

58

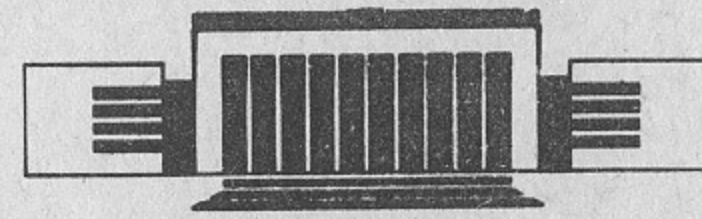


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
им. Г.И. Будкера СО РАН

Б.З. Персов

ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ
В КОНСТРУКЦИЯХ

ИЯФ 92-70



НОВОСИБИРСК

Динамические нагрузки в конструкциях

Б.З. Персов

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера
630090, Новосибирск 90, Россия

АННОТАЦИЯ

Настоящая работа продолжает серию "Рекомендации для конструкторов", в которой ранее вышли работы: Б.З. Персов "Учет тепловых нагрузок при конструировании"; Э.М. Трахтенберг "Вакуумные элементы электрофизических установок"; Б.З. Персов, Э.М. Трахтенберг "Конструирование электромагнитных устройств".

В работе изложены основные сведения по учету динамических нагрузок при конструировании. Рассмотрены общие вопросы, касающиеся свободных и вынужденных колебаний конструкций, приведены формулы, необходимые для определения наибольших деформаций и напряжений для большого числа встречающихся на практике случаев динамического нагружения.

Работа содержит примеры расчета, облегчающие понимание вопроса, и Приложение с данными по частотам собственных колебаний различных систем с сосредоточенной и распределенной массой и по пределам выносливости материалов.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Во многих случаях конструкции в работе испытывают воздействие всевозможных динамических нагрузок, тем или иным образом меняющихся со временем. Это могут быть, например, гармонически меняющиеся силы, силы в виде кратковременных импульсов, повторяющиеся с определенным периодом, и так далее. Оценка прочности и жесткости конструкций в этих условиях имеет свою специфику и может проводиться следующим образом.

Для каждого элемента конструкции составляется уравнение движения под действием приложенных к нему переменных нагрузок и из анализа этого уравнения определяется максимальная величина деформации этого элемента. Отметим, что в зависимости от динамических характеристик конструкции величина этой максимальной деформации может быть как много меньше, так и много больше деформации, вызываемой той же нагрузкой при ее статическом действии.

После этого методами теории сопротивления материалов определяется соответствующее найденной наибольшей деформации напряжение в материале рассматриваемого элемента конструкции, которое будет для него также наибольшим.

Сравнение полученных значений деформации и напряжения с допускаемыми для данного элемента позволяет судить о его работоспособности в данных условиях.

Этот путь, являясь вполне корректным и в принципе приемлемым во всех случаях, оказывается, тем не менее, не всегда удобным для конструкторской практики: вычисления часто бывают достаточно громоздкими, а иногда и сопряженными с чисто математическими сложностями. Поэтому в тех случаях, когда это возможно, расчет наибольших деформаций и напряжений может вестись по **КОЭФФИЦИЕНТУ ДИНАМИЧНОСТИ** по формулам:

$$x_{\max} = x_{\text{ст}} \cdot \nu \quad \text{и} \quad \sigma_{\max} = \sigma_{\text{ст}} \cdot \nu, \quad (1)$$

где: x_{\max} и σ_{\max} —наибольшие реальные деформация и напряжение в конструкции;

$x_{\text{ст}}$ и $\sigma_{\text{ст}}$ —деформация и напряжение в этой же конструкции при статическом приложении силы, равной амплитудному значению реальной переменной силы;

ν —коэффициент динамичности, зависящий от характера действия внешних сил и от динамических параметров конструкции.

Расчету конструкций на динамические воздействия посвящены многие работы, например, [1, 2], и для часто встречающихся случаев рекомендации будут даны ниже. Однако, предварительно необходимо ввести некоторые важные понятия и определения.

2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И СОБСТВЕННАЯ ЧАСТОТА

Рассмотрим простейшую, но, тем не менее, типичную для множества систем с одной степенью свободы схему (рис. 1): тело с массой m , кг закреплено на пружине с жесткостью c , Н/м. Массу пружины полагаем равной нулю.

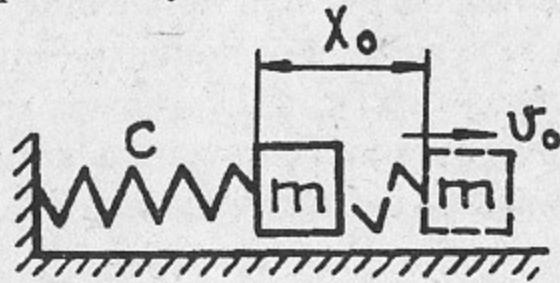


Рис. 1.

Если каким-либо образом нарушить состояние равновесия системы, а затем предоставить ее самой себе, то в ней начнется движение под действием восстанавливающих сил. Это движение описывается дифференциальным уравнением

$$mx'' + cx = 0,$$

которое после замены

$$p^2 = \frac{c}{m} \quad (2)$$

принимает вид

$$x'' + p^2x = 0. \quad (3)$$

Решение последнего уравнения

$$x = a \sin(p\tau + \varphi) \quad (4)$$

описывает гармонические колебания с амплитудой a и круговой (угловой, циклической) частотой p (рис. 2, а). Амплитуда a и начальная фаза φ

этих колебаний могут быть определены по формулам:

$$a = \left(x_0^2 + \frac{v_0^2}{p^2} \right)^{1/2} \quad \text{и} \quad \varphi = \arctg \frac{px_0}{v_0}, \quad (5)$$

где x_0 и v_0 —смещение и скорость тела m в начальный момент времени ($\tau = 0$).

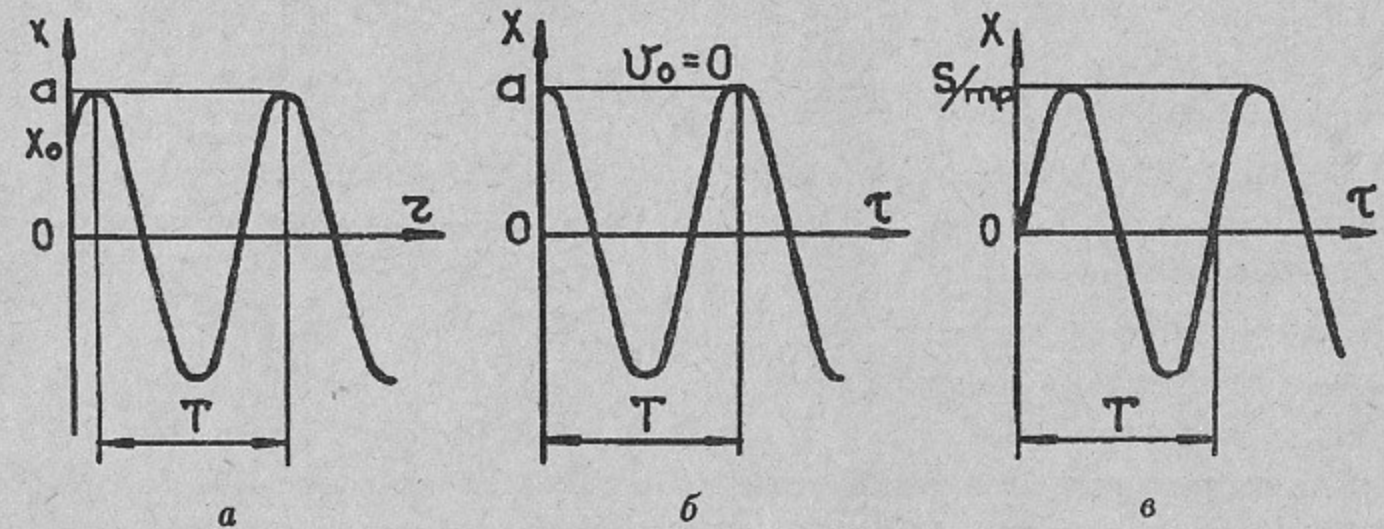


Рис. 2.

Соответственно решение уравнения (3) может быть записано в виде:

$$x = x_0 \cos p\tau + \frac{v_0}{p} \sin p\tau. \quad (6)$$

Характер колебательного движения, описываемого выражениями (4) и (6), определяется лишь свойствами самой системы— c и m —и начальными параметрами— x_0 и v_0 . Такие колебания называют **СВОБОДНЫМИ**, а их частота, зависящая только от собственных характеристик системы (выр.2), называется **СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТОЙ**. Колебания совершаются с периодом

$$T = \frac{2\pi}{p},$$

а число колебаний в 1 секунду составляет

$$n = \frac{1}{T} = \frac{p}{2\pi}.$$

Все характеристики процесса свободных колебаний, кроме частоты, существенно зависят от начальных условий. Если, например, тело (рис.

1) в начальный момент было оттянуто на некоторое расстояние a и отпущено, то

$$x_0 = a \text{ и } v_0 = 0,$$

и в соответствии с выражением (6)

$$x = a \cos p\tau,$$

как показано на рис. 2, б. Если же равновесие системы было нарушено вследствие мгновенного удара по телу, то начальные условия имеют вид

$$x_0 = 0, \quad v_0 = S/m,$$

где S —ударный импульс, $H \cdot c$ (второе из начальных условий получено на основе закона сохранения количества движения). В этом случае движение происходит по закону

$$x = x_{\max} \sin p\tau,$$

где $x_{\max} = \frac{S}{mp}$ (рис. 2, в).

Для вычисления собственных частот одномассовых систем, подобных изображенной на рис. 1, вместо выражения (2) можно пользоваться формулой

$$p = \sqrt{\frac{g}{x_{\text{ст}}}}, \quad (7)$$

где $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ —ускорение силы тяжести, $x_{\text{ст}}$ —статическое смещение груза под действием силы тяжести (для схемы, изображенной на рис. 1,—то перемещение конца пружины, которое произошло бы при действии силы веса mg вдоль оси пружины).

Для систем, совершающих угловые колебания, собственная частота определяется по формуле

$$p = \sqrt{\frac{c}{J}}, \quad (8)$$

где J —момент инерции груза относительно оси вращения.

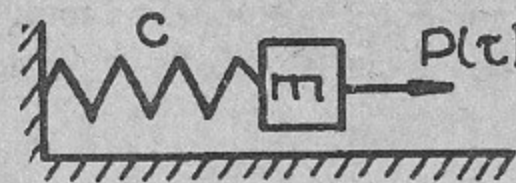
Отметим, что в полученном уравнении движения не учитываются неизбежные неупругие сопротивления (трение), в результате чего колебания получились незатухающими. Ниже этот вопрос будет частично рассмотрен, однако, следует иметь в виду, что влияние этих сопротивлений на собственную частоту, как правило, весьма мало.

Формулы для расчета собственных частот самых различных механических систем приводятся в литературе (например, в [1–5]), а для наиболее часто встречающихся в практике случаев приведены в Приложении.

3. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

ВЫНУЖДЕННЫМИ называют колебания, происходящие под действием заданных внешних сил (*силовое возмущение*) или заданных движений отдельных точек системы (*кинематическое возмущение*). Оба вида возмущения подробно рассматриваются в литературе, здесь же мы ограничимся случаем силового возбуждения колебаний.

Если к телу с массой m , соединенному с пружиной жесткости c (рис. 1), приложить меняющуюся со временем силу $P(\tau)$ (рис. 3), то дифференциальное уравнение (3) движения тела примет иной вид:



альное уравнение (3) движения тела примет иной вид:

$$x'' + p^2 x = \frac{P(\tau)}{m}. \quad (9)$$

Рис. 3.

Это неоднородное дифференциальное уравнение, решение которого состоит из общего решения однородного (не имеющего правой части) уравнения и одного из частных решений данного неоднородного уравнения. Можно показать [1], что для уравнения (9) таким решением может быть функция

$$x = x_0 \cos p\tau + \frac{v_0}{p} \sin p\tau + \frac{1}{mp} \int_0^\tau P(t) \sin p(\tau - t) dt. \quad (10)$$

В последнем выражении t —время, меняющееся в процессе интегрирования, в отличие от τ —фиксированного в данном случае момента времени, для которого вычисляется перемещение x . Первые два слагаемые в правой части выражения (10)—это свободные колебания, вызванные начальными возмущениями x_0 и v_0 , а третье—вынужденные колебания, являющиеся следствием действия силы $P(\tau)$.

При нулевых начальных условиях ($x_0 = 0$ и $v_0 = 0$) выражение (10) принимает вид:

$$x = \frac{1}{mp} \int_0^\tau P(t) \sin p(\tau - t) dt. \quad (10')$$

Последнюю же зависимость иногда удобнее использовать в виде:

$$x = \frac{P(\tau) - P(0) \cos p\tau}{c} - \frac{1}{c} \int_0^\tau P'(t) \cos p(\tau - t) dt, \quad (11)$$

что для случая $P(0) = 0$ дает:

$$x = x_c - \frac{1}{c} \int_0^{\tau} P'(t) \text{Cos} p(\tau - t) dt, \quad (11')$$

где $x_c = \frac{P(t)}{c}$ — переменное "статическое" перемещение, вычисляемое в предположении, что сил инерции нет.

4. ДЕЙСТВИЕ РАЗЛИЧНЫХ ВОЗМУЩАЮЩИХ СИЛ

ГАРМОНИЧЕСКАЯ СИЛА. Одним из наиболее распространенных на практике является случай изменения возмущающей силы по гармоническому закону:

$$P = P_0 \text{Sin} \omega \tau, \quad (12)$$

где P_0 и ω — амплитуда и круговая частота изменения силы.

Используя выражение (10'), получим описание колебательного процесса в этом случае в виде:

$$x = \frac{P_0}{m(p^2 - \omega^2)} \left(\text{Sin} \omega \tau - \frac{\omega}{p} \text{Sin} p \tau \right). \quad (13)$$

Таким образом, в данном случае возникают сложные колебания, состоящие из колебаний, происходящих с частотой возмущения ω (первое слагаемое в скобке), и колебаний с собственной частотой p (второе слагаемое).

Анализ выражения (13) приводит к выводу о незатухающем характере обеих составляющих результирующего колебания, тогда как реально колебания с собственной частотой p со временем затухают, а колебания с частотой возмущающей силы ω сохраняют постоянную амплитуду. Источник этой ошибки — тот факт, что при выводе зависимости (13) не учитывались присутствующие в любой системе силы неупругого сопротивления. Реальный процесс сложения колебаний в рассматриваемом случае показан на рис. 4. При этом рис 4,а относится к случаю $\omega > p$, рис. 4,б — к случаю $\omega < p$. Как видим, колебания с собственной частотой p быстро исчезают. Поэтому на практике, как правило, ограничиваются рассмотрением незатухающей, стационарной части решения

$$x = \frac{P_0}{m(p^2 - \omega^2)} \text{Sin} \omega \tau. \quad (14)$$

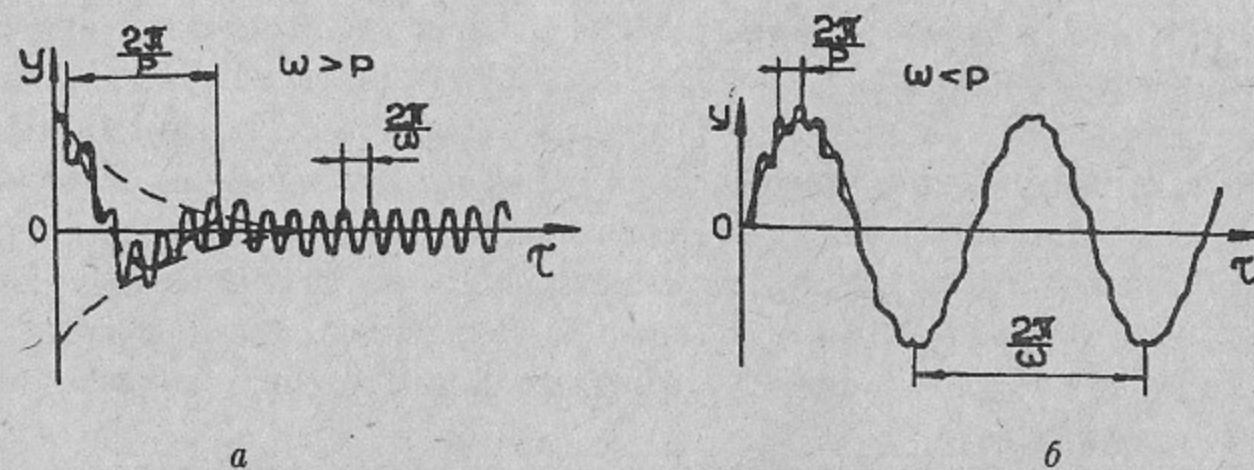


Рис. 4.

Учитывая, что $mp^2 = c$, а $\frac{P_0}{c} = x_{ст}$ — статическая деформация при приложении постоянной силы P_0 , получаем окончательно:

$$x = \frac{x_{ст}}{1 - (\omega^2/p^2)} \text{Sin} \omega \tau. \quad (14')$$

Выражения (14) и (14') позволяют сделать два важных вывода.

Во-первых, частота вынужденных колебаний равна частоте возмущающей силы, которая как бы "подчиняет" систему характеру своего изменения.

Во-вторых, амплитуда вынужденных колебаний равна:

$$a = \frac{x_{ст}}{|1 - (\omega^2/p^2)|}, \quad (15)$$

откуда коэффициент динамичности для случая действия гармонической силы оказывается равным

$$\nu = \frac{a}{x_{ст}} = \frac{1}{|1 - (\omega^2/p^2)|}. \quad (16)$$

Таким образом, коэффициент динамичности зависит лишь от отношения ω/p . Графически эта зависимость представлена на рис. 5. Видно, что

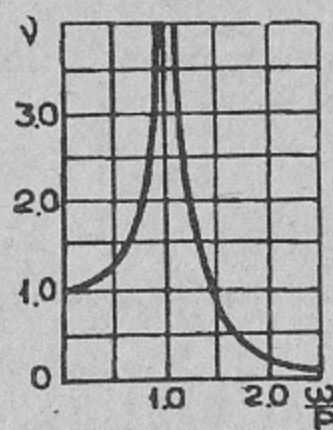


Рис. 5.

при малых частотах возмущающей силы коэффициент динамичности ν мало отличается от единицы, однако, с ростом ω он быстро увеличивается, стремясь к бесконечности при $\omega/p = 1$ ("резонанс"). И хотя реально из-за наличия сил неупругого сопротивления амплитуда вынужденных колебаний и не достигает бесконечно больших значений, она, как правило, бывает достаточно большой, чтобы состояние резонанса считать опасным для конструкции.

При дальнейшем увеличении частоты возмущающей силы ω амплитуды становятся конечными, и при $\omega/p = \sqrt{2}$ динамический эффект сравнивается со статическим ($\nu = 1$). Дальнейший рост отношения ω/p приводит к тому, что динамическое действие внешней силы оказывается меньше соответствующего статического. Наконец, при достаточно больших значениях ω/p коэффициент динамичности становится весьма малым. Это говорит о том, что низкочастотная исследуемая конструкция "не успевает" реагировать на быстрые изменения высокочастотной возмущающей силы.

КРАТКОВРЕМЕННАЯ ПОСТОЯННАЯ СИЛА ("ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ИМПУЛЬС"). Если время действия такой силы (рис. 6, а) меньше

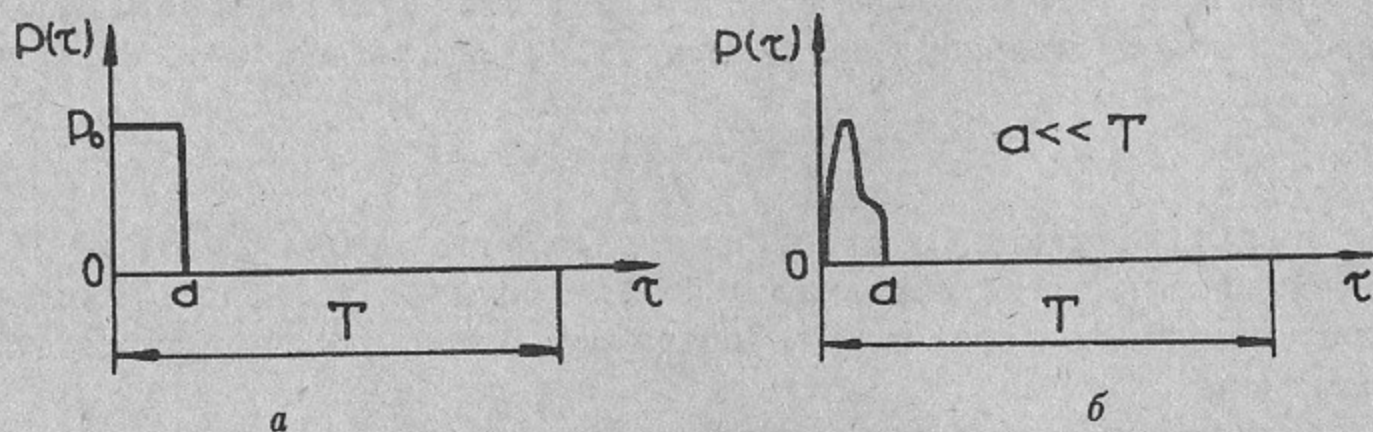


Рис. 6.

полупериода свободных колебаний системы (то есть $a < T/2$), то после исчезновения силы (при $\tau > a$) происходят колебания по закону [1, 4]

$$x = \frac{2P_0}{c} \sin \frac{\pi a}{T} \sin p\tau. \quad (17)$$

Амплитуда этих колебаний равна

$$x_{\max} = \frac{2P_0}{c} \sin \frac{\pi a}{T}, \quad (18)$$

где P_0/c —деформация системы при статическом приложении силы P_0 — $x_{\text{ст}}$. Тогда

$$x_{\max} = 2x_{\text{ст}} \sin \frac{\pi a}{T}, \quad (18')$$

а коэффициент динамичности при действии единичной кратковременной силы оказывается равным

$$\nu = 2 \sin \frac{\pi a}{T}. \quad (19)$$

При $a = T/2$ $\nu = \nu_{\max} = 2$, то есть наибольшие динамические деформации и напряжения в конструкции в рассматриваемом случае могут превышать соответствующие статические значения не более, чем вдвое.

Если же время действия однократно приложенной силы много меньше полупериода свободных колебаний системы (то есть $a \ll T/2$ —рис. 6, б), то в этом случае [1]

$$x \approx \frac{1}{mp} \int_0^a P(\tau) d\tau \cdot \sin p\tau. \quad (20)$$

Учитывая, что $\int_0^a P(\tau) d\tau = S$ —импульс силы $P(\tau)$ за время a ее действия, получим

$$x \approx \frac{S}{mp} \sin p\tau. \quad (20')$$

Таким образом, в случае действия однократно приложенной кратковременной ($a \ll T/2$) силы поведение системы после прекращения действия силы определяется лишь импульсом S силы, а характер ее изменения за время a ее действия не имеет значения. Максимальное же отклонение системы от положения равновесия в результате такого воздействия составит

$$x_{\max} = \frac{S}{mp}. \quad (20'')$$

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ КРАТКОВРЕМЕННЫЕ ИМПУЛЬСЫ. Достаточно распространенным в практике случаем является воздействие на конструкцию повторяющихся с периодом T очень коротких (время действия много меньше T) импульсов (рис. 7, а). Рассмотрев один из пери-

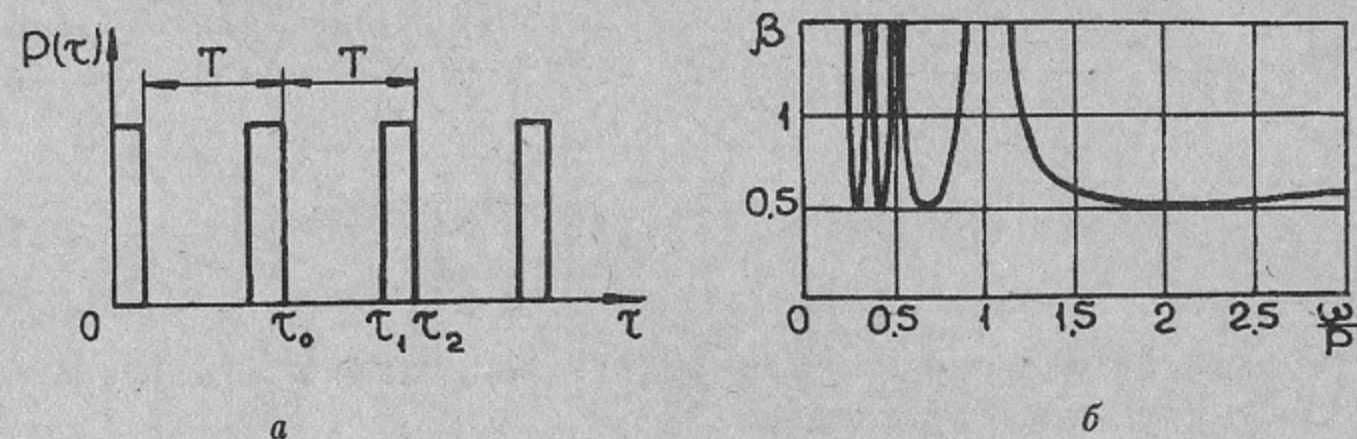


Рис. 7.

одов T сначала в момент окончания предыдущего импульса (момент τ_0), а затем в моменты начала (τ_1) и конца (τ_2) последующего импульса (подробный вывод приведен в [1]), можем получить закон движения системы в виде (произведя замену $T = 2\pi/\omega$):

$$x = \frac{S}{2mp} \left(\text{Sin} p\tau + \text{Ctg} \frac{\pi p}{\omega} \text{Cos} p\tau \right), \quad (21)$$

где S —импульс силы. Амплитуда колебаний определяется выражением:

$$x_{\max} = \frac{S}{2mp} \sqrt{1 + \text{Ctg}^2 \frac{\pi p}{\omega}} = \frac{S}{2mp |\text{Sin}(\pi p/\omega)|}. \quad (22)$$

В полученном выражении $\frac{S}{mp}$ есть наибольшая деформация конструкции от одиночного импульса, а множитель при этой величине $\frac{1}{2|\text{Sin}(\pi p/\omega)|}$ характеризует влияние повторных импульсов и может быть назван *коэффициентом повторности*:

$$\beta = \frac{1}{2|\text{Sin}(\pi p/\omega)|}. \quad (23)$$

Зависимость коэффициента повторности β от отношения частот ω/p показана на рис. 7,б. При совпадающих ($\omega = p$) или кратных ($p = n\omega$, где $n = 1, 2, \dots$) частотах возникают резонансы, при $p < \omega$ резонансы отсутствуют.

"ЕДИНИЧНЫЙ ТОЛЧОК". Если в момент τ_0 внезапно возникает

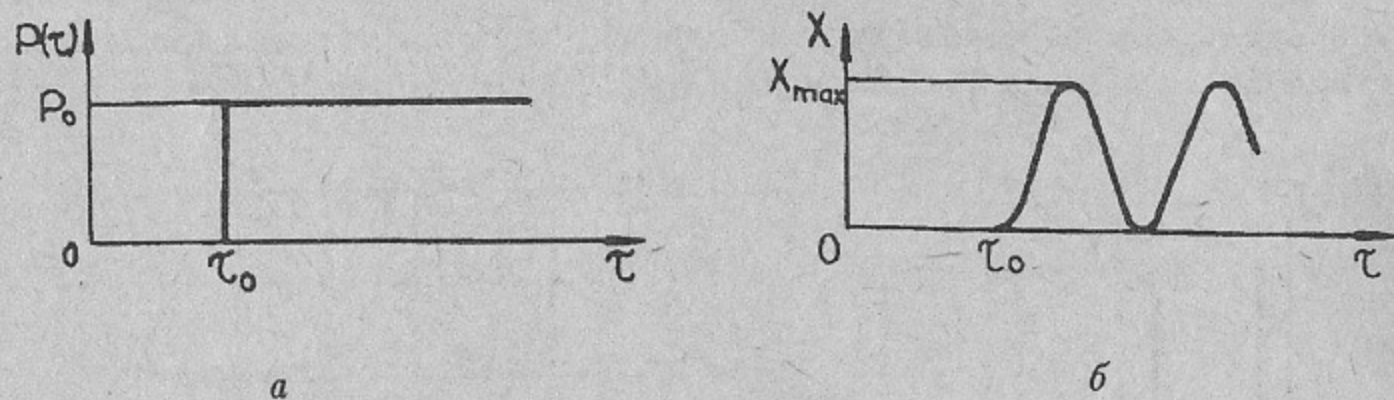


Рис. 8.

остающаяся затем неизменной сила P_0 (рис. 8,а), то при $\tau > \tau_0$ движение системы описывается уравнением

$$x = \frac{P_0}{c} [1 - \text{Cos} p(\tau - \tau_0)]. \quad (24)$$

Эта зависимость графически представлена на рис. 8,б. При статической деформации конструкции под действием силы P_0

$$x_{\text{ст}} = \frac{P_0}{c}$$

наибольшее отклонение от положения равновесия в соответствии с выражением (24)

$$x_{\max} = 2 \frac{P_0}{c} = 2x_{\text{ст}}.$$

Следовательно, для рассматриваемого случая коэффициент динамичности $\nu = 2$.

БИЕНИЯ. Возможен случай одновременного действия на систему двух гармонически меняющихся сил. Для определения суммарного эффекта в линейных системах с одной степенью свободы может быть использован принцип суперпозиции—сложения эффектов, вызываемых каждой силой в отдельности. Так, возмущающая сила

$$P = P_1 \text{Sin} \omega_1 \tau + P_2 \text{Sin} \omega_2 \tau$$

вызовет колебания, описываемые уравнением

$$x = a_1 \text{Sin} \omega_1 \tau + a_2 \text{Sin} \omega_2 \tau, \quad (25)$$

где в соответствии с выражением (15)

$$a_1 = \frac{P_1}{c |1 - (\omega_1^2/p^2)|} \text{ и } a_2 = \frac{P_2}{c |1 - (\omega_2^2/p^2)|}. \quad (26)$$

Если частота ω_1 и ω_2 различаются незначительно, возникают специфические колебания с медленно меняющейся во времени амплитудой, называемые *биениями* (рис. 9). Записав выражение (25) в виде

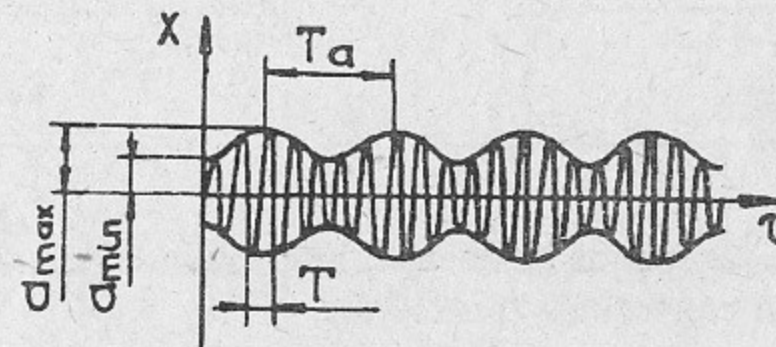


Рис. 9.

$$x = a \sin \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \tau + \alpha \right), \quad (27)$$

где амплитуда колебаний равна:

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)\tau}, \quad (27')$$

а сдвиг фаз составляет

$$\alpha = \arctg \left[\frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} \operatorname{Ctg} \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau \right], \quad (27'')$$

видим, что результирующие колебания происходят с частотой $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, а их амплитуда меняется от $a_{\min} = a_1 - a_2$ до $a_{\max} = a_1 + a_2$. Период биений (то есть период изменения амплитуды a) равен

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2},$$

что при малой разности частот $\omega_1 - \omega_2$ существенно превышает период вынужденных колебаний системы

$$T = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}.$$

ЛИНЕЙНО ВОЗРАСТАЮЩАЯ СИЛА. При действии на систему силы, меняющейся по линейному закону (рис. 10, а),

$$P(\tau) = \alpha\tau$$

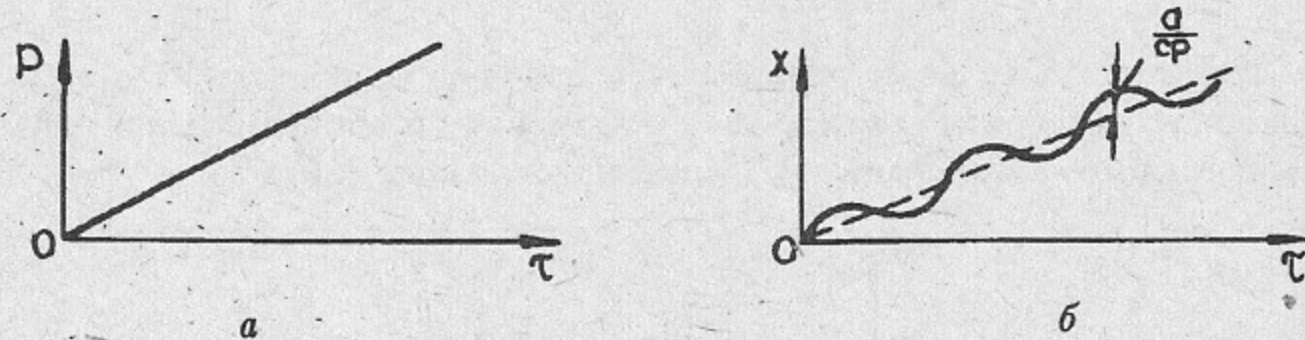


Рис. 10.

система совершает сложное движение, представляющее собой сумму линейной функции и синусоиды (рис. 10, б):

$$x = \frac{\alpha\tau}{c} + \frac{\alpha}{c\beta} \sin\beta\tau. \quad (28)$$

При этом дополнительное синусоидальное колебание тем значительнее, чем больше скорость нарастания силы P (то есть чем больше α).

Без особых комментариев приведем еще ряд встречающихся на практике случаев периодического и непериодического силового воздействия на систему с одной степенью свободы.

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО РАСТУЩАЯ СИЛА (рис. 11, а). Движение в системе под действием силы

$$P(\tau) = P_0(1 - e^{-\alpha\tau}) \quad (29)$$

происходит по закону [4]

$$x = x_{\text{ст}} \left[1 - \frac{e^{-\alpha\tau}}{1 + \beta^2} - \frac{\beta}{1 + \beta^2} (\sin\beta\tau + \beta\cos\beta\tau) \right], \quad (29')$$

где $\beta = \alpha/p$, а $x_{\text{ст}} = P_0/c$ — статическая деформация системы при стационарном действии силы P_0 .

ПОЛУСИНУСОИДАЛЬНЫЙ ИМПУЛЬС СИЛЫ (рис. 11, б). Сила изменяется по закону

$$P(\tau) = P_0 \sin \frac{\pi\tau}{\tau_0}, \quad (30)$$

а перемещение в системе во время действия силы (при $0 < \tau < \tau_0$) — согласно уравнению [4]

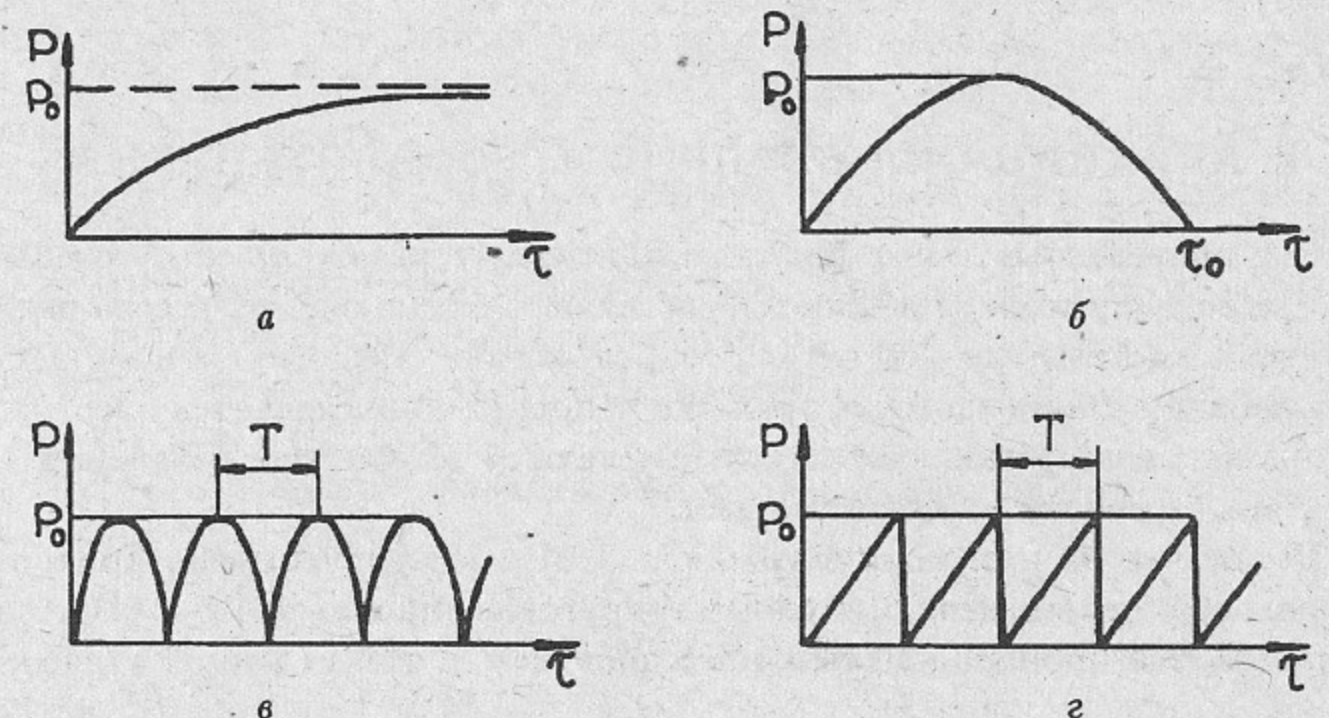


Рис. 11.

$$x = x_{ст} \left[\frac{4\tau(\tau_0 - \tau)}{\tau_0^2} + \frac{8}{p^2\tau_0^2} (1 + \text{Cos}p\tau) - \frac{4}{p^2\tau_0^2} \text{Sin}p\tau \right], \quad (30')$$

где, как и прежде, $x_{ст} = \frac{P_0}{c}$ — условная статическая деформация.

СИЛА В ВИДЕ ВЫПРЯМЛЕННОЙ СИНУСОИДЫ (рис. 11, в). При действии на систему силы

$$P = P_0 |\text{Sin}\omega\tau| \quad (31)$$

с периодом $T = \frac{2\pi}{\omega}$ деформация системы определяется уравнением [4]

$$x = x_{ст} \frac{1}{1 - (\omega^2/p^2)} \left[\text{Sin}\omega\tau - \frac{\omega}{p} \left(\text{Sin}p\tau + \text{Ctg} \frac{\pi p}{2\omega} \text{Cos}p\tau \right) \right], \quad (31')$$

где $x_{ст} = \frac{P_0}{c}$.

ПИЛООБРАЗНО МЕНЯЮЩАЯСЯ СИЛА (рис. 11, г). Закон изменения такой силы имеет вид

$$P = P_0 \frac{\tau}{T}, \quad (32)$$

а перемещение описывается выражением [4]:

$$x = x_{ст} \left(\frac{2\tau}{T} + \text{Cos}p\tau - \text{Ctg} \frac{pT}{2} \text{Sin}p\tau \right) \quad (32')$$

при $x_{ст} = \frac{P_0}{c}$.

5. О ВЛИЯНИИ СИЛ НЕУПРУГОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Все приведенные выше формулы описывают *незатухающие* колебания, то есть в них не учитывается рассеяние энергии за счет всегда имеющих в системе сил неупругого сопротивления. Реально же в процессе колебаний на преодоление этих сил непрерывно расходуется энергия, ее общий запас уменьшается и уменьшаются амплитуды колебаний — колебания становятся *затухающими*.

В отличие от входящих в уравнения (3) и (9) упругих сил, пропорциональных перемещению x , силы неупругого сопротивления R обычно принимаются пропорциональными скорости x' в той или иной степени r :

$$R = kx'|x'|^{r-1}. \quad (33)$$

Как правило, это силы *внутреннего* (в материале или в сочленениях системы) или *внешнего* (в опорах или в среде, где происходят колебания) трения. Особенно значительное трение развивается в *демпферах* (поглотителях колебаний), при необходимости специально вводимых в механическую систему для подавления колебаний. Зависимости сил R от скорости при различных значениях r показаны на рис. 12.

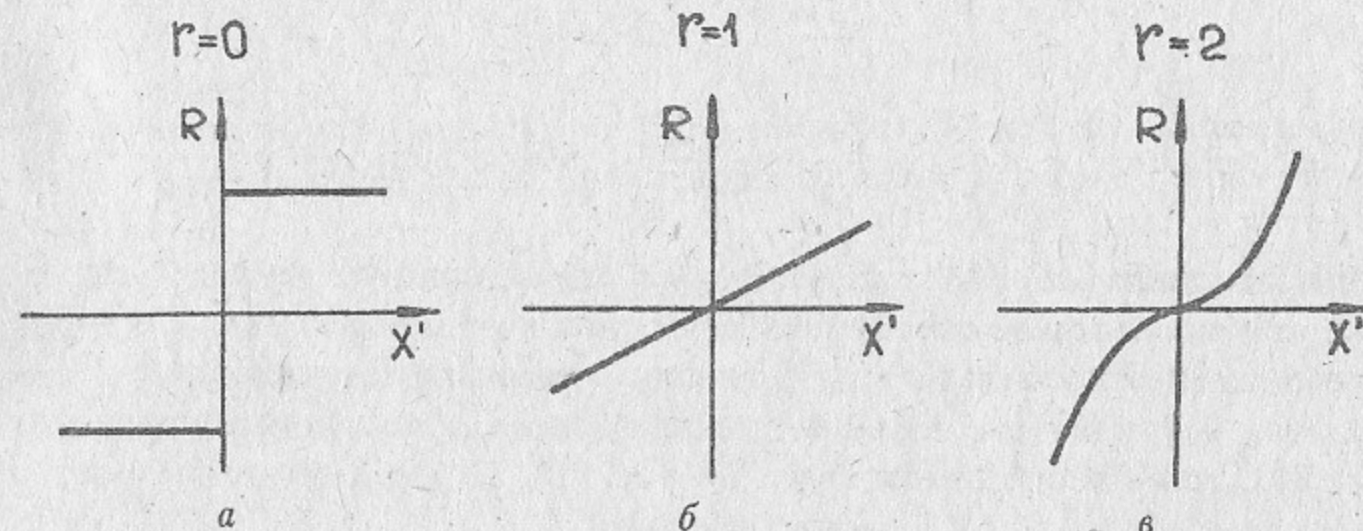


Рис. 12.

При $r = 0$ (рис. 12, а) имеет место сухое (*кулоново*) трение. Сила трения в этом случае постоянна по величине и меняет знак при изменении направления движения. Случай $r = 1$ соответствует *вязкому сопротивлению*, когда сила линейно зависит от скорости (рис. 12, б). Для осуществления более эффективного демпфирования могут создаваться амортизаторы с более сильной, чем линейная, зависимостью силы сопротивления от скорости, например, $r = 2$ на рис 12, в. Вопросы, связанные с проектированием различных демпфирующих устройств, разобраны, в частности, в [3].

Влияние сил неупругого сопротивления на характер колебательных процессов покажем на примере колебаний с вязким сопротивлением (подробно эти вопросы для различных зависимостей $R = R(x')$ рассмотрены, например, в [1, 4]).

Дифференциальное уравнение свободных колебаний системы с вязким сопротивлением имеет вид:

$$mx'' + kx' + cx = 0,$$

или—после замены $\frac{c}{m} = p^2$ и $\frac{k}{2m} = n$ —

$$x'' + 2nx' + p^2x = 0. \quad (34)$$

Последнее выражение отличается от уравнения (3) только наличием второго слагаемого, которое и учитывает присутствие в системе сил вязкого сопротивления. Решение уравнения (34) при $p^2 > n^2$ (что обычно имеет место) может быть представлено в виде

$$x = ae^{-n\tau} \text{Sin}(p_1\tau + \varphi), \quad (35)$$

где

$$p_1 = \sqrt{p^2 - n^2}, \quad a = \left[x_0^2 + \frac{(v_0 + nx_0^2)^2}{p^2 - n^2} \right]^{1/2} \quad \text{и} \quad \varphi = \text{arctg} \frac{x_0 \sqrt{p^2 - n^2}}{v_0 + nx_0}. \quad (36)$$

В выражениях (34)–(36) коэффициент n характеризует вязкость системы; при $n = 0$ вязкое сопротивление отсутствует и выражения (34)–(36) превращается в соответствующие выражения для незатухающих свободных колебаний (3)–(5). Колебательный процесс, описываемый уравнением (35), графически представлен на рис. 13. Колебания происходят с периодом

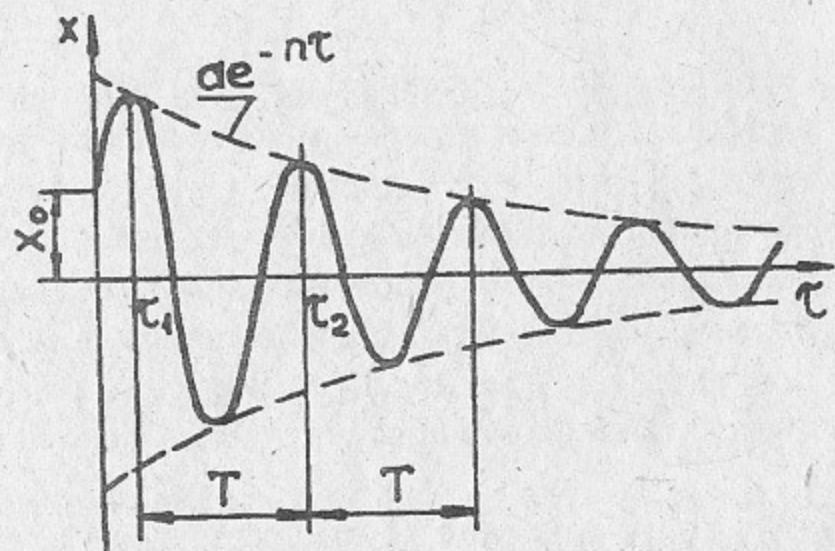


Рис. 13.

$$T = \frac{2\pi}{p_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{p^2 - n^2}}, \quad (37)$$

причем следует иметь в виду условность термина "период", так как в данном случае процесс периодическим, строго говоря, не является. Амплитуда колебаний со временем уменьшается, и член $ae^{-n\tau}$ в выражении (35) представляет собой верхнюю огибающую кривой затухающих колебаний. Отметим также, что круговая частота колебаний $p_1 = \sqrt{p^2 - n^2}$ в большинстве случаев весьма близка к частоте p недемпфированной системы.

Отношение двух последовательных амплитуд в течение процесса остается постоянным

$$\frac{a_i}{a_{i+1}} = \frac{ae^{-n\tau_i}}{ae^{-n(\tau_i+T)}} = e^{nT}.$$

Величина

$$\delta = nT = \ln \frac{a_i}{a_{i+1}} \quad (38)$$

называется *логарифмическим декрементом колебаний* и является характеристикой демпфирующих свойств материала при данном виде деформации [14].

Следует иметь в виду, что даже небольшое вязкое сопротивление, практически не влияющее на частоту, интенсивно гасит колебания. Так, при отношении последовательных амплитуд 1.2 уже после 20 периодов колебаний амплитуда составит лишь

$$\frac{a}{1.2^{20}} = 0.026a,$$

где a — начальная амплитуда. При этом собственная частота колебаний практически не отличается от собственной частоты p недемпфированной системы:

$$p_1 = \sqrt{p^2 - n^2} = \sqrt{p^2 - \left(\frac{\delta}{T}\right)^2} = \sqrt{p^2 - \frac{\delta^2 p_1^2}{4\pi^2}},$$

откуда

$$p_1 = \frac{p}{\sqrt{1 + (\delta/2\pi)^2}} = \frac{p}{\sqrt{1 + (\ln 1.2/2\pi)^2}} = 0.9996p.$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний системы с вязким сопротивлением отличается от соответствующего уравнения (9) для недемпфированной системы, как и в случае свободных колебаний, наличием члена $2nx'$:

$$x'' + 2nx' + p^2x = \frac{P(\tau)}{m}. \quad (39)$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$x = \frac{1}{mp_1} \int_0^\tau P(t) e^{-n(\tau-t)} \text{Sin} p_1(\tau-t) dt \quad (40)$$

и при отсутствии сопротивления (то есть при $n = 0$) переходит в выражение (10') для недемпфированной системы.

Формула (40) применима при любом законе изменения силы $P(\tau)$. В частности, для распространенного случая гармонической возмущающей силы

$$P(\tau) = P_0 \sin \omega \tau$$

решение имеет вид

$$x = a \sin(\omega \tau - \gamma), \quad (41)$$

где

$$a = \frac{x_{ст}}{\sqrt{(1 - (\omega^2/p^2))^2 + 4\omega^2 n^2/p^4}} \text{ и } \gamma = \frac{2\omega n}{p^2 - \omega^2}. \quad (42)$$

Здесь, как и прежде, $x_{ст} = P_0/c = P_0/m p^2$ — статическая деформация при постоянно приложенной силе P_0 .

Вводя, как и раньше, коэффициент динамичности, получим:

$$\nu = \frac{a}{x_{ст}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - (\omega^2/p^2))^2 + 4\omega^2 n^2/p^4}}. \quad (43)$$

Полученный результат позволяет отметить два важных обстоятельства.

Во-первых, коэффициент динамичности существенно зависит от сил сопротивления, уменьшаясь при их увеличении (то есть с ростом коэффициента затухания n).

Во-вторых, при резонансе ($\omega = p$) он не обращается в бесконечность, а становится равным $\nu_p = p/2n$. Зависимость $\nu = \nu(\omega/p)$ графически представлена на рис. 14. Видно, что максимум динамического коэффициента несколько смещен от абсциссы $\omega/p = 1$. Но смещение это невелико, и приближенно можно определять ν_{max} при $\omega/p = 1$, то есть полагать, что

$$\nu_{max} \approx \nu_p = \frac{p}{2n}. \quad (44)$$

Кроме того, из графиков следует, что влияние сил вязкого сопротивления существенно лишь в близкой к резонансу области. Поэтому вдали от резонанса можно пользоваться простыми решениями, не учитывающими вязкого сопротивления (выражение 16 и рис. 5), а во всей околорезонансной области принимать $\nu = \nu_{max}$.

Наличие в системе сил вязкого сопротивления существенно влияет и

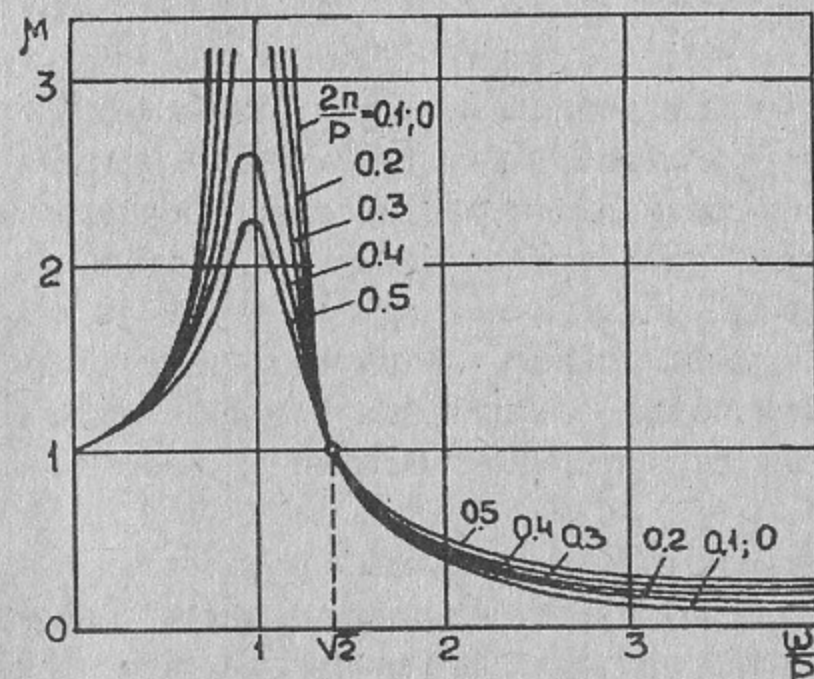


Рис. 14.

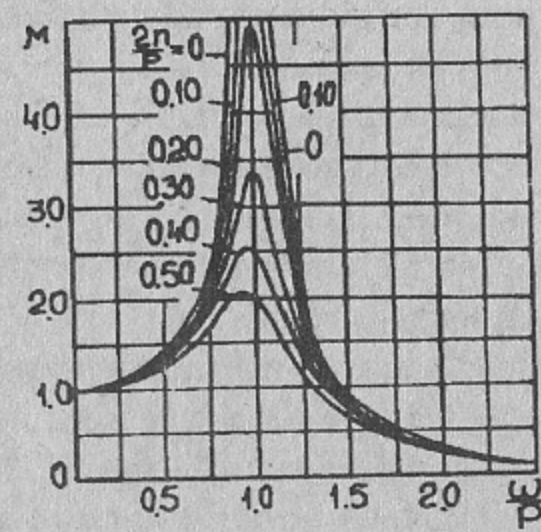


Рис. 15.

на величину силы, передаваемой при колебаниях на основание. Можно показать [1], что в рассматриваемом случае наибольшая передаваемая основанию сила составляет

$$N_{max} = \nu P_0 \sqrt{1 + \frac{4n^2 \omega^2}{p^4}} = \mu P_0,$$

где величина μ называется коэффициентом передачи силы и равна

$$\mu = \nu \sqrt{1 + \frac{4n^2 \omega^2}{p^4}}. \quad (45)$$

Для недемпфированной системы ($n = 0$) коэффициент передачи силы μ равен коэффициенту динамичности ν .

Зависимость коэффициента передачи силы μ от отношения частот ω/p показана на рис. 15. Все кривые, соответствующие различным значениям $2n/p$, проходят через одну и ту же точку $\omega/p = \sqrt{2}$. При $\omega/p < \sqrt{2}$ коэффициент передачи силы μ с увеличением демпфирования уменьшается, и, таким образом, в этой области демпфирование полезно (с точки зрения сил, действующих на основание). В зоне же $\omega/p > \sqrt{2}$ силы, передаваемые основанию, с усилением демпфирования растут. Последний эффект объясняется тем, что силы вязкого сопротивления пропорциональны скорости перемещения, которая с ростом частоты возбуждения может достигать относительно больших величин.

6. О СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Все изложенное выше относилось к системам с сосредоточенными параметрами, в которых одна или несколько масс расположены в заданных точках системы, а упругие связи, соединяющие эти массы с основанием, собственной массой не обладают. Такое приближение, с одной стороны, значительно упрощает процесс вычислений, а с другой—оказывается вполне приемлемым и с точки зрения точности во всех случаях, когда сосредоточенные массы существенно превышают массу упругих связей. Именно к таким системам относятся данные по собственным частотам, приведенные в Приложении П1.

Тем не менее, все реальные системы—это системы с распределенными параметрами, и пренебрежение в процессе их анализа массой упругих связей во многих случаях может приводить к недопустимо большим погрешностям.

Основное отличие систем с распределенной массой от рассмотренных выше состоит в наличии у них бесконечного числа собственных частот и форм колебаний. В результате при определении собственных частот колебаний таких систем вместо обыкновенных дифференциальных уравнений приходится иметь дело с дифференциальными уравнениями в частных производных и, кроме *начальных параметров* (начальные смещения и скорости), учитывать *граничные условия*, описывающие характер закрепления. В Приложениях П2–П7 приведены рассчитанные таким образом собственные частоты колебаний различных элементов конструкций с равномерно распределенной массой. Для анализа же вынужденных колебаний систем с распределенными параметрами приемлемы те же методы, которые использовались для систем с сосредоточенными массами. Это относится и к способам определения наибольших деформаций и напряжений.

7. ПРОЧНОСТЬ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

В предыдущих разделах описаны методы, позволяющие для различных случаев динамического нагружения определять наибольшие возникающие в конструкциях деформации и напряжения. Оценка же работоспособности конструкции предполагает сравнение этих *рабочих* напряжений с *допускаемыми* напряжениями для выбранных материалов в рассматриваемом динамическом режиме работы. Следует иметь в виду, что при

определении допускаемых напряжений для материалов при переменных нагрузках должны учитываться следующие важные обстоятельства.

Во-первых, при повторно-переменном нагружении разрушение деталей наступает при меньших напряжениях, чем при нагрузках статических.

Во-вторых, чем больше циклов изменения напряжения должна отработать конструкция, тем меньшее напряжение в ее деталях может допускаться. Это обстоятельство иллюстрируется типичной *кривой усталости* материала (рис. 16), которая дает зависимость числа циклов работы

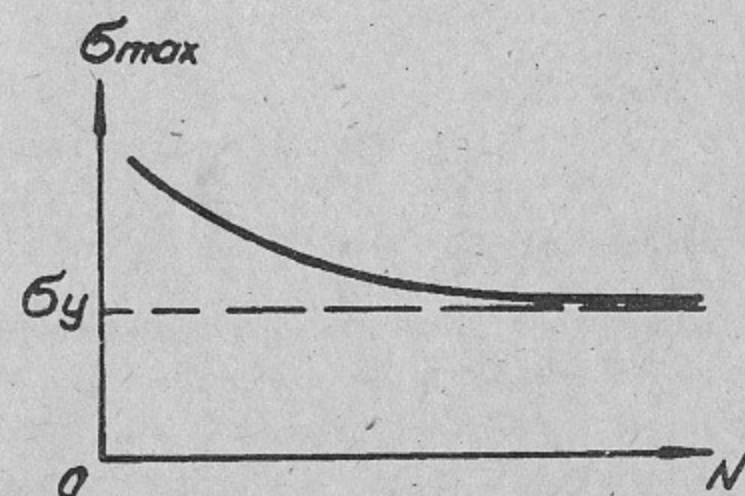


Рис. 16.

до разрушения N от максимального напряжения в цикле σ_{\max} . Видно, что при некотором значении напряжения σ_y $N \rightarrow \infty$, то есть срок службы детали может быть неограниченно большим. Это напряжение называют *пределом усталости* или *пределом выносливости* материала.

Для большинства сталей при умеренных температурах кривая усталости становится практически горизонтальной, начиная с числа циклов $n = 10^6 \div 10^7$, и образцы, выдержавшие 10^7 циклов, не разрушаются и при дальнейшем нагружении. Поэтому усталостные испытания сталей обычно прекращают при $N = 10^7$ циклов, а сама эта величина называется *базовым числом циклов*, или *базой испытаний*. Цветные металлы, а также все материалы при высоких температурах имеют кривые усталости без горизонтального участка. В этом случае говорят об *ограниченном пределе выносливости*, соответствующем определенной базе испытаний (обычно $10^7 \div 10^8$ циклов).

И, наконец, назначение допускаемого напряжения зависит от вида цикла изменения напряжения. В цикле, показанном на рис. 17, σ_m —*среднее напряжение* цикла (или—*постоянная составляющая* цикла), σ_a —*амплитуда* переменной составляющей напряжения, σ_{\max} и σ_{\min} —соответственно максимальное и минимальное напряжения цикла. Здесь

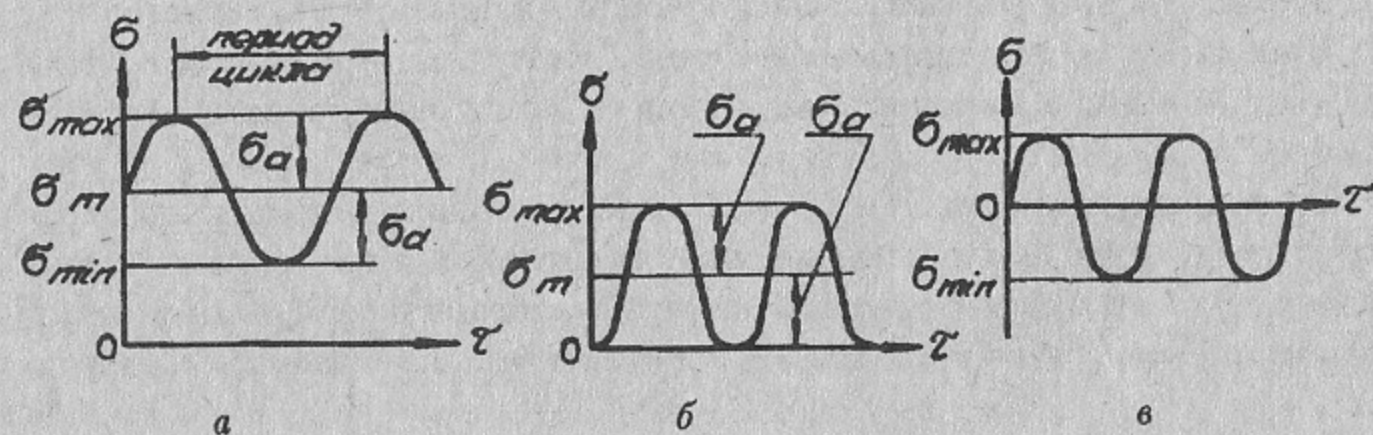


Рис. 17.

$$\sigma_m = \frac{1}{2} (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \text{ и } \sigma_a = \frac{1}{2} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}). \quad (46)$$

Достаточно распространен *пульсирующий* цикл (рис. 17, б), в котором

$$\sigma_{\min} = 0 \text{ и } \sigma_a = \sigma_m = \frac{1}{2} \sigma_{\max}. \quad (47)$$

Часто встречается на практике *симметричный* цикл (рис. 17, в), где

$$\sigma_m = 0 \text{ и } \sigma_{\max} = \sigma_a = -\sigma_{\min}. \quad (48)$$

Циклы принято характеризовать *коэффициентом асимметрии*

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \quad (49)$$

Для пульсирующего цикла $r = 0$, для симметричного — $r = -1$.

Наиболее опасным является симметричный цикл — в нем разрушение при данном напряжении σ_{\max} наступает после наименьшего числа циклов N . Поэтому предел выносливости материалов обычно определяется при нагружении именно по такому циклу и обозначается через σ_{-1} ("—1" — коэффициент асимметрии симметричного цикла). Иногда предел выносливости определяется при пульсирующем цикле ($r = 0$); в этом случае он обозначается через σ_0 .

Из сказанного следует, что при симметричном цикле допускаемое напряжение может определяться, как

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{-1}}{n},$$

где n — выбранный запас прочности. Отметим, что наряду с величиной σ_{-1} , получаемой обычно при испытаниях на изгиб, измеряются и пределы выносливости при симметричных циклах растяжения-сжатия (σ_{-1p}) и кручения (τ_{-1}). Для сталей между этими величинами существуют следующие соотношения [6]:

$$\sigma_{-1p} \approx 0.7\sigma_{-1}; \quad \tau_{-1} \approx 0.55\sigma_{-1}. \quad (50)$$

С пределом прочности σ_B предел выносливости σ_{-1} связан следующими зависимостями [6]:

для сталей:

$$\sigma_{-1} \approx 0.4\sigma_B;$$

для цветных металлов:

$$\sigma_{-1} = (0.24 \div 0.5)\sigma_B. \quad (51)$$

Значения пределов выносливости для различных материалов приведены в Приложениях П8 (стали) и П9 (цветные металлы и сплавы).

Более сложной оказывается задача выбора допускаемых напряжений при асимметричных циклах нагружения. Это связано с наличием в таком цикле двух независимых параметров — среднего напряжения цикла σ_m и амплитуды переменного напряжения σ_a . Понятно, что чем больше среднее напряжение σ_m , тем меньше должна быть величина σ_a , и наоборот, чем больше σ_a , тем меньше среднее напряжение σ_m может быть допущено в конструкции. На практике для определения допускаемой амплитуды переменного напряжения $[\sigma_a]$ при асимметричном цикле, как правило, пользуются линейной зависимостью [7]

$$[\sigma_a] = \sigma_{-1} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right). \quad (52)$$

8. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

1. Электродвигатель с массой $m = 4000$ кг и с числом оборотов $n = 800$ об/мин должен быть установлен в середине пролета длиной $l = 4.5$ м на балке, свободно опертой по концам. Двигатель не уравновешен и во время работы создает динамическую нагрузку на опору с амплитудным значением $P_0 = 10000$ Н. В качестве балки для установки двигателя может быть использован двутавр N30а ($J_1 = 7780 \text{ см}^4 = 7.78 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$, $W_1 = 518 \text{ см}^3 = 0.518 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$) или двутавр N45 ($J_2 = 27696 \text{ см}^4 = 27.696 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$, $W_2 = 1231 \text{ см}^3 = 1.231 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$).

Какую балку следует выбрать, если допустимое напряжение изгиба для нее $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$?

Решение

Как известно, максимальное напряжение изгиба, по которому должна выбираться балка, в нашем случае равно

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{(mg + \nu P_0) l}{4W}$$

В этом выражении неизвестным является лишь коэффициент динамичности ν , который для гармонической нагрузки определяется формулой (16).

Так как прогиб свободно опертой балки с нагрузкой в середине пролета составляет

$$f_{\max} = \frac{Pl^3}{48EJ},$$

то ее жесткость будет равна

$$c = \frac{P}{f_{\max}} = \frac{48EJ}{l^3},$$

а частота собственных колебаний балки с двигателем—

$$p = \sqrt{\frac{48EJ}{ml^3}}.$$

А поскольку частота вынуждающей силы составляет

$$\omega = \frac{\pi n}{30},$$

то коэффициент динамичности оказывается равным

$$\nu = \frac{1}{|1 - \frac{\omega^2}{p^2}|} = \frac{1}{|1 - \frac{\pi^2 n^2 ml^3}{900 \cdot 48EJ}|} = \frac{1}{|1 - \frac{\pi^2 800^2 \cdot 4000 \cdot 4.5^3}{900 \cdot 48 \cdot 2.05 \cdot 10^{11} J}|} = \frac{1}{|1 - \frac{2.6 \cdot 10^{-4}}{J}|}$$

Для двутавра N30a последнее выражение дает

$$\nu_1 = 0.427,$$

а для двутавра N45—

$$\nu_2 = 16.33.$$

Напряжение же в балках будут равны:

$$\text{в балке N30a: } \sigma_1 = \frac{(4000 \cdot 9.81 + 0.427 \cdot 10000)4.5}{4 \cdot 0.518 \cdot 10^{-3}} = 94.5 \text{ МПа} < 120 \text{ МПа};$$

$$\text{в балке N45: } \sigma_2 = \frac{(4000 \cdot 9.81 + 16.33 \cdot 10000)4.5}{4 \cdot 1.231 \cdot 10^{-3}} = 184.8 \text{ МПа} > 120 \text{ МПа}.$$

Таким образом, для установки двигателя следует применить двутавровую балку N30a.

Рассмотренный пример показывает, что в условиях динамического нагружения увеличение жесткости конструкции не всегда полезно: применение более жесткой балки N45 приводит к недопустимому увеличению напряжения из-за роста коэффициента динамичности вследствие приближения системы к резонансу.

2. Электродвигатель с массой $m = 1000 \text{ кг}$ и скоростью вращения $n = 800 \text{ об/мин}$ должен быть установлен на четырех амортизаторах в виде цилиндрических винтовых пружин со средним диаметром $D = 0.12 \text{ м}$, изготовленных из стальной ($G = 7.85 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$) проволоки диаметром $d = 0.03 \text{ м}$.

Сколько витков должна иметь пружина каждого амортизатора, чтобы коэффициент динамичности системы не превышал $\nu = 0.2$?

Решение

Для гармонической нагрузки, приложенной к амортизаторам во время работы двигателя, коэффициент динамичности в соответствии с выражением (16) равен

$$\nu = \frac{1}{|1 - (\omega^2/p^2)|}$$

Следовательно, для выполнения условия $\nu \leq 0.2$ необходимо иметь $p \leq \omega/2.45$. Так как для рассматриваемого случая собственная частота колебаний определяется выражением (2), а частота вынуждающей силы составляет $\omega = \pi n/30$, то (учитывая, что $c = 4c_1$, где c —суммарная жесткость системы, а c_1 —жесткость одного амортизатора)

$$\sqrt{\frac{4c_1}{m}} \leq \frac{\omega}{2.45},$$

откуда

$$c_1 \leq \frac{mn^2}{2188.5}$$

С другой стороны, усилие, создаваемое цилиндрической винтовой пружиной, равно (N —число витков пружины, F —ее полная деформация)

$$P = \frac{Gd^4 F}{8ND^3},$$

и, следовательно, жесткость ее составляет

$$c_1 = \frac{P}{F} = \frac{Gd^4}{8ND^3}.$$

Таким образом,

$$\frac{Gd^4}{8ND^3} \leq \frac{mn^2}{2188.5},$$

откуда требуемое число витков пружины оказывается равным

$$N \geq 273.6 \frac{Gd^4}{D^3 mn^2} = \frac{273.6 \cdot 7.85 \cdot 10^{10} \cdot 0.03^4}{0.12^3 \cdot 1000 \cdot 800^2} = 15.7.$$

Приняв $n = 16$, получим $\nu < 0.2$.

3. Синусоидальный ток с амплитудным значением $I_0 = 1500$ А и частотой 50 Гц ($\omega = 2\pi \cdot 50 = 314$ 1/с) должен поступать по двухшинной линии, изготовленной из алюминиевых шин сечением $a \times b = 8 \times 50$ мм². Шины обращены друг к другу широкими сторонами и скреплены между собой с шагом $l = 0.65$ м.

Оценить работоспособность конструкции, приняв для алюминия:

- модуль упругости $E = 0.7 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- плотность $\rho = 2.7 \cdot 10^3$ кг/м³;
- удельное электросопротивление $\rho_{эл} = 2.8 \cdot 10^{-8}$ Ом · м;
- допускаемое напряжение при изгибе $[\sigma] = 40$ МПа.

Решение

Погонная сила, действующая в рабочем режиме на 1 м длины шины, может быть определена, как

$$F = B \cdot I = \frac{\mu_0 I^2}{b} = \frac{\mu_0 I_0^2}{b} \sin^2 \omega \tau = \frac{\mu_0 I_0^2}{2b} (1 - \cos 2\omega \tau).$$

Таким образом, действующая на шину сила имеет постоянную $F_0 = \frac{\mu_0 I_0^2}{2b}$, Н/м и переменную $F_1 = \frac{\mu_0 I_0^2}{2b} \cos 2\omega \tau$, Н/м составляющие. Отметим, что, во-первых, постоянная составляющая силы равна амплитудному значению переменной, и, во-вторых, частота изменения переменной составляющей силы вдвое превышает частоту изменения тока I .

Напряжение изгиба в шине, как и действующая на нее сила, тоже будет состоять из двух частей—постоянной σ_0 , определяемой силой F_0 , и переменной σ_1 , связанной с силой F_1 . При этом вклад переменной составляющей в максимальное напряжение будет определяться коэффициентом динамичности ν . В результате с учетом равенства $F_0 = F_{1\text{амп}}$ получим выражение для максимального напряжения в шине:

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 + \nu \sigma_0 = (1 + \nu) \sigma_0.$$

Следовательно, для определения наибольшего напряжения в шинах линии при прохождении по ней заданного переменного тока необходимо рассчитать напряжение σ_0 от постоянной составляющей силы и коэффициент динамичности ν .

Участок шины между закреплениями представляет собой балку длиной l с защемленными концами, нагруженную равномерно распределенной нагрузкой F_0 . Наибольшее напряжение в такой балке имеет место в середине между закреплениями и может быть определено, как

$$\sigma_0 = \frac{F_0 l^2}{12W} = \frac{\mu_0 I_0^2 l^2 \cdot 6}{2b \cdot 12ba^2} = \frac{\mu_0 I_0^2 l^2}{4a^2 b^2} = \frac{0.4\pi \cdot 10^{-6} \cdot 1500^2 \cdot 0.65^2}{4 \cdot 0.008^2 \cdot 0.05^2} = 1.867 \text{ МПа}$$

(W —момент сопротивления сечения шины относительно оси изгиба).

Для определения коэффициента динамичности ν необходимо найти собственную частоту колебаний шины в рассматриваемом режиме. Для балки длиной l с защемленными концами собственная частота колебаний в соответствии с Приложением П2 равна

$$p_k = \frac{\alpha_k^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}},$$

где, кроме известных обозначений:

J — момент инерции сечения шины относительно оси изгиба;

m — масса единицы длины шины;

α_k — коэффициент, зависящий от формы колебаний; в нашем случае нагрузка равномерно распределена по длине шины, что соответствует низшей форме колебаний, для которой $\alpha_k = \alpha_1 = 4.73$ (см. Приложение П2).

Окончательно собственная частота колебаний шины составит:

$$p_1 = \frac{\alpha_1^2}{l^2} \sqrt{\frac{Eba^3}{12\rho ab}} = \frac{\alpha_1^2 a}{l^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho}} = \frac{4.73^2 \cdot 0.008}{0.65^2} \sqrt{\frac{0.7 \cdot 10^{11}}{12 \cdot 2.7 \cdot 10^3}} = 622.7 \text{ 1/с,}$$

что соответствует коэффициенту динамичности

$$\nu = \frac{1}{|1 - \frac{(2\omega)^2}{p_1^2}|} = \frac{1}{|1 - \frac{(2 \cdot 314)^2}{622.7^2}|} = 58.5.$$

Максимальное изгибное напряжение в шине составит в этом случае

$$\sigma_{\max} = (1 + \nu)\sigma_0 = (1 + 58.5) \cdot 1.867 = 111.1 \text{ МПа,}$$

что намного превышает заданное допустимое значение, хотя напряжение от статически приложенной силы $F_{1\text{амп}} = F_0$ не достигает и 5% допускаемого (1.867 от 40 МПа). Объясняется это тем, что, как оказалось, принятая конструкция достаточно близка к резонансу, что и привело к столь большому коэффициенту динамичности. В то же время сделать линию вполне работоспособной можно путем незначительного изменения ее конструкции. Изменив шаг закрепления шин линии с $l = 0.65$ м на $l_1 = 0.6$ м или $l_2 = 0.7$ м, получим собственные частоты колебаний шины соответственно равными $p_{11} = 730.8$ 1/с или $p_{12} = 536.9$ 1/с, что дает величины коэффициента динамичности $\nu_1 = 3.82$ и $\nu_2 = 2.72$. Изменится при этом и напряжение σ_0 , приняв значения $\sigma_{01} = 1.59$ МПа и $\sigma_{02} = 2.165$ МПа. Наибольшие же напряжения в шине составят:

$$\text{при } l = l_1 = 0.6 \text{ м } \sigma_{\max 1} = (1 + \nu_1)\sigma_{01} = (1 + 3.82) \cdot 1.59 = 7.66 \text{ МПа;}$$

$$\text{при } l = l_2 = 0.7 \text{ м } \sigma_{\max 2} = (1 + \nu_2)\sigma_{02} = (1 + 2.72) \cdot 2.165 = 8.05 \text{ МПа.}$$

В обоих случаях напряжения оказываются приемлемыми, а выбор одного из рассмотренных вариантов должен определяться какими-то дополнительными соображениями. Так, например, при $l = 0.7$ м уменьшается количество мест крепления шин между собой, но приблизительно в 1.9 раза (по сравнению с $l = 0.6$ м) растет максимальный прогиб шин под нагрузкой.

4. Горизонтальный консольный вал вращается вместе с закрепленным на его свободном конце маховиком. Вал и маховик хорошо сбалансированы, и динамические нагрузки от неуравновешенных масс отсутствуют. Проверить работоспособность устройства при следующих условиях:

- диаметр вала $d = 0.01$ м, длина $l = 0.2$ м, масса маховика $m = 1$ кг, скорость вращения $N = 1840$ об/мин;
- материал вала — закаленная сталь 45 ($E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\sigma_{-1} = 421$ МПа).

Решение

Согласно условию, единственным источником динамических нагрузок на вал является сила тяжести маховика, сохраняющая в процессе вращения постоянное направление — вниз. Она и создает гармоническую силу, изгибающую вал, меняющуюся с частотой

$$\omega = \frac{\pi N}{30} = \frac{\pi \cdot 1840}{30} = 192.7 \text{ 1/с.}$$

Собственная же частота колебаний конструкции равна (Приложение П1, схема 6):

$$p = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{3EJ}{ml}} = \frac{1}{0.2} \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot \pi \cdot 0.01^4}{64 \cdot 1 \cdot 0.2}} = 191.9 \text{ 1/с.}$$

Работоспособность устройства определяется выполнением условия

$$\sigma_{\max} = \nu \sigma_{\text{ст}} < \sigma_{-1}.$$

Статическое напряжение в консольной балке с силой на конце, как известно, составляет

$$\sigma_{\text{ст}} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{mgl \cdot 32}{\pi d^3} = \frac{1 \cdot 9.81 \cdot 0.2 \cdot 32}{\pi \cdot 0.01^3} \approx 20 \text{ МПа,}$$

а коэффициент динамичности, определяемый по формуле (16), оказывается равным

$$\nu = \frac{1}{|1 - (192.7^2/191.9^2)|} = 119.7.$$

Наибольшее же напряжение в материале вала составит

$$\sigma_{\max} = 119.7 \cdot 20 = 2394 \text{ МПа},$$

что почти вшестеро больше предела выносливости материала σ_{-1} . Таким образом, для обеспечения работоспособности устройства, казалось бы, необходимо или увеличивать жесткость вала, или применять материал с большим σ_{-1} .

В то же время полученный неудовлетворительный результат в данном случае есть лишь следствие использования формулы (16), не учитывающей внутреннее трение в материале, а более строгий подход приводит к следующему.

Согласно [14], логарифмический декремент колебаний δ , измеренный для закаленной стали 45 на частоте $f = 100$ Гц при напряжении $\sigma = 325$ МПа, равен

$$\delta \simeq 0.07,$$

и коэффициент вязкости n соответственно составит (из выражения 38):

$$n = \frac{\delta}{T} = \delta f = 0.07 \cdot 100 = 7.$$

Теперь, определяя коэффициент динамичности по формуле (43), имеем:

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \frac{4\omega^2 n^2}{p^4}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{192.7^2}{191.9^2}\right)^2 + \frac{4 \cdot 192.7^2 \cdot 7^2}{191.9^4}}} = 13.56,$$

и максимальное напряжение оказывается равным

$$\sigma_{\max} = 13.56 \cdot 20 = 271.2 \text{ МПа}.$$

Близкий результат дает и расчет по приближенной формуле (44):

$$\nu_{\max} \simeq \frac{p}{2n} = \frac{191.9}{2 \cdot 7} = 13.7 \text{ и } \sigma_{\max} = 13.7 \cdot 20 = 274 \text{ МПа}.$$

Таким образом, $\sigma_{\max} < \sigma_{-1}$, и предлагаемая конструкция является вполне работоспособной.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

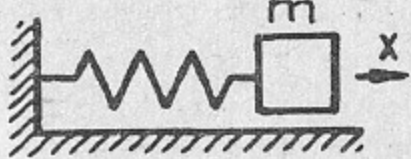



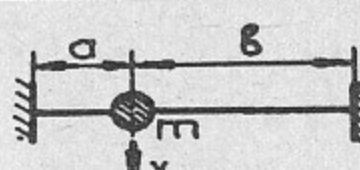
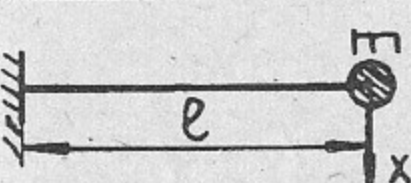
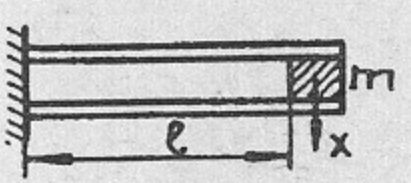

Все изложенное выше касается лишь наиболее простых схем и элементов конструкций. Не рассмотрены колебательные процессы в многомассовых системах, в оболочках, в стержневых системах (рамы, фермы) и т.д. Не изложены также иные—кроме непосредственного решения дифференциального уравнения движения—методы определения собственных частот колебаний систем.

Объясняется это стремлением сжато и четко изложить существо подхода к вопросу, не увеличивая сверх разумных пределов объема работы.

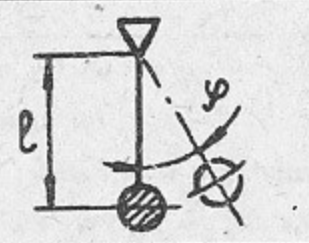
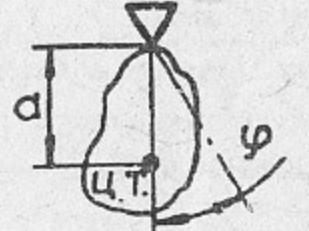
В то же время автор надеется, что приведенная здесь информация, с одной стороны, достаточна для большинства встречающихся в конструкторской практике задач, а с другой—значительно облегчит изучение не вошедших в настоящую работу вопросов, если к ним все же придется обращаться. Разобраны же эти вопросы (как перечисленные выше, так и многие другие) достаточно подробно в имеющемся в конце работы списке литературы.

ПРИЛОЖЕНИЯ

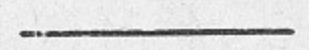


П1. Системы с сосредоточенной массой [4]

Схема	Собственная круговая частота p	Обозначения
1 	$\sqrt{c/m}$	$c = \frac{Gd^4}{8nD^3}$ — жесткость пружины, где: G —модуль сдвига; n —число витков пружины; D —средний диаметр пружины; d —диаметр проволоки.
2 	$\sqrt{\frac{c}{m(1+(\rho^2/r^2))}}$	c —см. схему 1; r —радиус катка; ρ —радиус инерции катка; качение катка—без скольжения.
3 	$\frac{1}{ab} \sqrt{\frac{3EJl}{m}}$	$l = a + b$ (кроме схемы 6); E —модуль упругости; J —момент инерции сечения балки относительно оси изгиба.
4 	$\frac{2l}{ab} \sqrt{\frac{3EJl}{ma(3a+4b)}}$	
5 	$\frac{l}{ab} \sqrt{\frac{3EJl}{tab}}$	
6 	$\frac{1}{l} \sqrt{\frac{3EJ}{ml}}$	
7 	$\frac{1}{l} \sqrt{\frac{6EJ}{ml}}$	
8 	$\sqrt{\frac{GJ_p}{lJ_m}}$	

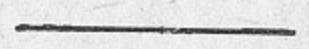
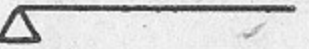

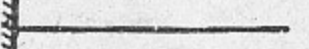
П1. Продолжение

Схема	Собственная круговая частота p	Обозначения
9 	$\sqrt{g/l}$ — при малых отклонениях	$g = 9.81 \text{ м/с}^2$.
10 	$\sqrt{ga/\rho^2}$ — при малых отклонениях	$g = 9.81 \text{ м/с}^2$; a — расстояние от оси вращения до центра тяжести; ρ — радиус инерции относительно оси вращения.

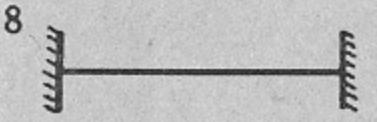
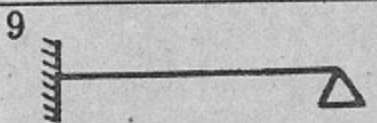
П2. Стержни постоянного поперечного сечения [4]

Схема	Собственная круговая частота	Обозначения
Продольные и крутильные колебания		
1 	$p_k = \frac{\pi k}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $k=1,2,3...$	l — длина стержня; E — модуль упругости материала; ρ — плотность материала.
2 	$p_k = \frac{\pi(2k+1)}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $k=0,1,2...$	
3 	$p_k = \frac{\pi k}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $k=1,2,3...$	

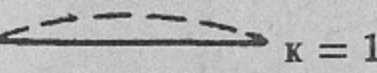
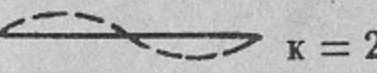
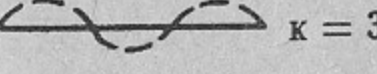
Изгибные колебания

4 	$p_k = (\alpha_k^2/l^2) \sqrt{\frac{EJ}{m}}$	$\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 4.730; \alpha_3 = 7.853;$ $\alpha_4 = 10.996; k > 4 \alpha_k \approx \frac{\pi}{2}(2k-1).$
5 	l — длина стержня; E — модуль упругости материала;	$\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 3.927; \alpha_3 = 7.069;$ $\alpha_4 = 10.210; \alpha_5 = 13.352;$ $k > 5 \alpha_k \approx \frac{\pi}{4}(4k-3).$
6 	J — момент инерции сечения относительно оси изгиба;	$\alpha_k = k\pi; k=1,2,3.$
7 	m — масса единицы длины стержня.	$\alpha_1 = 1.875; \alpha_2 = 4.694;$ $\alpha_3 = 7.855; \alpha_4 = 10.996;$ $k > 4 \alpha_k \approx \frac{\pi}{2}(2k-1).$


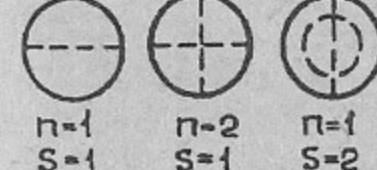
П2. Продолжение

8 	$\alpha_1 = 4.73; \alpha_2 = 7.859;$ $\alpha_3 = 10.996; \alpha_4 = 14.137;$ $k > 4 \alpha_k \approx \frac{\pi}{2}(2k+1).$
9 	$\alpha_1 = 3.927; \alpha_2 = 7.069;$ $\alpha_3 = 10.210; \alpha_4 = 13.352;$ $k > 4 \alpha_k \approx \frac{\pi}{2}(4k+1).$

П3. Колебания струны [3]

Формы колебаний	Собственная круговая частота	Обозначения
 $k=1$	$p_k = (k\pi/l) \sqrt{\frac{T}{m}}$	l — длина струны; T — усилие натяжения; m — масса единицы длины струны.
 $k=2$		
 $k=3$		

П4. Колебания мембран [2] Круговая мембрана

Формы колебаний	Собственная круговая частота	Обозначения
	$p_{ns} = (\alpha_{ns}/r) \sqrt{\frac{S}{m}}$ α_{ns} — см. таблицу	n — число узловых диаметров; s — число узловых окружностей; r — радиус контура; S — равномерное натяжение на единицу длины контура; m — масса единицы площади мембраны; - - - узловые линии.
		

α_{ns}		0	1	2	3	4	5
$n \backslash s$	1	2.404	3.832	5.135	6.379	7.586	8.780
	2	5.520	7.016	8.417	9.760	11.064	12.339
	3	8.654	10.173	11.620	13.017	14.373	15.700
	4	11.792	13.323	14.796	16.224	17.616	18.982
	5	14.931	16.470	17.960	19.410	20.827	22.220
	6	18.071	19.616	21.117	22.583	24.018	25.431
	7	21.212	22.760	24.270	25.749	27.200	28.628
	8	24.353	25.903	27.421	28.909	30.371	31.813

П4. Продолжение

Прямоугольная мембрана

Собственная круговая частота	Обозначения
$p_{qn} = \pi \sqrt{\frac{S}{m} \left(\frac{q^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)}$ <p>Основная форма - при $q = n = 1$:</p> $p_{11} = \pi \sqrt{\frac{S}{m} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)}$	a и b - длины сторон контура; S - равномерное натяжение на единицу длины контура; m - масса единицы площади мембраны; $q = 1, 2, 3, \dots$; $n = 1, 2, 3, \dots$

П5. Прямоугольные и квадратные пластины [3, 5]

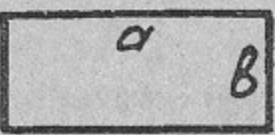
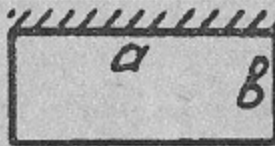
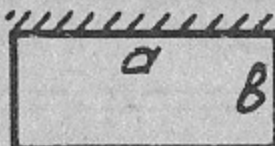
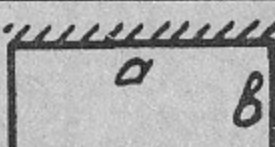
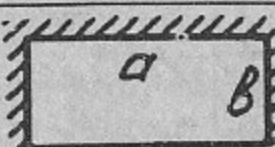
Собственная круговая частота:

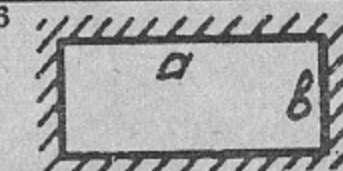
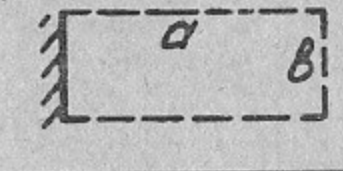

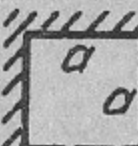
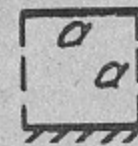
$$p_k = \frac{\alpha_k}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Низшая частота

$$p_1 = \frac{\alpha_1}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Коэффициент α_k зависит от характера закрепления, формы колебаний и $\eta = a/b$ и приведен в таблице:

Схема	α_k	Обозначения
	$\alpha_1 = 9.87(1 + \eta^2)$	— шарнирно опертый край;
	$\alpha_1 = 9.87 \sqrt{1 + 2.332\eta^2 + 2.440\eta^4}$	▨ защемленный край; - - - свободный край;
	$\alpha_1 = 15.42 \sqrt{1 + 1.115\eta^2 + \eta^4}$	$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$, где: E - модуль упругости; μ - коэффициент Пуассона;
	$\alpha_1 = 9.87 \sqrt{1 + 2.494\eta^2 + 5.138\eta^4}$	h - толщина пластины; m - масса единицы площади пластины.
	$\alpha_1 = 22.37 \sqrt{1 + 0.566\eta^2 + 0.475\eta^4}$	


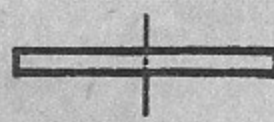
	$\alpha_1 = 22.37 \sqrt{1 + 0.605\eta^2 + \eta^4}$					
	η	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
	$\frac{1}{2}$	3.50	5.38	21.95	10.26	24.85
	1	3.49	8.55	21.44	27.45	31.16
	2	3.47	14.92	21.60	94.47	48.71
	3	3.45	34.73	21.52	563.8	105.9
	$\alpha_1 = 14.10$ $\alpha_2 = 20.56$ $\alpha_3 = 23.91$					
	$\alpha_1 = 6.96$ $\alpha_4 = 48.05$ $\alpha_2 = 24.08$ $\alpha_5 = 63.14$ $\alpha_3 = 26.79$					
	$\alpha_1 = 23.65$ $\alpha_4 = 86.12$ $\alpha_2 = 51.68$ $\alpha_5 = 100.29$ $\alpha_3 = 58.64$ $\alpha_6 = 113.19$					

П6. Круговые пластины [2, 5]

Собственная круговая частота:

$$p = \frac{\alpha}{r^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Коэффициент α зависит от характера закрепления и формы колебаний и приведен в таблице:

Схема	α				Обозначения	
	$n \backslash s$	0	1	2		3
	0	10.21	21.22	34.84		
	1	39.78	61.00	88.36		
	2	88.90	120.56	158.76		
	0			5.25	12.23	
	1	9.08	20.52	35.24	52.91	
	2	38.52	59.86			

n - число узловых диаметров;
 s - число узловых окружностей;
 r - радиус пластины;
 m - масса единицы площади пластины;
 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$, где:

П6. Продолжение

3		n	0	1	2	3	E - модуль упругости; μ - коэффициент Пуассона; h - толщина пластины.	
			s	0	1	2		3
			0	5.78	14.68	26.37		40.69
			1	30.47	49.22	70.85		95.28
			2	74.89	103.49	135.02		169.44
3	139.05	177.50	218.92	263.22				
4		α	0	1	2	3		
			$n = 0$	3.75	20.91	60.68		119.70

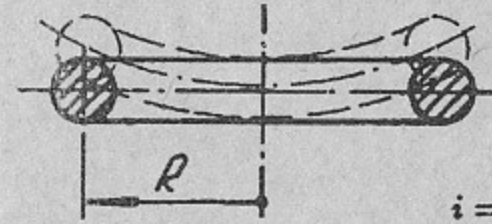
П7. Колебания колец [2, 5]

(размеры поперечного сечения много меньше среднего радиуса)

Схема	Собственная круговая частота	Обозначения
1. Радиальные колебания 	$p = \sqrt{\frac{EF}{mR^2}}$	R - средний радиус кольца; m - масса единицы длины кольца; F - площадь поперечного сечения кольца; J_x - момент инерции поперечного сечения относительно оси x ;
2. Крутильные колебания 	$p = \sqrt{\frac{EF}{mR^2} \left(\frac{J_x}{J_p} \right)}$	J_p - полярный момент инерции поперечного сечения кольца; J - момент инерции поперечного сечения кольца относительно главной оси сечения, перпендикулярной к плоскости кольца;
3. Изгибные колебания в плоскости кольца 	$p = \sqrt{\frac{EJ}{mR^4} \frac{i^2(i^2-1)^2}{i^2+1}}$	E - модуль упругости; μ - коэффициент Пуассона; i - число волн по окружности кольца.

П7. Продолжение

4. Изгибные колебания из плоскости кольца



Для кольца кругового поперечного сечения

$$p = \sqrt{\frac{EJ}{mR^4} \frac{i^2(i^2-1)^2}{i^2+1+\mu}}$$

$i = 2$

П8. Пределы выносливости сталей

Сталь	Изгиб σ_{-1}	Растяж. σ_{-1p}	Кручение τ_{-1}	N	Состояние, источники
ВСтЗкп	175				$\sigma_B = 385; \sigma_{0.2} = 205$ [8]
10	155	125	95	10^6	H; $\sigma_B = 340; \sigma_T = 210$ [9]
	180	145	110		Ц; B59; $\sigma_B = 400;$ $\sigma_T = 250$ [9]
	157 ÷ 216		51		H900 ÷ 920°C; $\sigma_B = 420;$ $\sigma_{0.2} = 260$ [8]
20	205		127	10^6	H910°C; OTП620°C [8]
	190	150	115		H; $\sigma_B = 420; \sigma_T = 250$ [9]
	225	180	135		Ц; B59; $\sigma_B = 500;$ $\sigma_T = 300$ [9]
45	231			10^6	$\sigma_B = 520; \sigma_{0.2} = 270$ [8]
	245		157		$\sigma_B = 590; \sigma_{0.2} = 310$ [8]
	331				$\sigma_B = 660; \sigma_{0.2} = 480$ [8]
	421				$\sigma_B = 880; \sigma_{0.2} = 680$ [8]
	275	220	165		H; $\sigma_B = 610; \sigma_T = 360$ [9]
	340	270	205		Y; $\sigma_B = 750; \sigma_T = 450$ [9]
405	325	245	M35; $\sigma_B = 900; \sigma_T = 650$ [9]		
20X	235			10^7	H; HB143 ÷ 179; $\sigma_B = 450 ÷ 590;$ $\sigma_{0.2} = 295 ÷ 395$ [8]
	295				HB217 ÷ 235; $\sigma_B = 690;$ $\sigma_{0.2} = 490$ [8]
	412			10^7	Ц; HRC57 ÷ 63; $\sigma_B = 930;$ $\sigma_{0.2} = 790$ [8]
	260	210	150		H; $\sigma_B = 600; \sigma_T = 300$ [9]
40X	420	340	240	10^6	M59; $\sigma_B = 850; \sigma_T = 630$ [9]
	333		240		$\sigma_B = 690$ [8]
	363			10^6	$\sigma_B = 690$ [8]
	372				M860°C; OTП550°C [8]
	470			10^6	$\sigma_B = 940$ [8]
	509	250	180		$\sigma_B = 960; \sigma_{0.2} = 870$ [8]
	310	320	230	H; $\sigma_B = 630; \sigma_T = 330$ [9]	
	400	440	320	Y; $\sigma_B = 800; \sigma_T = 650$ [9]	
550	520	380	M39; $\sigma_B = 1100; \sigma_T = 900$ [9]		
650			M48; $\sigma_B = 1300;$ $\sigma_T = 1100$ [9]		

П8. Продолжение

Материал	σ_{-1}	Состояние		Источник
Медь	67	О		[12]
	110	Д		[12]
БрБ2	160 ÷ 180	З		[12]
	700	ОБ		[12]
БрКМц3-1	120	О		[12]
	210	$\sigma_B = 750; \sigma_{0.2} = 420$		[10]
	600	Д		[12]
БрАЖ9-4	110	О		[12]
БрОФ4-0.25	248	$\sigma_B = 600; \sigma_{0.2} = 540$		[10]
Л62	80	О		[12]
	420	Д		[12]
Л68	70	О		[12]
	150	$\sigma_B = 660 \div 740; \sigma_{0.2} = 520$		[10]
	500	Д		[12]
Л80	154	$\sigma_B = 610 \div 680; \sigma_{0.2} = 520$		[10]
Л96	35	О		[12]
	360	Д		[12]
ЛС59-1	100	О		[12]
	350	Д		[12]
Алюминий	74			[12]
Д1М	75	О		[13]
Д1Т	125	Закалка, искусственное старение		[13]
Д16Т	115	Закалка, естественное старение		[13]
В95Т1	160	Закалка, естественное старение		[13]
АК2	119	Закалка, искусственное старение		[13]
АК4	135	Закалка, искусственное старение		[13]
АК6	130	Закалка, искусственное старение		[13]
АК8	125	Закалка, искусственное старение		[13]
АМг	125	О		[14]
	135	Д		[14]
АМг5В	125			[14]
Магний	63	О		[12, 13]
ВТ1	260			[14]
ВТ3	450			[13]
ВТ3-1	480			[9, 13]
ВТ5	450			[9, 13]
ВТ6	300			[13]
ВТ8	≥ 500			[13]

- Примечания: 1. Все значения напряжений приведены в МПа.
 2. В таблице приняты следующие обозначения:
 — термообработки: Н-нормализации; У-улучшение;
 Ц-цементация; ЗАК-закалка; ОТП-отпуск;
 —закалочных сред: М-масло; В-вода.
 3. Цифры после указания закалочных сред означают твердость в единицах HRC.
 4. Обозначение пределов текучести (σ_B или $\sigma_{0.2}$) сохранено таким же, как в соответствующем источнике.

- Примечания: 1. Все значения напряжений приведены в МПа.
 2. В таблице приняты следующие обозначения состояния материалов: О-отожженный; Д-деформированный; З-закаленный; ОБ-облагороженный.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пановко Я.Г.* Основы теории упругих колебаний.—М.: Машиностроение, 1967.
2. *Тимошенко С.П.* Колебания в инженерном деле.—М.: Наука, 1967.
3. *Ананьев И.В., Тимофеев П.Г.* Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование.—М.: Машиностроение, 1965.
4. Прочность, устойчивость, колебания. Т.3.—М.: Машиностроение, 1968.
5. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений (расчетно-теоретический). Кн.2.—М.: Изд. лит. по строительству, 1973.
6. *Писаренко Г.И., Яковлев А.П., Матвеев В.В.* Справочник по сопротивлению материалов.—Киев: Наукова думка, 1975.
7. *Биргер И.А., Мавлютов Р.Р.* Сопротивление материалов.—М.: Наука, 1986.
8. Марочник сталей и сплавов. Под ред. В.Г. Сорокина.—М.: Машиностроение, 1989.
9. *Анурьев В.И.* Справочник конструктора-машиностроителя. Т1.—М.: Машиностроение, 1978.
10. *Пономарев С.Д., Андреева Л.Е.* Расчет упругих элементов машин и приборов.—М.: Машиностроение, 1980.
11. *Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б.* Расчет на прочность деталей машин. Справочник.—М.: Машиностроение, 1979.
12. Материалы в приборостроении и автоматике. Справочник п/ред. д.т.н. проф. Ю.М. Пятин.—М.: Машиностроение, 1982.
13. Справочник машиностроителя (в 6 т). Т. 6.—М.: Машиностроение, 1964.
14. *Писаренко Г.И., Яковлев А.П., Матвеев В.В.* Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов.—Киев: Наукова думка, 1971.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Основные положения	3
2. Свободные колебания и собственная частота	4
3. Вынужденные колебания	7
4. Действие различных возмущающих сил	8
Гармоническая сила	8
Кратковременная постоянная сила ("прямоугольный импульс")	10
Периодические кратковременные импульсы	11
"Единичный толчок"	12
Биения	13
Линейно возрастающая сила	14
Экспоненциально растущая сила	15
Полусинусоидальный импульс силы	15
Сила в виде выпрямленной синусоиды	16
Пилообразно меняющаяся сила	16
5. О влиянии сил неупругого сопротивления	16
6. О системах с распределенными параметрами	22
7. Прочность материалов при динамическом нагружении	22
8. Примеры расчета	25
9. Заключение	33
ПРИЛОЖЕНИЯ:	
П1. Системы с сосредоточенной массой	35
П2. Стержни постоянного поперечного сечения	36
П3. Колебания струны	37
П4. Колебания мембран	37
П5. Прямоугольные и квадратные пластины	38
П6. Круговые пластины	39
П7. Колебания колец	40
П8. Пределы выносливости сталей	41
П9. Пределы выносливости цветных металлов и сплавов	43
ЛИТЕРАТУРА	44

Б.З. Персов

**Динамические нагрузки
в конструкциях**

ИЯФ 92-70

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 15 сентября 1992 г.

Подписано в печать 15 09. 1992 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2,5 печ.л., 2,0 уч.-изд.л.

Тираж 280 экз. Бесплатно. Заказ N 70

Обработано на IBM PC и отпечатано
на ротапинтере ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.