23

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
им. Г.И. Будкера СО РАН

Ю.А. Цидулко

УДАЛЕНИЕ ИОНОВ ПРИМЕСИ ИЗ ЛОВУШКИ С ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМОЙ ПРИ ИХ СТОЛКНОВЕНИИ С ИОНАМИ БЫСТРОЙ КОМПОНЕНТЫ

ИЯФ 93-44

НОВОСИБИРСК

Удаление ионов плазмы из ловушки с двухкомпонентной плазмой при их столкновении с ионами быстрой компоненты

Ю.А. Цидулко

630090 Новосибирск
Институт ядерной физики

Аннотация

В работе показано, что при достаточной энергии и интенсивности инжекции быстрых частиц в газодинамическую ловушку, их столкновения с ионами примесей предотвращают накопление последних, связанное с наличием потенциальных барьеров в точках остановки быстрых ионов. Получены формулы, определяющие скорость и эффективность очистки. Приведены результаты численнных расчетов для конкретного варианта параметров ловушки.

ВВЕДЕНИЕ

В ловушке с двухкомпонентной плазмой, рассматриваемой с точки зрения создания генератора нейтронов [1,2,6], ионы быстрой компоненты сосредоточены в относительно малой области питч-углов, поэтому в точках их остановки образуются электростатические барьеры (рис. 1), высота которых по отношению к центру ловушки равна

$$e\varphi^* = T_e \ln(n^*/n) \quad , \tag{1}$$

где T_e — температура электронов, n и n^* — плотность плазмы в центре ловушки и в максимуме пика плотности в области точки остановки. Для ионов примеси с зарядом $Z > 1$ высота барьера в Z раз больше. Так как продольное время жизни ионов экспоненциально растет с увеличением высоты потенциального барьера, продольные потери примеси пренебрежимо малы, и возникает проблема их накопления в плазме.

В работе [3] описан механизм удаления примесей для амбиполярной ловушки, работающей в режиме термоядерного реактора: в результате близких столкновений α-частиц с ионами примеси, последние получают импульс, достаточный для преодоления потенциального барьера.

В настоящей работе мы покажем, что в ловушке с двухкомпонентной плазмой работает аналогичный механизм, где роль α-частиц выполняют ионы быстрой компоненты. Важным отличием здесь от [3] является то, что после столкновения ион примеси может затормозиться прежде, чем дойдет до потенциального барьера. Это особенно существенно для ионов примеси с зарядом $Z \gg 1$. Поэтому мы рассматриваем два случая:

- первый—без учета торможения, когда длина торможения иона примеси $\lambda_Z \gg L$, где L — длина ловушки (точнее, расстояние между потенциальными барьерами);

• второй—с учетом торможения для ионов с зарядом $Z \gg 1$ (раздел 3).

В разделе 4 мы получим оценку соотношения между плотностями быстрой и холодной компоненты, при котором ионы примеси нагреваются в результате многократных далеких столкновений с быстрыми частицами настолько, что проблема их накопления снимается.

В разделе 5 содержится оценка роли α-частиц в удалении примесей и обсуждение результатов.

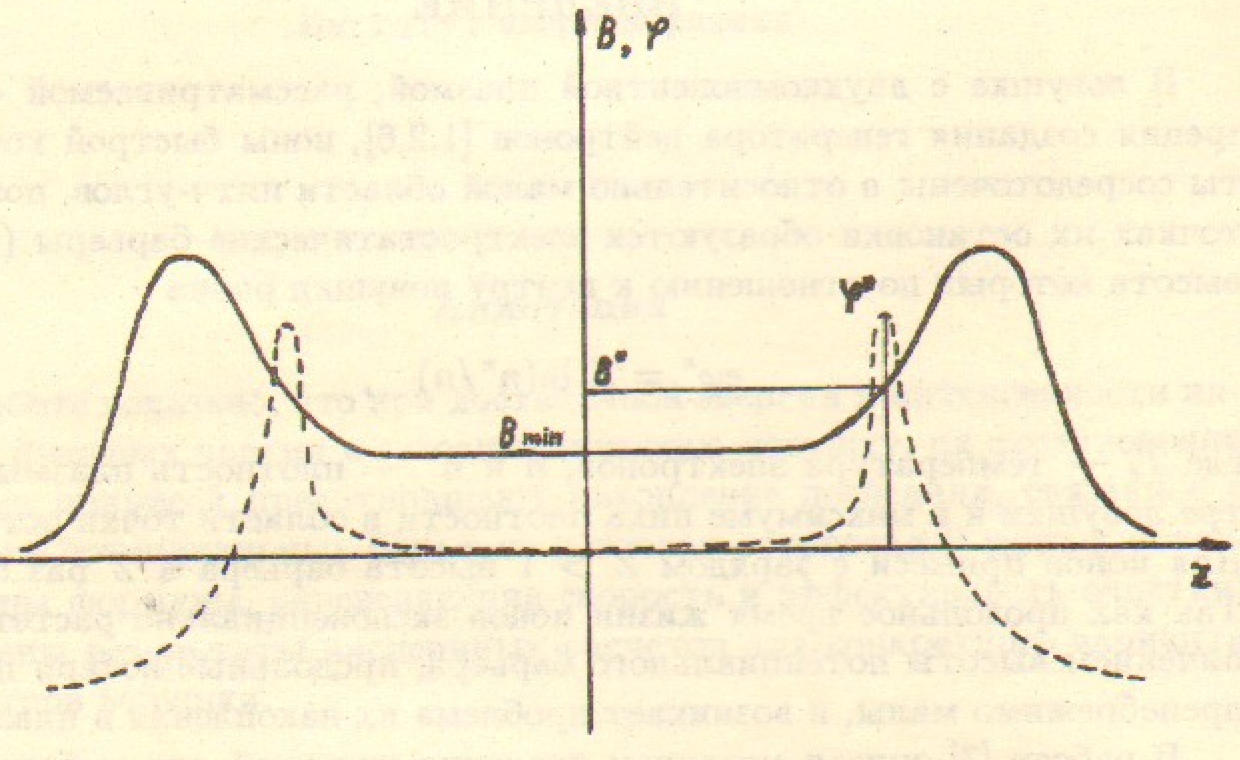

Рис. 1. Схематическое изображение распределения магнитного поля B (сплошная линия) и амбиполярного потенциала φ (штриховая линия) вдоль оси ловушки. $R^* = B^*/B_{\min}$ — пробочное отношение в точке максимума потенциала $\varphi = \varphi^*$.

РАСЧЕТ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ИОНА ПРИМЕСИ В СЛУЧАЕ $\lambda_Z \gg L$

Если известна функция распределения быстрых ионов $f_F(\vec{v})$, нормированная на плотность, то можно записать выражение для частоты выбивания примеси с зарядом Z:

$$\frac{1}{\tau_Z} = \int d\vec{v}\, d\Omega(\vec{v}, \vec{v}_Z)\, f_F(\vec{v})\, \sigma(\vec{v}, \vec{v}_Z)\, |\vec{v}|\, G(\vec{v}) \quad , \tag{2}$$

где $\sigma(\vec{v}, \vec{v}_Z)$ — дифференциальное сечение рассеяния иона быстрой компоненты на ионах примеси, $\vec{v}_Z$ — скорость иона после соударения, $G(\vec{v})$ — функция, определяющая область в пространстве скоростей, попав в которую, ион примеси уходит из ловушки:

$$G(\vec{v}) = \begin{cases} 1, & \text{если ион уходит;} \\ 0, & \text{если остается в ловушке.} \end{cases} \tag{3}$$

Введем следующий набор переменных:

v, θ — модуль скорости и питч-угол иона быстрой компоненты, ψ — угол между скоростью иона примеси и скоростью быстрого иона до столкновения, ϕ — азимутальный угол рассеяния иона примеси, отсчитываемый от плоскости, проходящей через вектор скорости быстрого иона $\vec{v}$ и вектор магнитного поля $\vec{B}$, вокруг оси, совпадающей с вектором $\vec{v}$.

В этих переменных дифференциал сечения рассеяния имеет вид:

$$\sigma(\vec{v}, \vec{v}_Z)\, d\Omega = \sigma_1(v, \psi)\, d\cos(2\psi)\, d\phi =$$

$$= \frac{e^4 Z^2}{4} \left(\frac{1}{M_F} + \frac{1}{M_Z} \right)^2 \frac{1}{v^4 \cos^4 \psi}\, d\cos(2\psi)\, d\phi \ ,$$

где M_F и M_Z — массы быстрого иона и иона примеси с зарядом Z (заряд быстрого иона считаем равным единице). Таким образом интеграл (2) принимает вид:

$$\frac{1}{\tau_Z} = 8\pi \int_0^{v_0} dv\, v^2 \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta)\, f_F(v, \theta) \int_0^{\pi/2} d\psi \sin(2\psi)\, \sigma_1(v, \psi)\, v \times$$

$$\times \int_0^{\pi} d\phi\, G(v_Z, \theta_Z) \ . \tag{4}$$

где $v_Z \equiv v_Z(v, \psi) = \frac{2M_F}{M_F + M_Z} v \cos\psi$ — модуль скорости иона примеси, $\theta_Z \equiv \theta_Z(\theta, \psi, \phi)$ — питч-угол иона примеси, определяющийся из соотношения: $\cos\theta_Z = \cos\theta \cos\psi + \sin\theta \sin\psi \cos\phi$; v_0 — скорость инжектируемых быстрых частиц.

Известно (см., например, [2]), что в ГДЛ за амбиполярным барьером к пробке идет быстрый спад потенциала, так что, практически, все ионы холодной компоненты, преодолевшие барьер (предполагается, что барьер достаточно узкий и высокий [6]), не удерживаются пробкой и уходят из ловушки. Это, тем более, верно для ионов с зарядом $Z > 1$. Поэтому условие ухода иона примеси из ловушки можно записать в следующем виде:

$$\sin^2\theta_Z \le \frac{1}{R^*}\left(1 - \frac{2Ze\varphi^*}{M_Z v_Z^2}\right) \quad ,$$

где R^* — пробочное отношение в точке максимума потенциала φ^*. Таким образом

$$G(v_Z, \theta_Z) = \begin{cases} 1, & \text{если } \sin^2\theta_Z \le \frac{1}{R^*}\left(1 - \frac{2Ze\varphi^*}{M_Z v_Z^2}\right) \; ; \\ 0, & \text{если } \sin^2\theta_Z > \frac{1}{R^*}\left(1 - \frac{2Ze\varphi^*}{M_Z v_Z^2}\right) \; . \end{cases}$$

Введем переменную $\nu = v_m/v$, где

$$v_m = \left(\frac{1}{M_F} + \frac{1}{M_Z}\right)\sqrt{M_Z Z e\varphi^*/2}$$

минимальная скорость быстрого иона, при которой он может "выбить" ион примеси из потенциальной ямы (при движении вдоль оси ловушки и лобовом столкновении). Обозначив $x = \cos\psi$, вычислим последний интеграл в (4)

$$Y(\nu, \theta, x) = \int_0^{\pi} G(v_Z, \theta_Z) d\phi = \arccos P^+ + \arccos P^- \quad ,$$

где

$$P^{\pm} = \operatorname{ctg}\theta \frac{-x^2 \pm \sqrt{x^2 + \nu^2 tg^2\theta + (\sin^2\theta - 1/R^*)(x^2 - \nu^2)/\cos^2\theta}}{x\sqrt{1-x^2}} \quad , \qquad (5)$$

а значение арккосинуса лежит в пределах от 0 до π и считается равным нулю, если модуль аргумента больше единицы. Тогда

$$\frac{1}{\tau_Z} = 4\pi e^4 Z^2 \left(\frac{1}{M_F} + \frac{1}{M_Z}\right)^2 \times$$

$$\times \int_{\nu_0}^{1} \frac{d\nu}{\nu} \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta\, f_F(v_m/\nu, \theta) \int_0^1 \frac{dx}{x^3} Y(\nu, \theta, x) \quad , \qquad (6)$$

где $\nu_0 = v_m/v_0$.

Предполагая, что ионы быстрой компоненты, инжектируемые со скоростью v_0 под углом θ^*, не успевают существенно рассеяться по углу, тормозясь на электронах до скорости v_m, можно записать их функцию распределения в виде [1]:

$$f_F(v, \theta) = \frac{S_F \tau_e}{2\pi \sin\theta^* v^3}\delta(\theta - \theta^*) \quad ,$$

где S_F — количество частиц, инжектируемых за единицу времени в единицу объема, $\tau_e = \frac{3M_F T_e^{3/2}}{4\sqrt{2\pi m_e}\Lambda n_e e^4}$.

Теперь выражение для обратного времени жизни мы можем записать в виде:

$$\frac{1}{\tau_Z} = \frac{3S_F}{\Lambda Z(1 + M_F/M_Z)n_e}\left(\frac{M_F}{\pi m_e}\right)^{1/2}\left(\frac{M_F Z T_e}{M_Z e\varphi^*}\right)^{3/2} F_1(\nu_0, \theta^*) \quad , \qquad (7)$$

где

$$F_1(\nu_0, \theta^*) = \int_{\nu_0}^{1} d\nu\, \nu^2 \int_0^1 \frac{dx}{x^3} Y(\nu, x, \theta^*) \quad .$$

Чтобы найти минимальную энергию инжекции, при которой $F_1(\nu_0, \theta^*) \ne 0$, пренебрежем сдвигом максимума потенциала от точки остановки частиц с питч-углом θ^* (сдвиг связан с рассеянием ионов быстрой компоненты). Тогда $1/R^* = \sin^2\theta^*$, что упрощает выражение (5):

$$P^{\pm}(\nu, x, \theta) = \frac{-x^2 \pm \sqrt{x^2 + \nu^2 tg^2\theta}}{tg\theta\, x\sqrt{1-x^2}} \quad . \qquad (8)$$

Границы области по x, где функция $Y(\nu, x, \theta^*)$ отлична от нуля, определяются уравнением $P^{\pm} = 1$, что эквивалентно:

$$\nu^2(x, \theta) = ctg^2\theta[(tg\theta\, x\sqrt{1-x^2} + x^2)^2 - x^2]$$

(граница области, где $Y \ne 0$ качественно изображена на рис. 2). Отсюда легко определить максимальное значение $\nu_b(\theta)$, при котором $F_1(\nu_b, \theta)$ обращается в ноль:

$$\nu_b = \nu(x_b(\theta), \theta) \quad ,$$

где $x_b(\theta)$ — решение уравнения

$$\left(\text{tg}\theta\sqrt{1-x^2} + x\right)\left(\frac{\text{tg}\theta(1-2x)}{\sqrt{1-x^2}} + 2x\right) = 1 \quad ,$$

лежащее в пределах от 1 до $\cos 2\theta^*$ (значение ν_b соответствует такому радиусу сферы на рис. 2, при котором она касается гиперболоида). График зависимости ν_b от θ приведен на рис. 3.

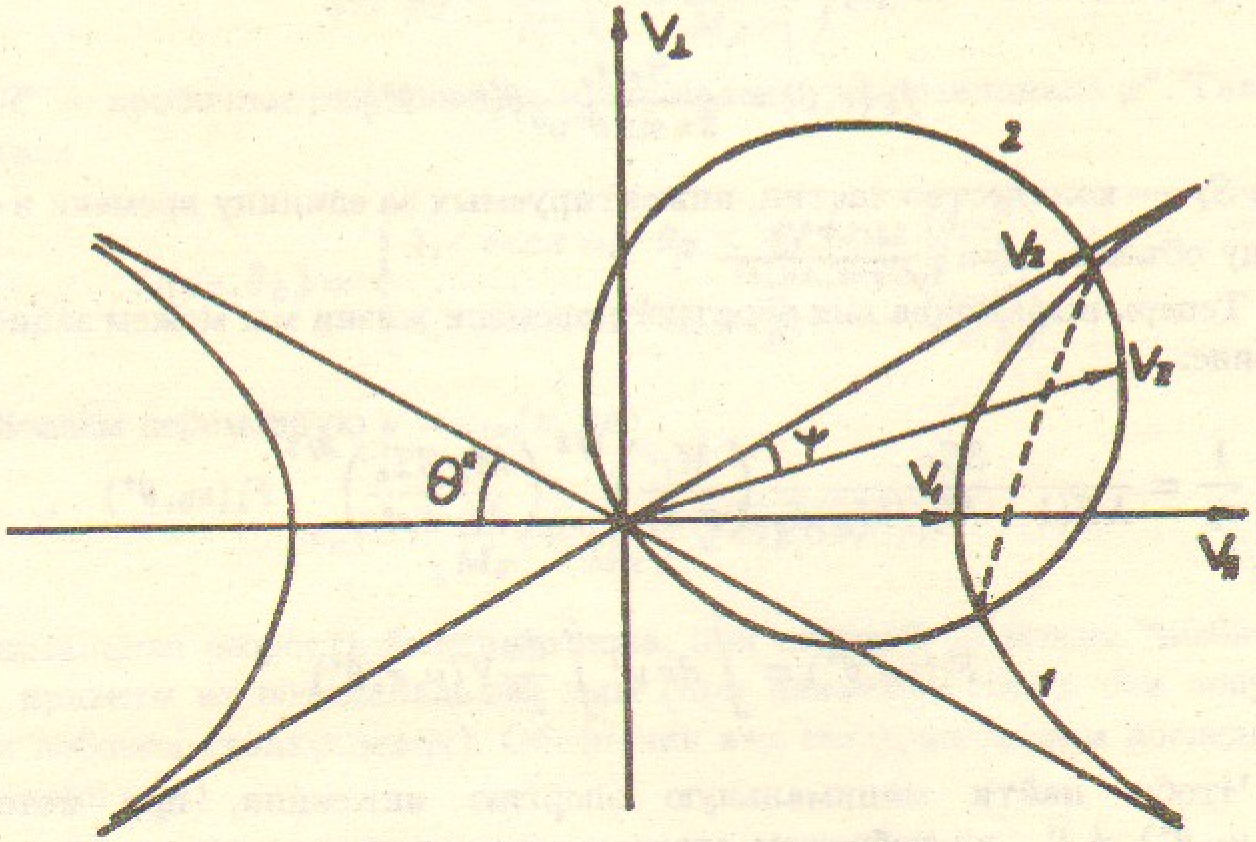

Рис. 2. 1 — гиперболоид вращения — граница конуса потерь; $v_1 = 2M_F/(M_F + M_Z)v_m$ — минимальная продольная скорость иона примеси, необходимая для ухода из ловушки;2— сфера диаметром v_2, на которой лежат концы векторов скоростей ионов примеси $\vec{v}_Z$ после соударения с ионом быстрой компоненты, имевшим скорость $\frac{M_F+M_Z}{2M_F}v_2$ и питч-угол θ^*. Штриховая линия, линия пересечения гиперболоида 1 и сферы 2, ограничивает область углов, угла рассеяния ψ и азимутального угла ϕ, при которых ион примеси уходит из ловушки.

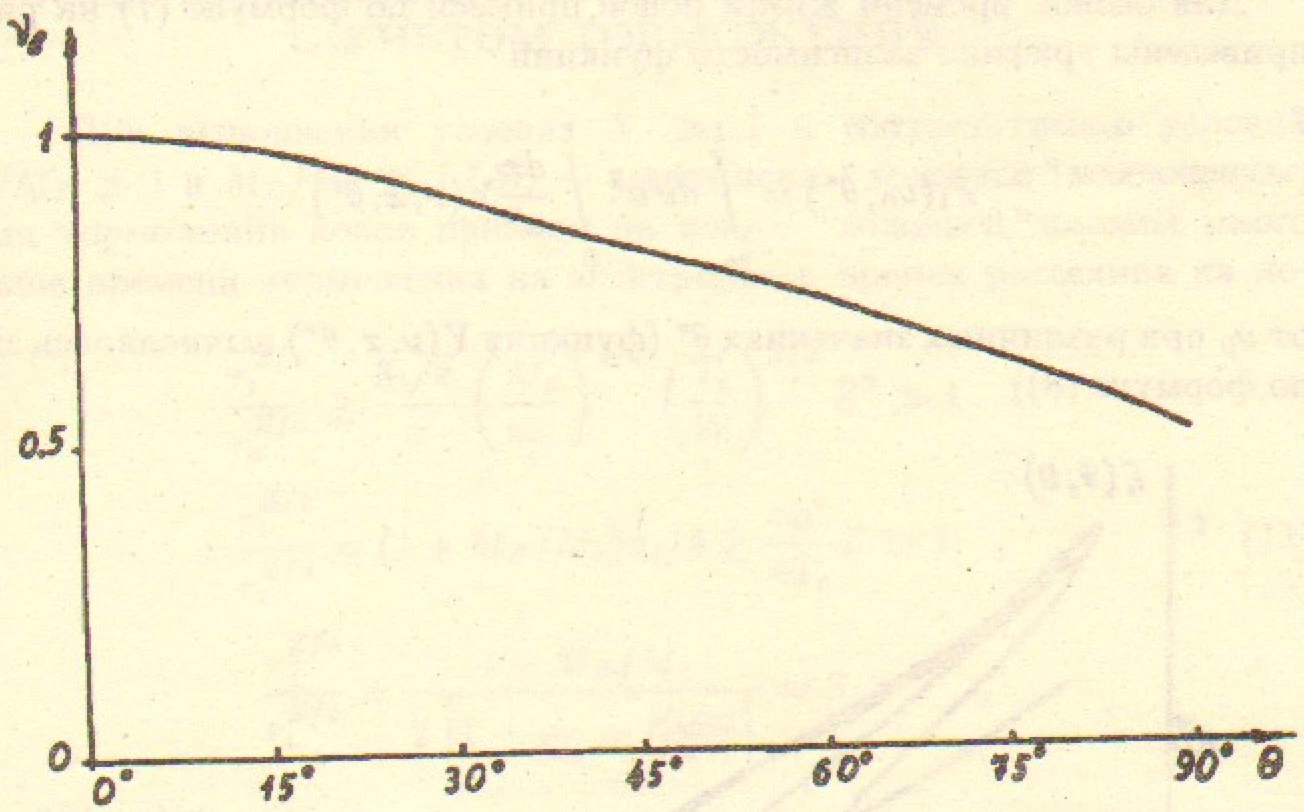

Рис. 3. Зависимость параметра $\nu_b = v_m/v$ от θ, при котором функции $F_1(\nu_b, \theta)$ и $F_2(\nu_b, \theta)$ обращаются в ноль.

Таким образом минимальная энергия инжекции, при которой возможно выбивание примеси равна:

$$W_{min} = \frac{M_F v_m^2}{2\nu_b^2(\theta^*)} = (1 + M_F/M_Z)^2 \frac{M_Z Z e\varphi^*}{4M_F\nu_b^2(\theta^*)} , \qquad (9)$$

или при заданной энергии инжекции W

$$Z_{max} \approx \nu_b(\theta^*)\sqrt{\frac{6W}{e\varphi^*}} - \frac{3}{2}$$

(здесь, полагая, что M_F — масса трития, использовано приближенное соотношение: $M_Z \approx \frac{2}{3}ZM_F$ для $Z \gg 1$). Для типичных параметров ловушки [6] $W/e\varphi^* \approx 100$, $\theta^* \approx 30^\circ$ возможно выбивание ионов примеси с $Z \leq 20$.

Заметим, что описанный выше способ вычисления частоты выбивания примеси справедлив, если за время пролета вдоль ловушки ион примеси не успевает испытать несколько близких столкновений, т.е. если $v_Z\tau_Z/L \gg 1$. Для параметров ловушки, приведенных в [6] $v_Z\tau_Z/L \geq 400 \cdot Z$.

Для оценок времени жизни ионов примеси по формуле (7) на рис. 4 приведены графики зависимости функции

$$F_1(\nu_0, \theta^*) = \int_{\nu_0}^{1} d\nu\, \nu^2 \int_{0}^{1} \frac{dx}{x^3} Y(\nu, x, \theta^*) \quad . \tag{10}$$

от ν_0 при различных значениях θ^* (функция $Y(\nu, x, \theta^*)$ вычислялась здесь по формуле (8)).

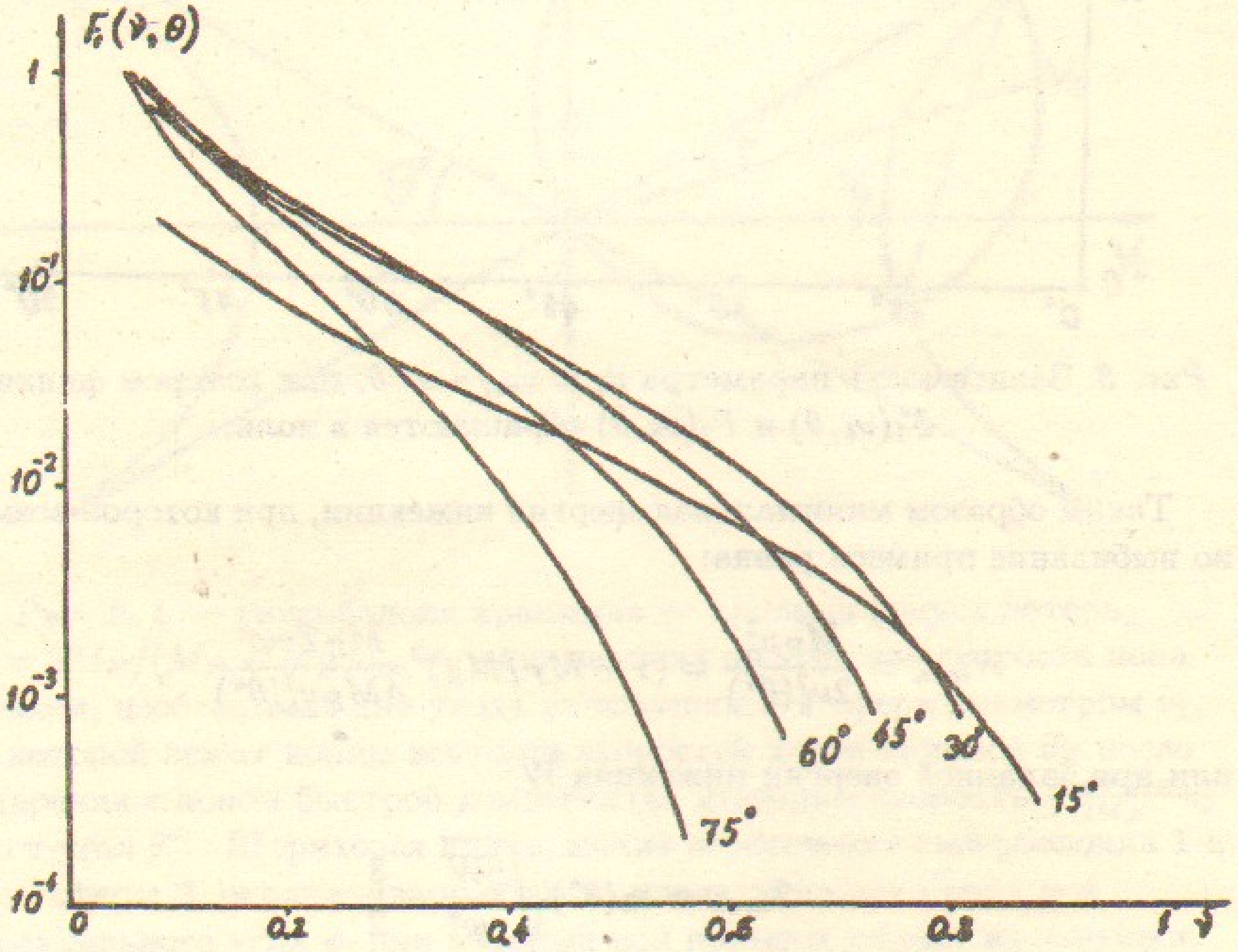

Рис. 4. Зависимости функции F_1 от ν при различных θ.

ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ИОНОВ ПРИМЕСИ С $Z \gg 1$ С УЧЕТОМ ТОРМОЖЕНИЯ

При выполнении условия $Z \gg 1$ и соответственно условий $M_Z/M_F \gg 1$ и $M_Z/M_c \gg 1$ (M_c — масса иона "холодной" компоненты) время торможения ионов примеси на ионах "холодной" плазмы много меньше времени торможения на электронах и времен рассеяния на ионах:

$$\frac{\tau_s^{Z/e}}{\tau_s^{Z/c}} \geq \frac{3\sqrt{\pi}}{4}\left(\frac{M_c}{m_e}\right)^{1/2}\left(\frac{T_e}{W}\right)^{1/2} Z^3 \gg 1 \quad ,$$

$$\frac{\tau_\epsilon^{Z/c}}{\tau_s^{Z/c}} = (1 + M_Z/M_c)x_c/4 \geq \frac{e\varphi^*}{4T_c} Z \gg 1 \quad , \tag{11}$$

$$\frac{\tau_d^{Z/c}}{\tau_s^{Z/c}} = \frac{1 + M_Z/M_c}{2\left[1 - \frac{1}{2x_c} + \frac{\mu'(x_c)}{\mu(x_c)}\right]} \approx Z \gg 1 \quad ,$$

где $\tau_s^{Z/\beta}$, $\tau_\epsilon^{Z/\beta}$, $\tau_d^{Z/\beta}$ — времена релаксации ионов примеси на частицах сорта β, определенные в [4], $x_c = \frac{M_c v_Z^2}{2T_c}$,

$$\mu(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi} \sqrt{\xi}\, d\xi$$

интеграл Максвелла.

Поэтому можно записать уравнение движения иона примеси в следующем виде:

$$dl = -\cos\theta_Z\, \tau_s^{Z/c}\, dv_1 \quad , \tag{12}$$

где l — расстояние вдоль магнитного поля, пройденное ионом примеси после соударения; v_1 — текущая скорость иона примеси;

$$\tau_s^{Z/c}(v_1) = \frac{M_c (M_Z v_1^2/2)^{3/2}}{\pi\sqrt{2M_Z}\, Z^2 e^4 \Lambda n_c \overline{\mu}} \quad ,$$

$\overline{\mu}$ — некоторое среднее значение интеграла Максвелла:

$$\mu\left(\frac{e\varphi^*}{T_e \nu_b^2(\theta^*)}\right) < \overline{\mu} < 1 \quad .$$

Используя уравнение (12), можно вычислить длину части ловушки, в которой ион примеси, имеющий после столкновения скорость v_Z и питч-угол θ_Z, уходит из ловушки. Отношение этой длины ко всей длине ловушки равно:

$$G_1(v_Z,\theta_Z) = \int\limits_0^{\min[L,\,l(v_Z)]} \frac{dl(v_1)}{L} G(v_1,\theta_Z) =$$

$$= \frac{\lambda_Z}{L}\cos\theta_Z\, g\left(\frac{\min\left[v_Z^4,\ \frac{L v_{Zm}^4}{\lambda_Z\cos\theta_Z} + v_b^4\right] - v_b^4}{v_{ZM}^4}\right) , \qquad (13)$$

где

$$g(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x > 0, \\ 0, & \text{при } x \le 0, \end{cases}$$

$v_b = \sqrt{\frac{2Ze\varphi^*}{M_Z(1-R^*\sin^2\theta_Z)}}$ — минимальная скорость с которой ион примеси с питч-углом θ_Z может уйти из ловушки, $v_{Zm} = \frac{2M_F}{M_Z}v_0$ — максимальная скорость, которую может получить ион примеси, $\lambda_Z = \frac{4}{\pi}\frac{M_c M_F^2}{M_Z^3}\frac{W^2}{Z^2e^4\Lambda n_c\bar{\mu}}$ — длина торможения иона примеси, имеющего максимальную скорость.

Очевидно, что $G_1(v_Z,\theta_Z)$ переходит в $G(v_Z,\theta_Z)$ при $\lambda_Z/L \to \infty$. Подставляя функцию $G_1(v_Z,\theta_Z)$ вместо $G(v_Z,\theta_Z)$ в выражение (4) для обратного времени жизни иона примеси, получим:

$$\frac{1}{\tau_Z} = \frac{3S_F}{\Lambda Z n_e}\left(\frac{M_F}{\pi m_e}\right)^{1/2}\left(\frac{M_F Z T_e}{M_Z e\varphi^*}\right)^{3/2} F_Z(\nu_0,\theta^*,\lambda_Z/L) , \qquad (14)$$

где

$$F_Z(\nu_0,\theta^*,\xi) = \xi\nu_0^4 \int\limits_{\nu_0}^{1} d\nu\,\nu^2 \int\limits_0^1 \frac{dx}{x^3} \int\limits_0^{\pi} d\phi \cos\theta_Z \times$$

$$\times g\left(\min\left[\frac{x^4}{\nu^4},\ \frac{1}{\xi\nu_0^4\cos\theta_Z} + \gamma_\theta\right] - \gamma_\theta\right) ,$$

$$\gamma_\theta = \frac{\sin^4\theta^*}{(\cos^2\theta_Z - \cos^2\theta^*)^2} ,$$

$$\cos\theta_Z = x\cos\theta^* + \sqrt{1-x^2}\sin\theta^*\cos\phi .$$

При $\lambda_Z/L < 1$ функцию F_Z можно представить в более простом виде:

$$F_Z(\nu_0,\theta^*,\lambda_Z/L) = \frac{\lambda_Z}{L}\nu_0^4 F_2(\nu_0,\theta^*) . \qquad (15)$$

Графики зависимости F_2 от ν_0 при различных θ^* приведены на рис. 5. Отметим также, что $F_Z(\nu_0,\theta^*,\lambda_Z/L)$ переходит в $F_1(\nu_0,\theta^*)$ при $\lambda_Z/L \to \infty$. Этим приближением можно пользоваться, когда длина торможения самых медленных ионов, способных преодолеть барьер, $\lambda_Z' = \lambda_Z\nu_0^4/\nu_b^4$ удовлетворяет условию $\lambda_Z' \gg L$.

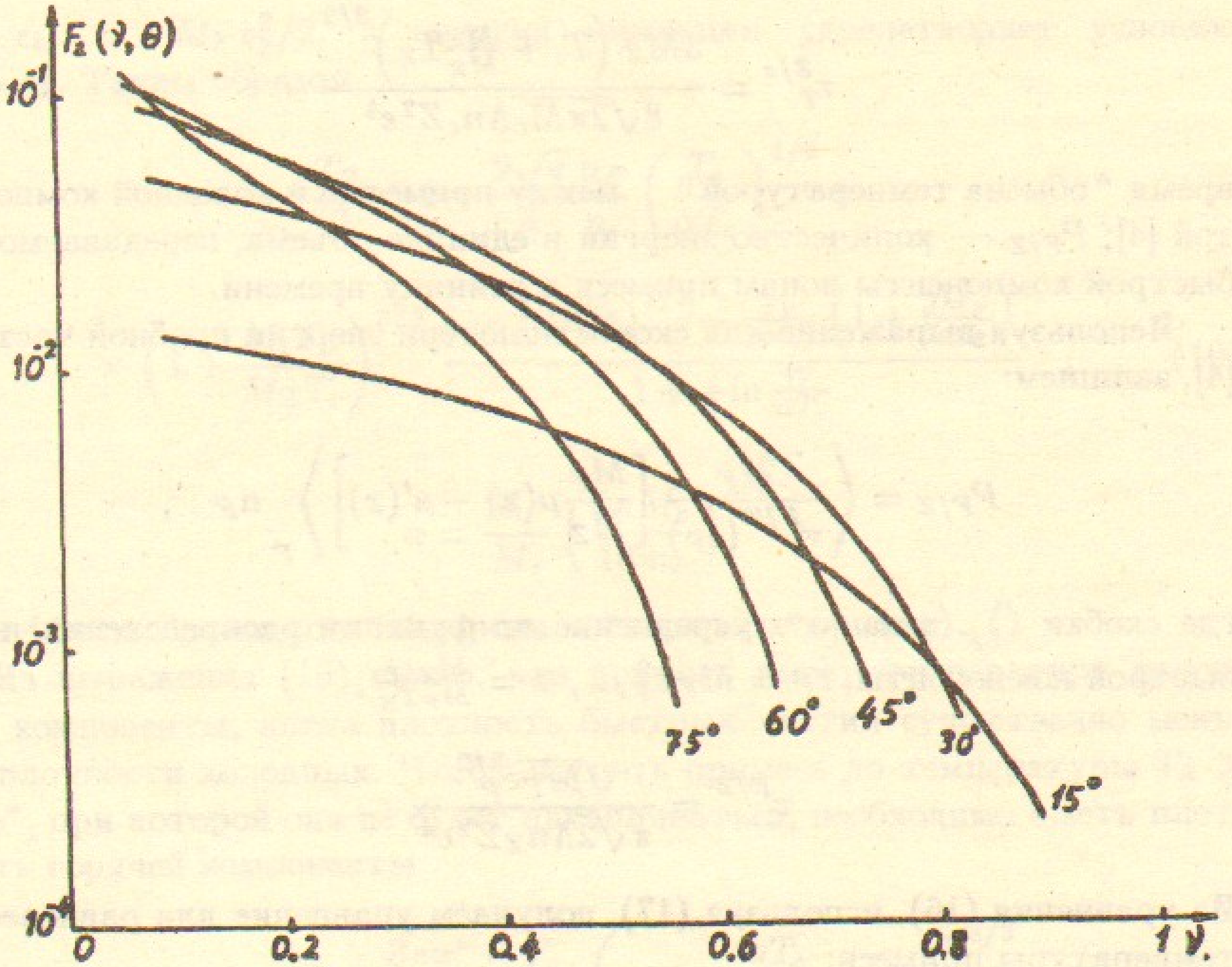

Рис. 5. Зависимости функции F_2 от ν при различных θ.

ОЦЕНКА НАГРЕВА ПРИМЕСИ В РЕЗУЛЬТАТЕ МНОГОКРАТНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ С ИОНАМИ БЫСТРОЙ КОМПОНЕНТЫ

Чтобы найти температуру примеси T_Z, запишем уравнение баланса энергии:

$$n_Z \frac{3}{2} \frac{T_Z - T_c}{\tau_T^{Z/c}} = P_{F/Z} \ , \qquad (16)$$

где T_c — температура холодной компоненты;

$$\tau_T^{Z/c} = \frac{3M_Z \left(T_c + \frac{M_c}{M_Z} T_Z\right)^{3/2}}{8\sqrt{2\pi M_c} \Lambda n_c Z^2 e^4}$$

время "обмена температурой" между примесью и холодной компонентой [4]; $P_{F/Z}$ — количество энергии в единице объема, передаваемой от быстрой компоненты ионам примеси в единицу времени.

Используя выражение для скорости потери энергии пробной частицы [4], запишем:

$$P_{F/Z} = \left\langle \frac{2\epsilon_F}{\tau_1^{F/Z}(\epsilon_F)} \left[\frac{M_F}{M_Z} \mu(x) - \mu'(x) \right] \right\rangle_F n_F \quad , \qquad (17)$$

где скобки $\langle\rangle_F$ означают усреднение по функции распределения ионов быстрой компоненты, $\epsilon_F = M_F v_F^2/2$, $x = \frac{M_Z \epsilon_F}{M_F T_Z}$,

$$\tau_1^{F/Z} = \frac{\sqrt{M_F} \epsilon_F^{3/2}}{\pi \sqrt{2} \Lambda n_Z Z^2 e^4} \quad .$$

Из уравнения (16), используя (17), получаем уравнение для равновесной температуры примеси:

$$\frac{T_Z}{T_c} = 1 + \sqrt{\frac{\pi M_Z T_c}{4 M_c T_Z}} \left(1 + \frac{M_c T_Z}{M_Z T_c}\right)^{3/2} \left\langle \frac{\mu(x) - \frac{M_Z}{M_F}\mu'(x)}{x^{1/2}} \right\rangle_F \frac{n_F}{n_c} \quad . \qquad (18)$$

Выражение в угловых скобках существенно зависит от поведения функции распределения быстрой компоненты в области малых энергий, поэтому нельзя применять зависимость $f_F(v) \sim v^{-3}$, которой мы пользовались в предыдущих разделах. Для оценки выражения (18) примем, что $f_F(v) = \text{const}$, при $v < v_k$ и убывает как $f_F(v) \sim v^{-3}$, при $v \geq v_k$

(см., например, [5]), где $v_k^3 = 3\sqrt{\pi} m_e/(4M_c)[2T_e/m_e]^{3/2}$. Опуская члены $\sim \exp(-M_Z v_k^2/2T_Z)$, получим:

$$\left\langle \frac{\mu(x) - \frac{M_Z}{M_F}\mu'(x)}{x^{1/2}} \right\rangle_F = \frac{1}{n_F} \int_0^{v_0} dv\, v^2 f(v) \left[\frac{\mu(x) - \frac{M_Z}{M_F}\mu'(x)}{x^{1/2}} \right] \simeq$$

$$\simeq \frac{9}{2} \left(\frac{M_F T_Z}{M_Z \epsilon_k}\right)^{1/2} \frac{1 - \frac{2}{3}\left(\frac{\epsilon_k}{W}\right)^{1/2} - \frac{T_Z}{3\epsilon_k}\left(1 + \frac{3M_F}{2M_Z}\right)}{1 + \frac{2}{3}\ln\frac{W}{\epsilon_k}} \ ,$$

где $\epsilon_k = M_F v_k^2/2$, а энергия инжекции удовлетворяет условию $W > \epsilon_k$. Таким образом,

$$\frac{T_Z}{T_c} = 1 + \frac{9\sqrt{\pi}}{4} \frac{n_F}{n_c} \left(\frac{T_c}{\alpha T_e}\right)^{1/2} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{M_c T_Z}{M_Z T_c}\right)^{3/2} \frac{1 - \frac{2}{3}\left(\frac{\alpha T_e}{W}\right)^{1/2} - \frac{T_Z}{3\alpha T_e}\left(1 + \frac{3M_F}{2M_Z}\right)}{1 + \frac{2}{3}\ln\frac{W}{\alpha T_e}} \ , \qquad (19)$$

где

$$\alpha = \frac{M_F}{M_c} \left(\frac{9\pi M_c}{16 m_e}\right)^{1/3}$$

($\alpha \simeq 44$ для "холодного" водорода и "горячего" трития).

Из выражения (19) видно, что примесь имеет температуру холодной компоненты, когда плотность быстрых частиц существенно меньше плотности холодных. Чтобы нагреть примесь до температуры $T_Z \geq Ze\varphi^*$, при которой она не будет накапливаться, необходимо иметь плотность горячей компоненты

$$n_F \geq n_c \frac{4}{9\sqrt{\pi}} \frac{Ze\varphi^* - T_c}{\alpha T_e - Ze\varphi^*} \left(\frac{\alpha T_e}{T_e + Ze\varphi^* M_c/M_Z}\right)^{3/2} \times$$

$$\times \frac{1 + \frac{2}{3}\ln\frac{W}{\alpha T_e}}{1 - \frac{2}{3}\left(\frac{\alpha T_e}{W}\right)^{1/2} - \frac{Ze\varphi^*}{3\alpha T_e}\left(1 + \frac{3M_F}{2M_Z}\right)} \ . \qquad (20)$$

Например, для $T_e \simeq T_c \simeq 0.01W$ получим $n_F/n_c \geq 4Z$. Выражение (20) является лишь оценкой, поскольку функция распределения примеси будет отличаться от максвелловской, когда ее характерная энергия "оторвется" от температуры холодной компоненты.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Если условие (20) предыдущего раздела не выполняется, возникает вопрос: сколько примеси может поступать в ловушку, чтобы механизм ее удаления, описанный в разделах 2 и 3 был достаточно эффективным? Примем, как и в [3], за меру влияния примеси на процессы в плазме величину $Z^2 n_Z/n_e$ и потребуем выполнения неравенства $Z^2 n_Z/n_e < 1$. Тогда, используя (14) и (15), можно получить ограничение на допустимое количество примеси S_Z, поступающее в единицу объема за единицу времени:

$$\frac{S_Z}{S_F} < \frac{3}{\Lambda}\left(\frac{M_F}{\pi m_e}\right)^{1/2}\left(\frac{Z M_F T_e}{M_Z e\varphi^*}\right)^{3/2}\frac{F_Z(\nu_0,\theta^*,\lambda_Z/L)}{Z^3(1+M_F/M_Z)} \quad , \qquad (21)$$

где

$$\lambda_Z = \frac{1}{4\pi\Lambda\overline{\mu}}\frac{M_c}{M_Z}\frac{(e\varphi^*)^2}{e^4 n_c \nu_0^4} \equiv \frac{4 M_c M_F^2 W^2}{\pi M_Z^3 Z^2 e^4 \Lambda n_c \overline{\mu}} \quad ,$$

$$\nu_0 = \frac{v_m}{v_0} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{M_F}{M_Z}\right)\sqrt{\frac{M_Z Z e\varphi^*}{M_F W}} \quad .$$

(Заметим, что при выполнении условий $Z^2 n_Z < N_e$ и $Z \gg 1$, неравенства (11) для времен релаксаций будут выполняться даже с учетом рассеяния примеси самой на себе.)

Полагая, что M_F — масса трития, а M_c — масса водорода, и используя соотношение $M_Z \simeq 2Z\,M_c$, запишем ограничение (21) в более компактном виде:

$$\frac{S_Z}{S_F} < \frac{15.}{Z^2(Z+1.5)}\left(\frac{T_e}{e\varphi^*}\right)^{3/2} F_Z(\nu_0,\theta_*,\lambda/L) \quad , \qquad (22)$$

$$\nu_0 \simeq (Z+1.5)\sqrt{\frac{e\varphi^*}{6W}} \quad ,$$

$$\lambda_Z \simeq 460 \cdot \frac{W^2[кэВ]}{Z^5 n_c[см^{-3}]\cdot 10^{-14}} \quad .$$

Например, взяв типичные значения параметров из [6]: $\theta^* = 30°$, W=100 кэВ, $T_e = e\varphi^*$=1 кэВ, L = 10 м, $n_c = 0.5\cdot 10^{14}$см$^{-3}$, для углерода, водорода и кремния получим:

$\lambda_6 = 600$ м, $\quad \lambda_8 = 140$ м, $\quad \lambda_{14} = 8.5$ м,
$S_6/S_F < 3\cdot 10^{-3}$, $\quad S_8/S_F < 10^{-3}$, $\quad S_{14}/S_F < 4\cdot 10^{-5}$.

В заключение оценим, какой вклад в очистку плазмы от примесей может внести наличие α-частиц термоядерного происхождения. Для этого воспользуемся результатом, полученным в [3], учтя торможение ионов примеси после соударения. Граница конуса потерь для иона, испытавшего соударение на расстоянии l от потенциального барьера определяется уравнением:

$$\epsilon_Z = Ze\varphi^*\sqrt{\frac{l}{\lambda'_Z\cos\theta_Z} + \frac{1}{(1-R^*\sin^2\theta_Z)^2}} \quad ,$$

где ϵ_Z — энергия иона примеси; θ_Z — его питч-угол; $\lambda'_Z = \nu_0^4\lambda_Z$ — длина торможения иона с энергией $Ze\varphi^*$.

Поскольку в интересующих нас вариантах ловушки почти везде $l \gg \lambda'_Z$, граница конуса потерь имеет вид, показанный на рис. 6, что соответствует в обозначениях работы [3]:

$$R = 1/\sin^2\theta^* , \quad R_A = 1 , \quad G(l) = e\varphi^*/T_e\sqrt{l/\lambda'_Z + 1} ,$$

$$\nu_Z(l) = \frac{3\sqrt{2\pi}}{4G^{3/2}\Lambda}\frac{1}{1+Z/2}\sqrt{\frac{M_\alpha}{m_e}}\frac{F(1/R,\eta_l)}{R}\frac{S_\alpha}{n_e} \quad , \qquad (23)$$

$$\eta_l = \eta\,(l/\lambda'_Z + 1)^{1/4} \quad .$$

Усреднив (23) по длине ловушки, получим

$$\frac{1}{\tau_{Z/\alpha}} \equiv \nu_Z(l) = \frac{3\sqrt{2\pi}}{4(e\varphi^*/T_e)^{3/2}\Lambda}\frac{1}{1+Z/2}\sqrt{\frac{M_\alpha}{m_e}}\frac{S_\alpha}{n_e}\sin^2\theta^* F_\alpha(\sin^2\theta^*,\eta,\lambda'_Z/L) ,$$

где

$$F_\alpha(\rho,\eta,\xi) = \xi\int_1^{1+1/\xi}\frac{dx}{x^{3/4}}F(\rho,\eta x^{1/4}) \quad .$$

Источник α-частиц связан с источником быстрых ионов S_F очевидным соотношением

$$S_\alpha = \gamma n_D < \sigma_{DT} v > S_F \tau_F \quad ,$$

где n_D — плотность ионов мишени (если S_F — источник трития, то n_D — плотность дейтерия); τ_F — время жизни быстрого иона ($\tau_F \simeq \tau_{ie}$); $\gamma \leq 2$ — коэффициент, учитывающий вклад α-частиц, рожденных в областях точек остановки. Используя это соотношение, сравним частоты "выбивания" примеси α-частицами и быстрыми ионами:

$$\frac{\tau_Z}{\tau_{Z/\alpha}} \simeq \frac{3\sqrt{\pi}}{16\Lambda}\gamma\sqrt{\frac{M_\alpha M_F}{m_e}} \frac{<\sigma_{DT} v> T_e^{3/2}}{e^4} \frac{F_\alpha \sin^2\theta^*}{F_Z} \frac{n_D}{n_e} \quad .$$

Например, для типичных значений параметров: $n_D/n_e = 1/3$, $\theta^* = 30°$, $\gamma = 2$, $<\sigma_{DT} v> = 10^{-15}$ см^3/сек, для углерода, кислорода и кремния получим:

$$\tau_6/\tau_{6/\alpha} \simeq 0.01\,, \qquad \tau_8/\tau_{8/\alpha} \simeq 0.01\,, \qquad \tau_{14}/\tau_{14/\alpha} \simeq 0.04\,.$$

На рис. 7 приведен график зависимости от Z допустимого отношения S_Z/S_F, связанного с "выбиванием" примеси ионами трития (кривая 2) и α-частицами (кривая 3) для значений параметров ловушки, приведенных выше. Видно, что в области $Z \leq 15$, где механизм "очистки" работает достаточно эффективно, основную роль играет "выбивание" ионов примеси ионами быстрой компоненты.

Автор признателен Д.Д. Рютову за постановку задачи и обсуждение результатов.

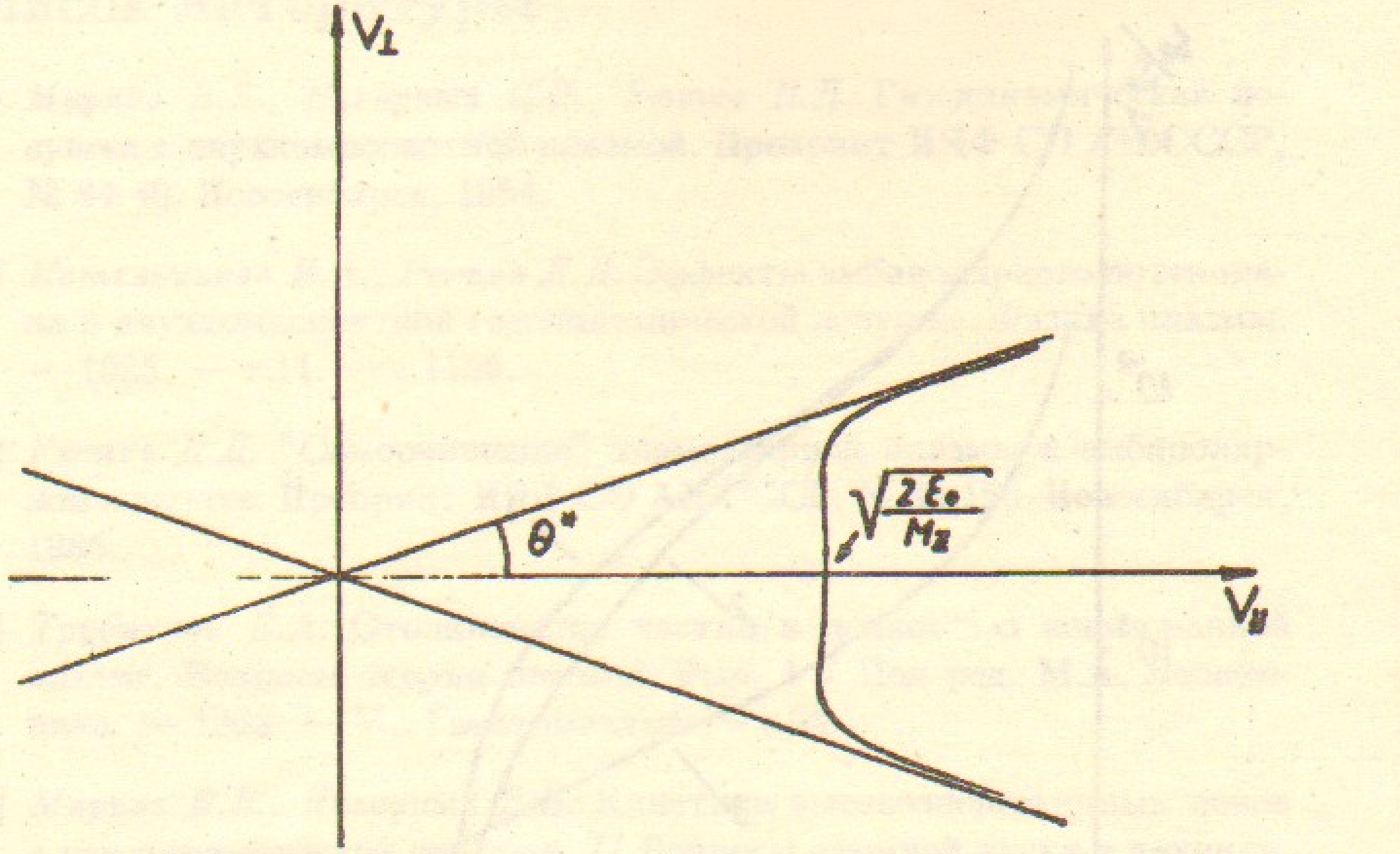

Рис. 6. Форма границы конуса потерь для иона примеси, "выбитого" на расстоянии l от потенциального барьера, определяемая уравнением $\epsilon_Z \equiv M_Z(v_\parallel^2 + v_\perp^2)/2 = Ze\varphi^* \sqrt{\frac{l}{\lambda'_Z \cos\theta_Z} + \frac{1}{(1-R^* \sin^2\theta_Z)^2}}$, $\sin^2\theta_Z = \frac{v_\perp^2}{v_\parallel^2 + v_\perp^2}$, $l/\lambda'_Z \gg 1$.
Минимальная энергия, необходимая для пролета до потенциального барьера и преодоления его равна $\epsilon_0 = Ze\varphi^* \sqrt{l/\lambda'_Z + 1}$.

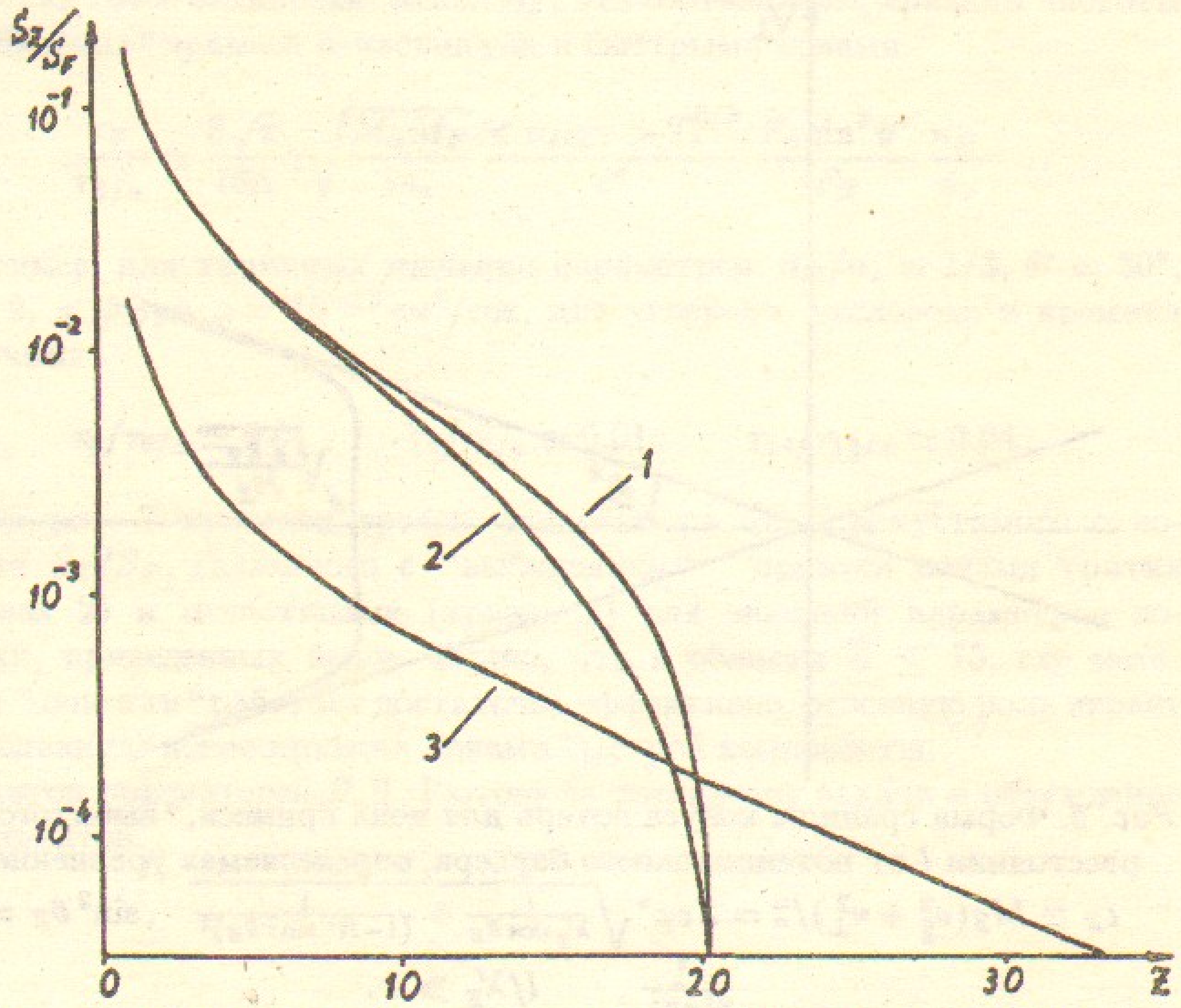

Рис. 7. Зависимости отношения допустимого тока примеси S_Z в ловушку к току трития S_F от заряда примеси Z для ловушки с параметрами, приведенными в тексте: 1 — без учета торможения об ионы холодной компоненты; 2 — с учетом торможения; 3 — S_Z/S_F определяемое выбиванием ионов примеси α-частицами.

Список литературы

[1] *Мирнов В.В., Нагорный В.П., Рютов Д.Д.* Газодинамическая ловушка с двухкомпонентной плазмой. Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 84-40. Новосибирск, 1984.

[2] *Котельников И.А., Рютов Д.Д.* Эффекты амбиполярного потенциала в двухкомпонентной газодинамической ловушке. Физика плазмы. — 1985. — т.11. — с.1155.

[3] *Рютов Д.Д.* "Самоочищение" термоядерной плазмы в амбиполярной ловушке. Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 86-150. Новосибирск, 1986.

[4] *Трубников Б.А.* Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме. Вопросы теории плазмы. Вып. 1 / Под ред. М.А. Леонтовича. — 1963. — М.: Госатомиздат. — с.98.

[5] *Мирнов В.В., Нагорный В.П.* Кинетика высокоэнергетичных ионов в газодинамической ловушке. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. — 1984. — т.3(16). — с.40.

[6] *Котельников И.А., Рютов Д.Д., Цидулко Ю.А., Катышев В.В., Комин А.В., Кривошеев В.М.* Математическая модель источника нейтронов на основе газодинамической ловушки. Препринт ИЯФ СО АН СССР, № 90-105. Новосибирск, 1990.