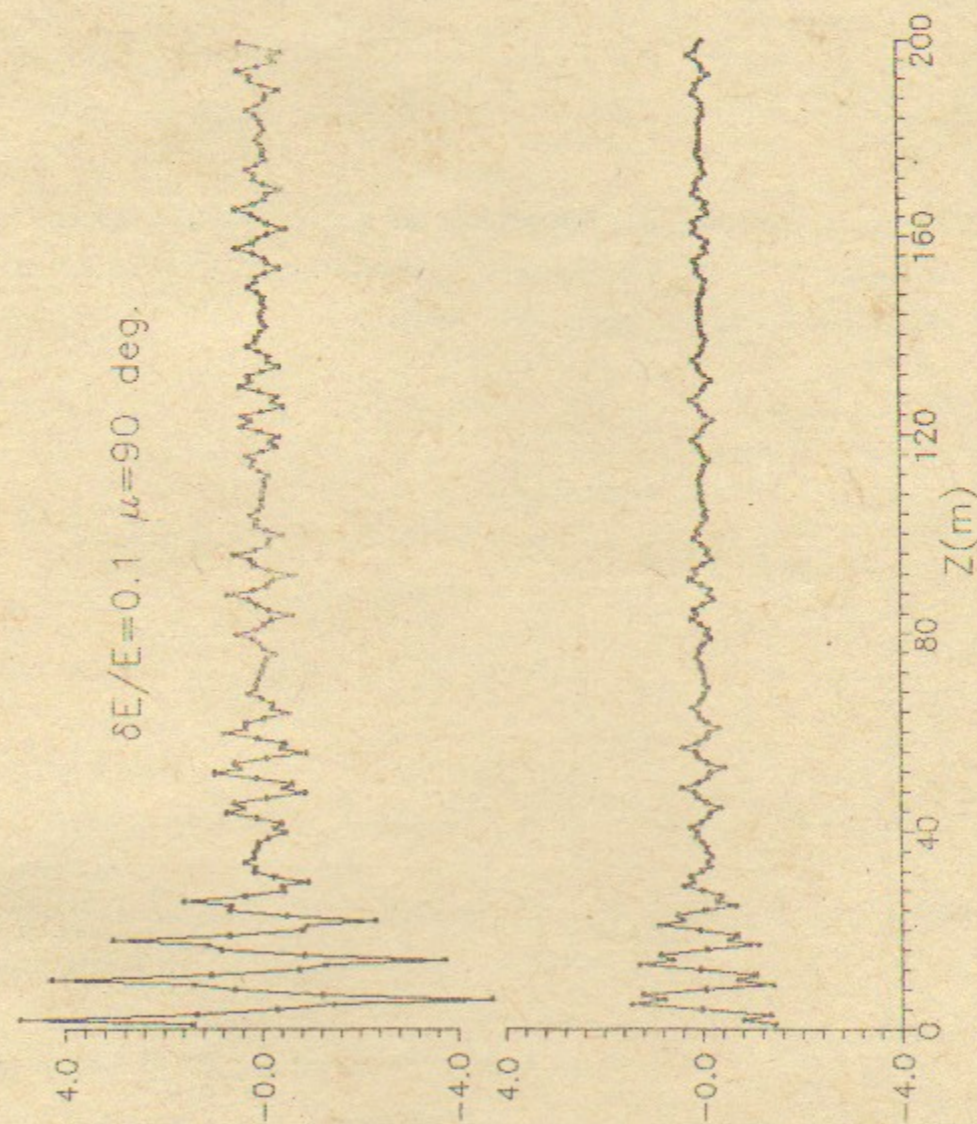


Рис. 5 функции Грина (отклик на единичное смещение линзы) для фокусирующей (вверху) и дефокусирующей линз в FODO структуре с  $\mu = 90^\circ$  и разбросом энергий в пучке  $\delta E/E = \pm 0.1$ .

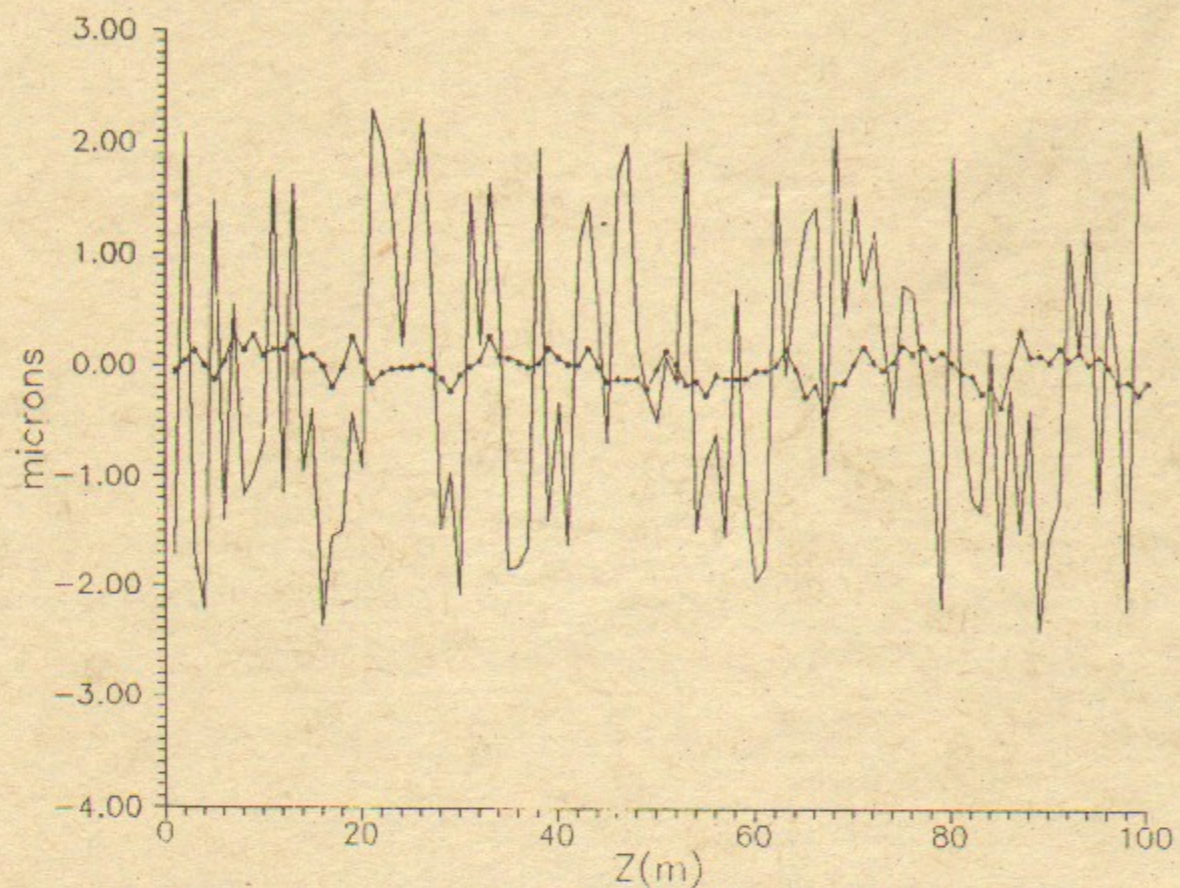


Рис. 6 Смещения линз на участке линака до и после корректировки MARAF методом ( $\mu=90^\circ$ ,  $\delta E/E=\pm 0.1$ , среднеквадратичная ошибка до коррекции 1 микрон, после 0.1 микрона).

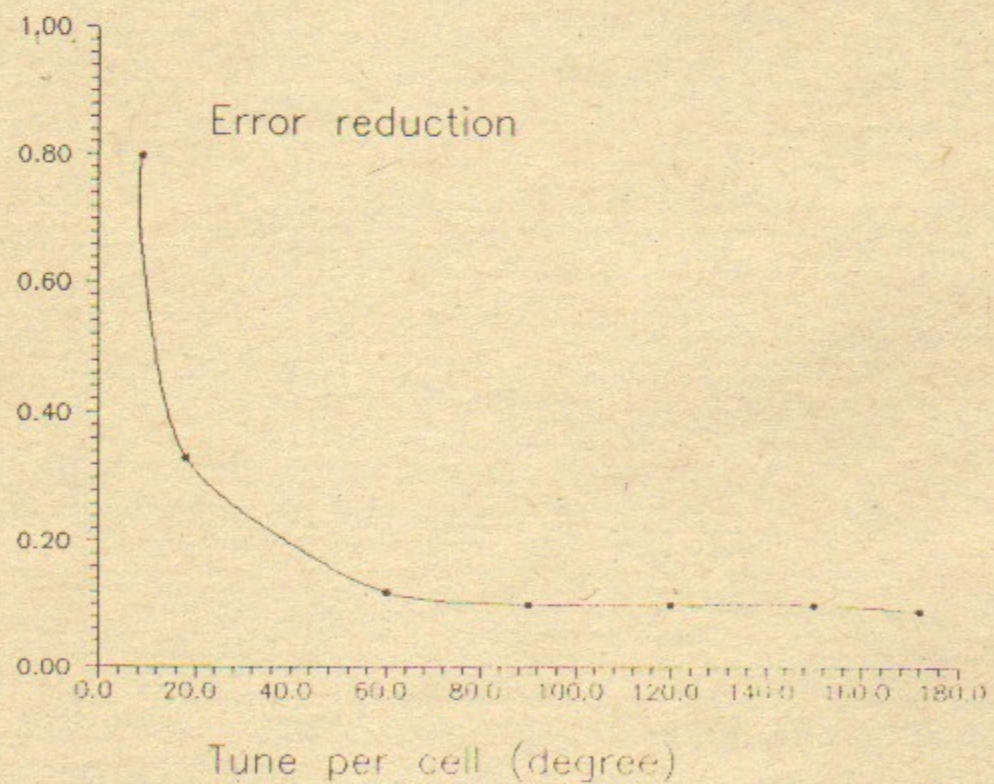


Рис. 7 Зависимость коэффициента коррекции ошибок MARAF методом от жесткости фокусирующего канала (неточность  $\mu$  равна 0.05 от среднеквадратичной ошибки установки линз, энергетический разброс 10%).

Шильцев В. Д.

ПРОБЛЕМЫ СОХРАНЕНИЯ ЭМИТТАНСА ПУЧКА В ЛИНЕЙНОМ КОЛЛАЙДЕРЕ ВЛЭПП

ПРЕПРИНТ 91-86

Ответственный за выпуск С. Г. Попов

Работа поступила 03.09.1991 г.

Подписано в печать 03.09.1991 г.

Формат бумаги 60x90 1/16.

Объем 2.8 печ. л., 0.7 уч.-изд. л.

Тираж 150 экз. Бесплатно. Заказ N 86.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г. Новосибирск 90.