

29

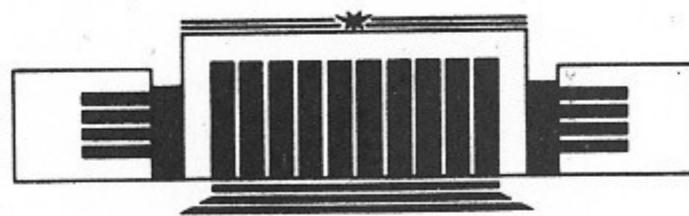


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
им. Г.И. Будкера СО РАН

Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев

КОНВЕРСИЯ ВОЛНЫ  
БЕРНШТЕЙНА-ГРИНА-КРУСКАЛА НА  
ВОЗМУЩЕНИИ ПЛОТНОСТИ. I

ИЯФ 94-48



НОВОСИБИРСК

# Конверсия волны Бернштейна–Грина–Крускала на возмущении плотности. I

Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев

Институт ядерной физики,  
630090 Новосибирск, Россия

## Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию взаимодействия волны БГК ( $\lambda_e/r_d = 200$ ;  $N_e = \mathcal{L}/\lambda_e = 1$ ) с синусоидальным возмущением плотности ( $N_i = \lambda_e/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,01 - 0,9$ ) в одномерной плазме с неподвижными ионами.

Показано, что это взаимодействие, подобно случаю ленгмюровской волны, приводит к конверсии в прямые и обратные ленгмюровские волны — гармоники волны БГК с номерами  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3 \dots$ . В динамическом описании конверсия проявляется в модуляции поля и локализации энергии во впадинах плотности.

Однако, развитие конверсии отличается от случая ленгмюровской волны. Обмен энергией захваченных в волну БГК электронов с ее полем стабилизирует волну и препятствует конверсии, так что при  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  параметры волны БГК практически не меняются, а амплитуда гармоник конверсии мала.

При  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,3$  начальная стадия развития гармоник конверсии практически не отличается от случая ленгмюровской волны, однако, амплитуда волны БГК на этой стадии меняется гораздо меньше.

С ростом возмущения плотности уменьшается фазовая скорость волны БГК. Это приводит к новым нелинейным эффектам — перестройке распределения захваченных электронов, передаче части их энергии в поле волны БГК и к росту скорости конверсии.

# The Conversion of the Bernstein–Greene–Kruskal Wave on the Density Perturbation. I

N.S. Buchelnikova, B.N. Laseev

Institute of Nuclear Physics,  
630090 Novosibirsk, Russia

## Abstract

The interaction of the BGK-wave ( $\lambda_e/r_d = 200$ ;  $N_e = \mathcal{L}/\lambda_e = 1$ ) with sinusoidal density perturbation ( $N_i = \lambda_e/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,01 - 0,9$ ) in the one-dimensional plasma with fixed ions was studied in numerical experiments (PIC-method).

It was shown, that this interaction, like the case of the Langmuir wave, leads to the conversion into the direct and backward Langmuir waves with the wave numbers  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3 \dots$ . In the dynamical description the conversion shows itself in the modulation of the electric field and in the localization of the energy in the density cavities.

The evolution of the conversion differs from the case of the Langmuir wave, because the exchange by the energy between the electrons, trapped in the BGK-wave, and the electric field of the wave prevents the conversion. In the case of small density perturbation  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  the parameters of the BGK-wave are practically stable and the amplitudes of the conversion modes are low. In the case of  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,3$  the initial stage of the conversion modes evolution is practically the same as in the case of the Langmuir wave, but the BGK-wave amplitude is changed much less.

When the density perturbation increases the phase velocity of the BGK-wave decreases. This leads to the new nonlinear phenomena — to the modification of the trapped electrons distribution, which lead to the increasing exchange by the energy with the wave field, to the increase of the wave amplitude and the conversion growth rate.

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию взаимодействия волны Бернштейна–Грина–Крускала (БГК) с синусоидальным возмущением плотности в плазме с неподвижными ионами. Рассматривается волна БГК, область захвата которой равномерно заполнена электронами. Работа является продолжением работ [1, 2], в которых описан метод задания волны БГК [1] и исследована стохастическая неустойчивость волны БГК [1, 2]. В настоящей работе рассматривается волна БГК с параметрами, при которых стохастическая неустойчивость практически не влияет на параметры волны в течение длительного времени и приводит только к формированию стохастического слоя небольшой ширины в районе сепаратрисы волны.

Работа разбита на несколько частей, в которых рассматриваются случаи с разными параметрами волны БГК и возмущения плотности: I, II —  $\mathcal{L}/r_d = 200$ , волна БГК  $N_e = \mathcal{L}/\lambda_e = 1$  — случай 1 из работ [1, 2]; I —  $N_i = \lambda_e/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,01 - 0,9$ ; II —  $N_i = 2$ ;  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,04 - 0,3$ ; III —  $\mathcal{L}/r_d = 100$ , волна БГК  $N_e = 1$  — случай 1–1 из работ [1, 2];  $N_i = 2$ ,  $\tilde{n}/n_0 \sim 0,04 - 0,3$ ;  $N_i = 1$ ;  $\tilde{n}/n_0 = 0,04$ . Результаты, полученные в разных случаях сравниваются в работе III. Рассмотрено также долговременное развитие (в течение  $\sim 100T_{oe}$ ) волны БГК в неоднородной плазме (II) и развитие в случаях с большими возмущениями плотности, когда существенную роль играет захват электронов плазмы (IV).

Ранее проводились численные эксперименты по исследованию конверсии при взаимодействии ленгмюровской волны с возмущением плотности (ионно-звуковой волной) [3–5]. Было показано, что это взаимодействие приводит к модуляции поля ленгмюровской волны и локализации энер-

гии поля во впадинах плотности. В спектральном описании этому эквивалентна генерация гармоник ленгмюровской волны прямых и обратных волн с волновыми векторами  $k_N = k_e \pm \beta k_i$  и номерами гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ . В случае  $N_i > N_e$  в отсутствие затухания изменение амплитуды гармоник описывается модулем функций Бесселя порядка  $\beta - E_\beta^N/E_0 = |J_\beta\left(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t\right)|$ , так что  $E_\beta^N/E_0\left(\frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t\right)$  не зависит от  $\lambda_e$ ,  $\lambda_i$ ,  $\lambda_e/\lambda_i = N_i/N_e$ , а также от  $\tilde{n}/n_0$ . Амплитуда исходной ленгмюровской волны описывается модулем функции Бесселя нулевого порядка.

В настоящей работе показано, что взаимодействие волны БГК с возмущением плотности приводит к конверсии в ленгмюровские волны. Так же как в случае ленгмюровской волны, конверсия волны БГК приводит к модуляции поля и локализации энергии во впадинах плотности, а в спектральном описании — к генерации гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ . Развитие конверсии, однако, существенно отличается от случая ленгмюровской волны. При малых возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  конверсия мала — параметры волны БГК практически не меняются, а максимальные амплитуды гармоник конверсии много меньше, чем в случае ленгмюровской волны. При увеличении  $\tilde{n}/n_0$  начальная стадия развития гармоник конверсии приближается к случаю ленгмюровской волны —  $E_\beta^N/E_0(t)$  приближается к  $J_\beta(t)$  и при  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,2-0,3$  практически совпадает с начальным участком  $J_\beta(t)$ , включая первый максимум, а при  $\tilde{n}/n_0 > 0,6$  — включая и следующий максимум  $J_\beta(t)$ . В дальнейшем кривые  $E_\beta^N/E_0(t)$  существенно отличаются от  $J_\beta(t)$ . Однако, амплитуда волны БГК и в этих случаях меняется гораздо меньше, чем амплитуда ленгмюровской волны. Таким образом, захваченные электроны стабилизируют волну БГК относительно конверсии.

С ростом  $\tilde{n}/n_0$  становится существенным уменьшение фазовой скорости волны БГК. Это приводит к новым нелинейным эффектам, связанным с движением захваченных в волне БГК электронов. При уменьшении фазовой скорости распределение  $n_b(x, v)$  этих электронов перестраивается, подстраиваясь к новой фазовой скорости. При этом часть их энергии передается волне БГК, так что амплитуда волны растет и как следствие растет скорость конверсии. При не очень больших возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,3$  этот процесс приводит к установлению квазистационарной волны БГК с новыми параметрами. Ее дальнейшее развитие определяется стохастической неустойчивостью движения электронов, обусловленной взаимодействием волны с гармониками конверсии. Стохастическая неустойчивость приводит к формированию стохастиче-

ского слоя в районе сепаратрисы волны БГК. При  $\tilde{n}/n_0 < 0,1$  ширина слоя практически та же, что и в однородной плазме, при  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,3$  несколько больше.

При больших возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 > 0,3$  существенную роль играет сильная стохастическая неустойчивость в районе областей захвата коротковолновых гармоник конверсии. Эта неустойчивость приводит к захвату и ускорению электронов плазмы и затуханию гармоник конверсии. Это в свою очередь приводит к перекачке энергии из волны БГК в длинноволновые, а из них в коротковолновые гармоники конверсии. В результате энергия поля поглощается электронами плазмы, поле волны БГК затухает, так что волна разрушается, а вышедшие из захвата электроны образуют пучок со сложным распределением плотности.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. В настоящей работе I рассматривается одномерная система длиной  $L/r_d = 200$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям с отношением температур  $T_e/T_i = 30$  и отношением масс  $M/m = 10^{10}$ . Из-за ограниченности числа счетных частиц  $N^e \sim N^i \sim 10^4$  распределение обрезано на скорости  $V \sim \pm 2V_T$ .

Для задания волны БГК задается ленгмюровская волна и ее область захвата на фазовой плоскости равномерно заполняется электронами. Для более равномерного заполнения используется метод “взвешивания”. “Взвешивание” равносильно тому, что один электрон дробится на  $\alpha$  частиц с массой  $m/\alpha$  и зарядом  $e/\alpha$ , но с тем же отношением  $e/m$ , как у электрона, так что движение этих частиц (будем называть их  $b$ -электронами) не отличается от движения электронов. Более подробно метод задания волны БГК описан в работе [1]. Отметим, что параметры волны БГК (фазовая скорость, амплитуда) отличаются от параметров исходной ленгмюровской волны и определяются методом последовательных приближений.

В настоящей работе рассматривается волна БГК с параметрами случая 1 из работ [1, 2]:  $\lambda_e/r_d = 200$ ;  $N_e = 1$ ;  $V_{\phi o}/V_T = 27,9$ ;  $E_0/(mr_d/eT_{oe}^2) = 13,6$ ;  $V_{zo}/V_T = 6,6$  ( $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}$ );  $W_E^0/W_e^0 = 7,0 \cdot 10^{-2}$ ;  $\Delta W_e^0/W_e^0 = 9,2 \cdot 10^{-2}$  ( $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ ,  $W_e^0$  — тепловая энергия электронов плазмы);  $W_W^0/W_e^0 = 0,16$ ,  $W_E^0 = W_W^0 + \Delta W_e^0$ ; число захваченных электронов  $N_b^0 = 50$ ; число  $b$ -электронов  $N_b = 1,35 \cdot 10^4$ ;  $\alpha = 270$ ; энергия  $b$ -электронов  $W_b^0/W_e^0 = 4,58$ ; период захваченных частиц  $T_B/T_{oe} = 9,6$  ( $T_B = 2\pi/k\sqrt{\frac{e\varphi}{m}} = 2\lambda/V_3$ ).

В работах [1, 2] показано, что в однородной бесстолкновительной плазме с неподвижными ионами параметры такой волны практически сохраняются в течение длительного времени. Единственной неустойчивостью, которая проявляется за время  $\sim 100T_{oe}$  является стохастическая неустойчивость движения электронов. Эта неустойчивость приводит к образованию стохастического слоя небольшой ширины в районе сепараторы волны БГК, но практически не влияет на ее параметры.

Квазинейтральное возмущение плотности плазмы задается синусоидальным возмущением плотности электронов и ионов. В настоящей работе рассматривается возмущение с  $N_i = \lambda_e/\lambda_i = 3$ ;  $\lambda_i/r_d = 66, 67$ ; впадины плотности находятся на  $x/r_d = 33, 100$  и  $167$ . Амплитуда возмущения различна в разных случаях:

Случай	1-0	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5
$\tilde{n}/n_0$	0,01	0,04	0,1	0,3	0,6	0,9

Рассмотрим, что происходит при взаимодействии волны БГК  $N_e = 1$  с возмущением плотности  $N_i = 3$  в случаях 1-0÷1-5. Анализ спектров  $E^N(N)$  показывает, что при этом взаимодействии возбуждаются те же гармоники  $N = N_e \pm \beta N_i$ , что и при конверсии ленгмюровской волны  $N_e = 1$  на возмущении плотности  $N_i = 3$ . Действительно, во всех случаях 1-0÷1-5 наблюдается возбуждение гармоник  $N = 4$  и  $N = -2(\beta = 1)$ ;  $N = 7$  и  $N = -5(\beta = 2)$  и т. д. (знаком “-” мы обозначаем обратные волны). Фазовые скорости этих гармоник, определенные по сдвигу фаз в разные моменты времени, совпадают с фазовыми скоростями ленгмюровских волн для соответствующих  $N$ . Это показывает, что возбуждающиеся гармоники являются ленгмюровскими волнами. Таким образом, взаимодействие волны БГК с возмущением плотности приводит к конверсии в ленгмюровские волны — гармоники волны БГК.

В динамическом описании это взаимодействие проявляется в модуляции электрического поля волны. По распределению поля  $E(x)$  в разные моменты времени можно видеть, что модуляция растет с течением времени и приводит к локализации поля во впадинах плотности. На рис. 1-3 показано распределение поля  $E(x)$  в разные моменты времени в интервале  $\Delta t \sim 0,6T_{oe} \sim T/2$  в  $t$ , близкие к  $t$ , когда максимально  $E^N(t)$  для гармоник с  $\beta = 1$  в случаях 1-1÷1-3. Из рис. 1-3 видно, что при увеличении амплитуды возмущения плотности  $\tilde{n}/n_0$  модуляция поля растет. Действительно, в случае 1-1 (рис. 1)  $E(x)$ , хотя и модулируется, но не очень сильно отличается от синусоиды. В случае 1-2 (рис. 2) начинают

вырисовываться пики поля. В случае 1-3 (рис. 3) пики поля четко выражены. При этом максимум поля или пик бежит по впадинам плотности. Это особенно четко видно в случае 1-3 (рис. 3): в  $t/T_{oe} \sim 2,4$  пик находится во впадине плотности на  $x/r_d \sim 33$ ; в  $t/T_{oe} \sim 2,6$  на  $x/r_d \sim 167$ ; в  $t/T_{oe} \sim 2,8$  на  $x/r_d \sim 100$ , в  $t/T_{oe} \sim 3,0$  опять на  $x/r_d \sim 33$ , но в противоположной фазе и т. д. Подобная картина характерна и для конверсии ленгмюровской волны.

Таким образом и в спектральном, и в динамическом описании развитие волны БГК при взаимодействии с возмущением плотности качественно соответствует конверсии ленгмюровской волны на возмущении плотности с тем же  $N_i$ . Однако, величина эффекта, зависимость от времени в случае волны БГК значительно отличается от ленгмюровской волны.

Рассмотрим подробнее развитие конверсии в случаях 1-1÷1-3 (случаи 1-4, 1-5 будут рассмотрены в работе IV). Характерные кривые для случаев 1-1÷1-3 показаны на рис. 4-6. На рис. 4,а-6,а показана зависимость от времени амплитуды волны БГК  $E^I/E_0$  ( $E_0$  — начальная амплитуда волны БГК) и амплитуды гармоник конверсии  $E^N/E_0$  для  $\beta = 1$ ,  $N = 4$ , и  $N = -2$ , а на рис. 4,б-6,б —  $E^N/E_0$  для  $\beta = 2$ ,  $N = 7$  и  $N = -5$ . На рис. 4,б-6,б показана зависимость от времени потерь энергии  $b$ -электронов  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ , энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$  ( $W_e^0$  — тепловая энергия электронов плазмы). Все кривые усреднены по колебаниям с периодом  $\lesssim T_{oe}$ . В табл. 1 приведены моменты времени  $t^N$  и величины  $E^N/E_0$ ,  $\Delta W_b/W_e^0$  для первого максимума и (или) минимума кривых рис. 4-6, а также для случаев 1-0, 1-4 и 1-5.

Из кривых рис. 4,а-6,а видно, что амплитуда волны БГК проходит через минимум, глубина которого растет с ростом возмущения плотности  $\tilde{n}/n_0$  (табл. 1). В дальнейшем амплитуда растет — в случае 1-1 незначительно, в случае 1-2 несколько больше, в случае 1-3 вполне заметно. В случае 1-3 амплитуда достигает величины  $E^I/E_0 \sim 1,6$  в  $t/T_{oe} \sim 6$ .

Кривые  $E^N(t)$  для гармоник  $N = 4$  и  $N = -2$  (рис. 4,а-6,а),  $N = 7$  и  $N = -5$  (рис. 4,б-6,б) на начальном участке, а в случае 1-3 вплоть до первого максимума практически совпадают. В дальнейшем кривые гармоник  $N = N_e + \beta N_i$  и  $N = N_e - \beta N_i$  расходятся. Это отличается от конверсии ленгмюровской волны, при которой кривые  $E^N(t)$  для гармоник  $N = N_e + \beta N_i$  и  $N = N_e - \beta N_i$  совпадают [3, 4]. Величина  $E^N/E_0$  в первом максимуме растет с ростом возмущения  $\tilde{n}/n_0$  (табл. 1), что также отличается от случая ленгмюровской волны.

Таблица 1

**Характерные величины и моменты времени для кривых  $E^N(t)$  и  $\Delta W_b(t)$ . Случаи 1–0÷1–5.**  
 $|J_0|_{\min} = 0, t_{\min}^{(0)} = \pi \frac{\tilde{n}}{n_0} \frac{t}{T_{oe}} = 2, 4; |J_1|_{\max} = 0, 582, t_{\max}^{(1)} = 1, 88; |J_2|_{\max} = 0, 486, t_{\max}^{(2)} = 3, 0.$

Случай	1–0	1–1	1–2	1–3	1–4	1–5
$\tilde{n}/n_0$	0,01	0,04	0,1	0,3	0,6	0,9
$t_{\min}^I/T_{oe}$	1,8	2	0,94	1,6	1,0	0,7
$E_{\min}^I/E_0$	0,98	0,97	3,2	0,96	0,22	0,22
$t_{\max}^{IV}/T_{oe}$	3,5	3,5	0,33	1,9 (10,5)	0,8 (6,0)	0,5
$E_{\max}^{IV}/E_0$	0,039	0,14	3,4	0,58 (1,06)	0,59 (0,68)	0,55
$t_{\max}^{-II}/T_{oe}$	3,5	3,7	0,37	2 (7,5)	1,0 (4,6)	0,6
$E_{\max}^{-II}/E_0$	0,043	0,17	7	0,6 (1,15)	0,66 (1,03)	0,61
$t_{\min}^{IV}/T_{oe}$	7	8,3	7,2	2,8 (13,5)	1,8 (12)	1,3 (9)
$t_{\min}^{-II}/T_{oe}$	7,5	8,3	8,3	3,1 (15,5)	1,7 (11)	1,3 (11,5)
$t_{\max}^{IV}/T_{oe}$	11	4,8	3	1,4	1,4	1,1
$E_{\max}^{VII}/E_0$		0,031	0,12	0,38	0,48	0,46
$t_{\min}^{-V}/T_{oe}$	13	5	0,15	3	1,6 (5,3)	0,9
$E_{\max}^{-V}/E_0$		0,053	7,5 (14,5)	0,45	0,54 (0,67)	0,5
$t_{\min}^{VII}/T_{oe}$		7,5 (23)	8,5 (17)	7 (14)	2,5 (9,5)	1,5 (9)
$t_{\min}^{-V}/T_{oe}$	7,5 (30)	4,5 (19)	7,5 (13)	7,5 (10)	2,6 (10)	1,6 (10)
$t_{\max}^{VII}/T_{oe}$		4,5	4,5 (13)	3,5 (8,5)	(7)	(18)
$\Delta W_b \max/W_e^0$	4,5	$1,2(1,6) \cdot 10^{-2}$	0,06 (0,085)	0,2 (0,54)	(0,44)	(0,06)
$\Delta W_b \max/W_b^0$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2,6(3,5) \cdot 10^{-2}$	$1,3 (1,8) \cdot 10^{-2}$	0,04 (0,12)	(0,1)	(0,013)
$t_{\min}^b/T_{oe}$	7	7,5	7	(13,5)		

$|J_\beta|_{\min,\max}^{(\beta)}$  — первый минимум или максимум модуля функции Бесселя порядка  $\beta$  ( $\beta = 0, 1$  и  $2$ ) и момент времени, когда он достигается;  $E_{\min,\max}^N, t_{\min,\max}^N$  — первый минимум или максимум амплитуды волны БГК ( $N = 1$ ) и  $N$ -й гармоники  $E^N(t)$  и момент времени, когда он достигается, в скобках  $t^N$ ,  $E^N$  абсолютного минимума или максимума за  $t/T_{oe} \sim 0 - 20$ ;  $\Delta W_b \max, t_{\max,\min}^b$  — величина и момент достижения первого максимума или минимума потерь энергии  $b$ -электронов. Данные по кривым  $E^N(t)$ ,  $\Delta W_b(t)$ , усредненным по колебаниям с периодом  $\lesssim T_{oe}$ .

Характерной особенностью кривых  $E^N(t)$  является модуляция амплитуды во времени, особенно четко видная по гармоникам  $N = 4$  и  $N = -2$ . Период модуляции близок к величине  $t_{\min}^N$  (табл. 1). Сопоставление кривых  $E^N(t)$  (рис. 4, *a*, 5, *a*) с кривыми потерь энергии  $\Delta W_b(t)$  (рис. 4, *b*, 5, *b*) показывает, что колебания  $E^N(t)$  и  $\Delta W_b(t)$  скоррелированы. Это позволяет сделать заключение, что модуляция связана с возмущением захваченных в волне БГК  $b$ -электронов полем гармоник конверсии и стабилизирующим действием этих возмущений на конверсию. Хотя детальный механизм этого процесса остается неясным, стабилизирующая роль  $b$ -электронов не вызывает сомнений.

При конверсии ленгмюровской волны зависимость от времени амплитуды волны и гармоник конверсии описывается модулем функций Бесселя порядка  $\beta - E_\beta^N/E_0 = |J_\beta \left( \frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t \right)| = |J_\beta \left( \pi \frac{\tilde{n}}{n_0} \frac{t}{T_{oe}} \right)|$  так что  $E_\beta^N/E_0 \left( \pi \frac{\tilde{n}}{n_0} \frac{t}{T_{oe}} \right)$  не зависит от  $\lambda_e, \lambda_i, \lambda_e/\lambda_i = N_i/N_e$ , а также от  $\tilde{n}/n_0$  [3, 4].

Сравним кривые  $E_\beta^N/E_0 \left( \pi \frac{\tilde{n}}{n_0} \frac{t}{T_{oe}} \right)$  при конверсии волны БГК и ленгмюровской волны  $|J_\beta \left( \pi \frac{\tilde{n}}{n_0} \frac{t}{T_{oe}} \right)|$  и точки для случаев 1–0÷1–5. На рис. 7 приведена функция Бесселя нулевого порядка  $|J_0|$  и амплитуда волны БГК  $E^I/E_0$ , на рис. 8 — функция Бесселя первого порядка  $|J_1|$  и амплитуда гармоники  $N = N_e + N_i = 4$  ( $\beta = 1$ ), на рис. 9 — функция Бесселя второго порядка  $|J_2|$  и амплитуда гармоники  $N = N_e + 2N_i = 7$  ( $\beta = 2$ ).

Из рис. 8, 9 видно, что во всех случаях начальные участки кривых  $E^N(t)$  практически совпадают с  $J_1(t)$  или  $J_2(t)$  (только в случае 1–5  $E^N(t)$  развивается несколько быстрее). Напомним, что в этой области практически совпадают также  $E^N(t)$  для гармоник  $N = N_e + \beta N_i$  и  $N = N_e - \beta N_i$  (рис. 4, *a*, *b*—6, *a*, *b*). Таким образом, начальная стадия развития гармоник конверсии волны БГК не отличается от случая ленгмюровской волны. Однако, дальнейшее развитие существенно различается. В случаях 1–0÷1–2 при малых возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  максимальные амплитуды  $E^N/E_0$  значительно меньше максимальных величин функций Бесселя, а вид кривых  $E^N(t)$  совершенно не похож на  $J_1(t)$  или  $J_2(t)$ . С увеличением начального возмущения плотности кривые  $E_\beta^N(t)$  приближаются к  $J_1(t)$  или  $J_2(t)$ . Так в случае 1–3  $E_\beta^N(t)$  близка к  $J_1(t)$ ,  $J_2(t)$  вплоть до первого максимума этих кривых, в случае 1–4 несколько дальше, а в случае 1–5 — вплоть до второго максимума  $J_1(t)$  или минимума  $J_2(t)$ . Однако, в дальнейшем кривые  $E_\beta^N(t)$  существенно отличаются от  $J_1(t)$  и  $J_2(t)$ .

Кардинально отличаются от функции Бесселя  $J_0(t)$  кривые  $E^I/E_0(t)$

(рис. 7). Из рис. 7 видно, что при малых начальных возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  в случаях 1–0, 1–1 амплитуда волны БГК почти не меняется, а в случае 1–2 меняется незначительно. Поскольку волна БГК отличается от ленгмюровской волны наличием захваченных электронов, этот факт показывает, что захваченные электроны стабилизируют волну БГК, препятствуя ее модуляции и конверсии в ленгмюровские волны.

Из рис. 7 видно, что при больших возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,3$  в случаях 1–3–1–5 на начальной стадии  $E^I/E_0(t)$  близка к  $J_0(t)$ . Но и в этих случаях минимальное значение  $E^I/E_0$  достигается раньше и имеет большую величину (табл. 1), чем  $J_0(t)$ . В дальнейшем кривые  $E^I(t)$  значительно отличаются от  $J_0(t)$ .

В неоднородной плазме с возмущением плотности при развитии конверсии фазовая скорость волны БГК изменяется. Это видно из рис. 10–12, где показаны кривые зависимости от времени фазовой скорости волны БГК  $N = 1$  для случаев 1–1–1–3. Фазовая скорость определяется по сдвигу фазы поля  $E^I(x)$  в разные моменты времени. Кривые, приведенные на рис. 10–12 усреднены по колебаниям с периодом  $\lesssim T_{oe}$ . Из рис. 10–12 видно, что фазовая скорость в среднем уменьшается. В случае 1–1 средняя за  $20 T_{oe}$  фазовая скорость  $\bar{V}_\phi/V_T = 27,90$  незначительно отличается от начальной  $V_{\phi_0}/V_T = 27,95$ . В случае 1–2 отличие несколько больше —  $\bar{V}_\phi/V_T = 27,71$ , а в случае 1–3 значительно больше —  $\bar{V}_\phi/V_T = 26,29$ .

Таким образом, с ростом возмущения плотности  $\tilde{n}/n_0$  средняя фазовая скорость уменьшается и ее отличие от  $V_{\phi_0}$  растет.

Развитие конверсии и уменьшение фазовой скорости приводят к перестройке распределения  $b$ -электронов  $n_b(x, V)$  в волне БГК. Это можно видеть по фазовым плоскостям электронов в разные моменты времени, показанным на рис. 13–15 (случаи 1–1–1–3). Особенно четко перестройка видна в случае 1–3. Из рис. 15,  $t/T_{oe} = 3 – 5 – 10$  видно, что основная часть  $b$ -электронов в среднем замедляется, подстраиваясь к новой фазовой скорости и оставаясь захваченными волной БГК. При замедлении  $b$ -электроны теряют энергию, так что  $\Delta W_b$  растет (рис. 6, в). При этом энергия передается в электрическое поле, так что амплитуда волны БГК  $E^I$  растет (рис. 6, а), растут соответственно и энергия поля  $W_E$  и  $\Delta W_e$  (рис. 6, в). Это в свою очередь влияет на характер движения и распределение  $n_b(x, V)$   $b$ -электронов на фазовой плоскости.

При уменьшении фазовой скорости некоторая часть  $b$ -электронов выходит из захвата со скоростями  $V > (V_{\phi_0} + V_s)$ ,  $V_s = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ . Эти электроны становятся пролетными и образуют “хвост” на фазовой плоскости (рис. 15,  $t/T_{oe} = 3 – 5$ ). С ростом амплитуды  $E^I$  часть этих электронов

вновь захватывается ( $t/T_{oe} = 10$ ), часть принимает участие в стохастическом движении вблизи сепаратрисы, небольшая часть остается пролетными.

В дальнейшем фазовая скорость (рис. 12) и амплитуда волны БГК (рис. 6, а) устанавливаются на новом уровне и основная часть электронов движется как захваченные частицы в этой новой волне. Взаимодействие волны БГК с ленгмюровскими волнами — гармониками конверсии приводит к стохастической неустойчивости и формированию стохастического слоя около сепаратрисы волны БГК [2]. Это проявляется в размешивании  $b$ -электронов на фазовой плоскости вблизи сепаратрисы и особенно четко видно по уширению распределения  $n_b(V)$  в районе ее узла (рис. 15,  $t/T_{oe} = 10 – 20$ ).

Рассмотренные эффекты хорошо выражены в случаях 1–3. В случае 1–2 они выражены слабее, хотя по фазовым плоскостям рис. 14 можно видеть перестройку распределения  $b$ -электронов, а по рис. 5, в, 5, а рост в среднем потерь энергии  $\Delta W_b$ , поля  $W_E$ ,  $\Delta W_e$  и амплитуды волны БГК. В случае 1–1 эти эффекты выражены слабо — изменение распределения  $b$ -электронов на фазовой плоскости можно видеть только при детальном рассмотрении, но небольшой рост в среднем  $\Delta W_b$ ,  $W_E$ ,  $\Delta W_e$  и  $E^I$  (рис. 4, в, 4, а) виден и здесь на фоне колебаний, скоррелированных с колебаниями  $E^N(t)$ .

Таким образом, уменьшение фазовой скорости волны БГК при развитии конверсии в плазме с возмущением плотности приводит к новым нелинейным эффектам — перестройке распределения  $b$ -электронов, передачи части их энергии в поле волны БГК и при больших  $\tilde{n}/n_0$  — к росту скорости конверсии.

Таким образом, взаимодействие волны БГК с возмущением плотности, также как и взаимодействие ленгмюровской волны, приводит к конверсии в прямые и обратные ленгмюровские волны — гармоники волны БГК с номерами  $N = N_e \pm \beta N_i$ . В динамическом описании конверсия проявляется в модуляции поля и локализации энергии во впадинах плотности. Однако развитие конверсии существенно отличается от случая ленгмюровской волны. При малых возмущениях плотности  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,1$  конверсия мала — уровень гармоник конверсии много меньше, чем в случае ленгмюровской волны, а параметры волны БГК (амплитуда, фазовая скорость) практически не меняются. Поскольку волна БГК отличается от ленгмюровской только наличием захваченных электронов, этот факт показывает, что обмен энергией захваченных электронов с полем волны стабилизирует волну БГК и мешает развитию конверсии.

При увеличении возмущения плотности начальная стадия развития гармоник конверсии приближается к случаю ленгмюровской волны —  $E_\beta^N/E_0(t)$  приближается к  $|J_\beta(t)|$ . При  $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 0,2-0,3$   $E_\beta^N/E_0(t)$  практически совпадает с начальным участком  $|J_\beta(t)|$  вплоть до первого максимума, а при  $\tilde{n}/n_0 > 0,6$  — вплоть до второго максимума  $|J_\beta(t)|$ . Однако, амплитуда волны БГК и в этих случаях меняется гораздо меньше, чем в случае ленгмюровской волны.

Таким образом, стабилизирующая роль захваченных в волне БГК электронов оказывается и при больших параметрах возмущения.

С ростом возмущения плотности становится существенным уменьшение фазовой скорости волны БГК. Это приводит к новым нелинейным эффектам, связанным с движением захваченных электронов — к перестройке распределения  $b$ -электронов, передаче части их энергии в поле волны БГК и, как следствие, к росту скорости конверсии. Как показано в следующей работе II при  $\tilde{n}/n_0 \lesssim 0,3$  этот процесс приводит к установлению квазистационарной волны БГК с новыми параметрами, устойчивой в течение длительного времени.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. "Волна Бернштейна-Грина-Крускала I." Препринт ИЯФ СО РАН 93-97, 1993.
2. Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. "Волна Бернштейна-Грина-Крускала II. Взаимодействие с ленгмюровской волной. Стохастические эффекты." Препринт ИЯФ СО РАН 93-98, 1993.
3. P.K. Kaw, A.T. Lin, J.M. Dawson. Phys. Fluids 16, 1967, 1973.
4. N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. Physica Scripta 24, 566, 1981.
5. Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин, Препринты ИЯФ СО АН СССР 80-192, 1980; ИЯФ 81-43, 1981; ИЯФ 81-88, 1981; ИЯФ 81-89, 1981; ИЯФ 82-53, 1982.

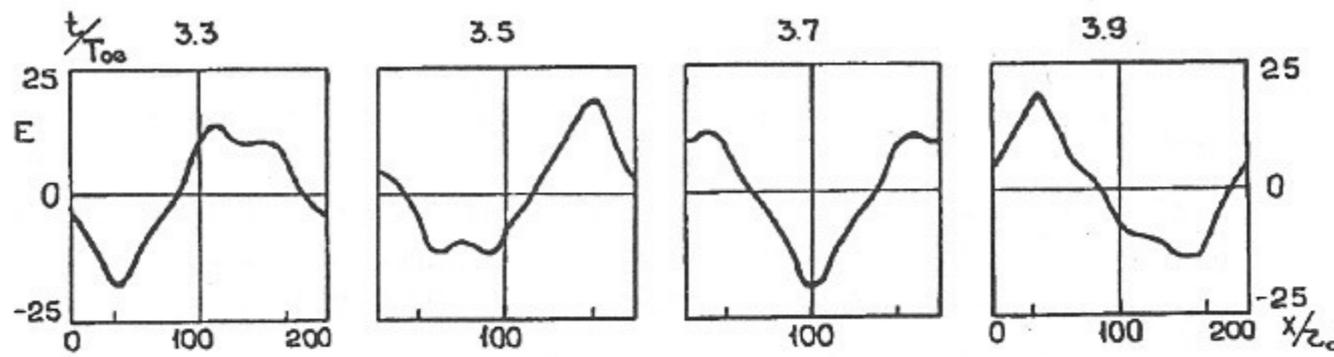


Рис. 1. Случай 1-1.

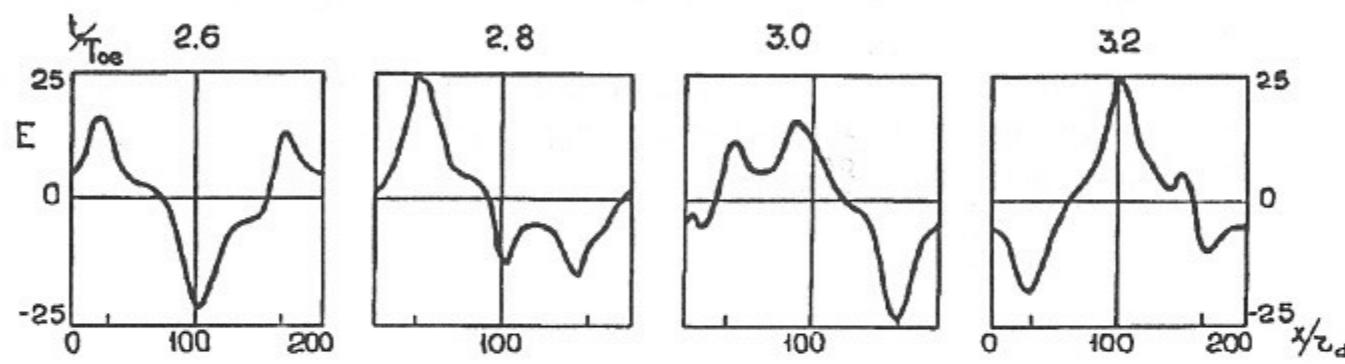


Рис. 2. Случай 1-2.

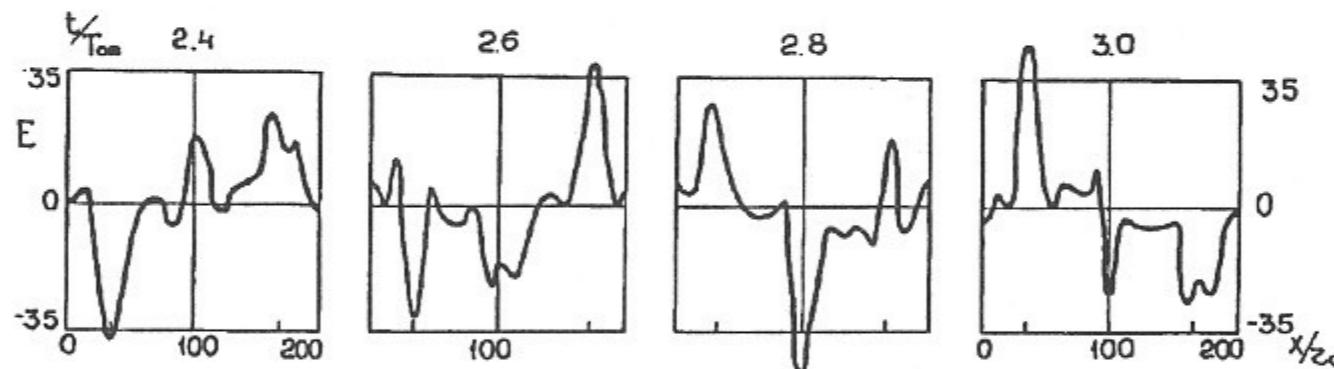


Рис. 3. Случай 1-3.

Рис. 1-3. Распределение поля  $E(x)$  в разные моменты времени.  $E$  нормировано на  $mrd/eT_{oe}^2$ .

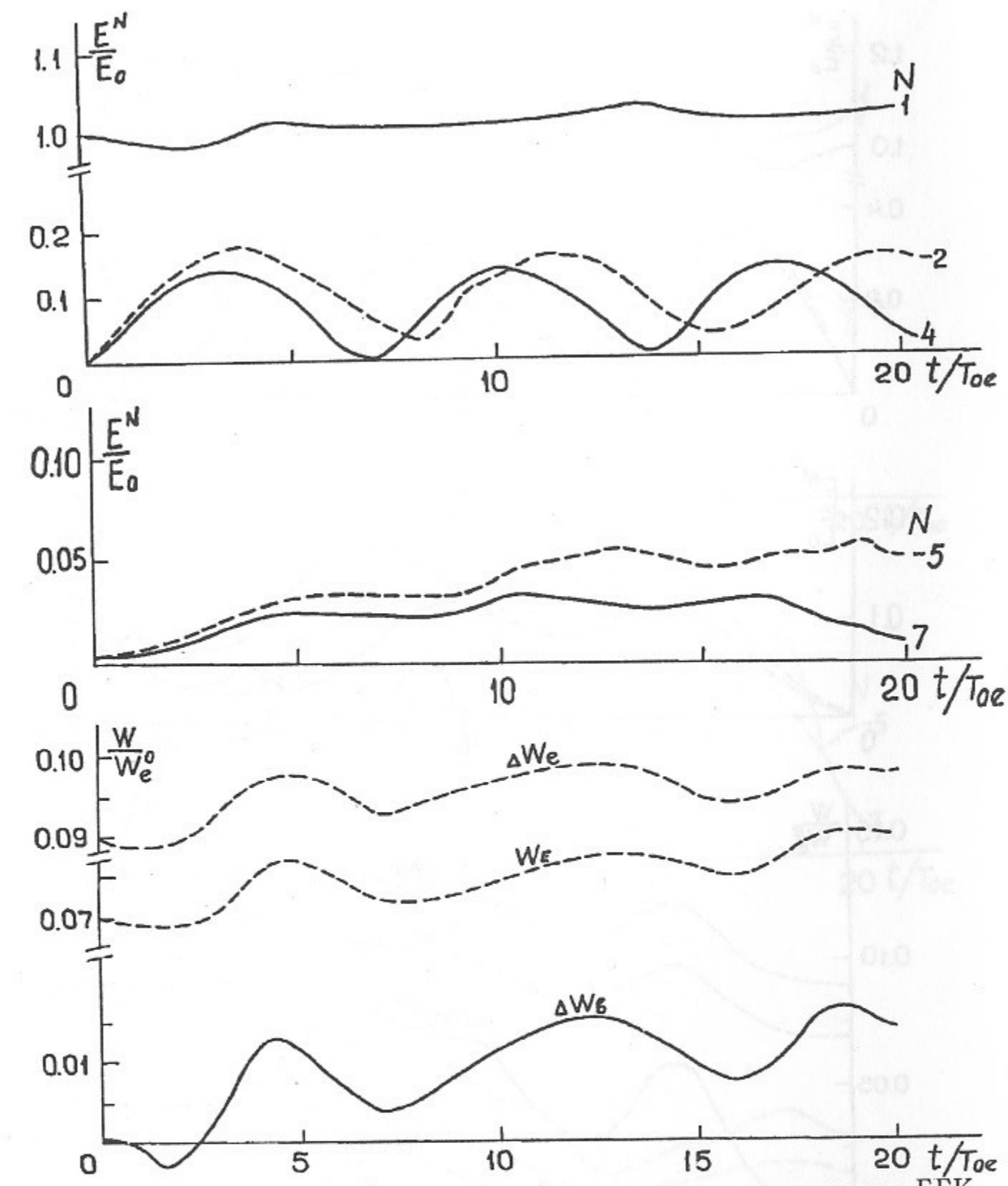


Рис. 4, а - в. Случай 1-1. Зависимость от времени амплитуды волны БГК  $E^I/E_0$  и амплитуды гармоник конверсии  $E^N/E_0$   $\beta = 1$ ,  $N = 4$  и  $-2$  (а),  $\beta = 2$   $N = 7$  и  $-5$  (б). Зависимость от времени потерь энергии  $b$ -электронов  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ , энергии электрического поля  $W_E$  и энергии плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ ,  $W_e^0$  — тепловая энергия электронов плазмы (в). Кривые усреднены по колебаниям с периодом  $\lesssim T_{oe}$ .

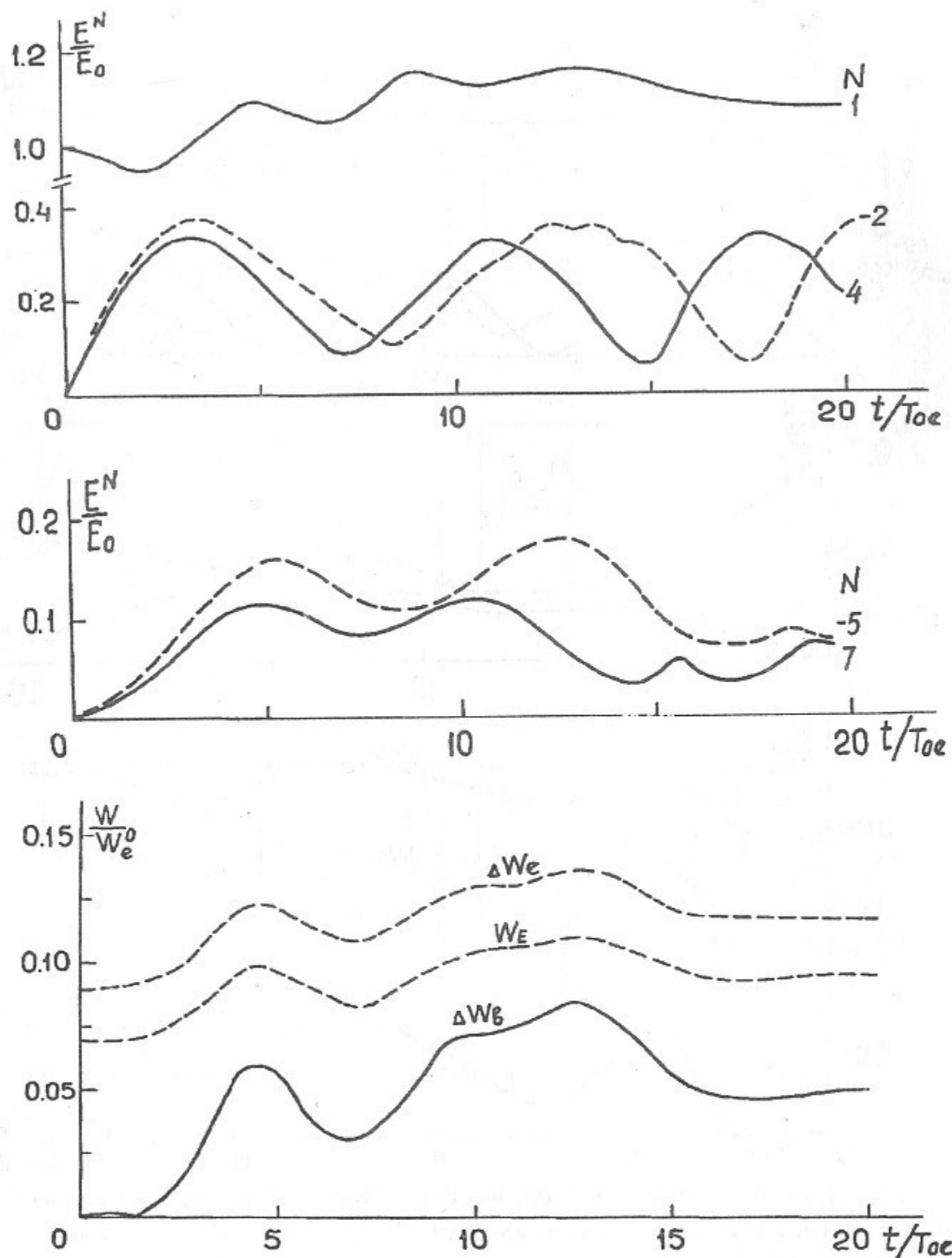


Рис. 5, а – в. Случай 1–2. То же, что рис. 4, а – в.

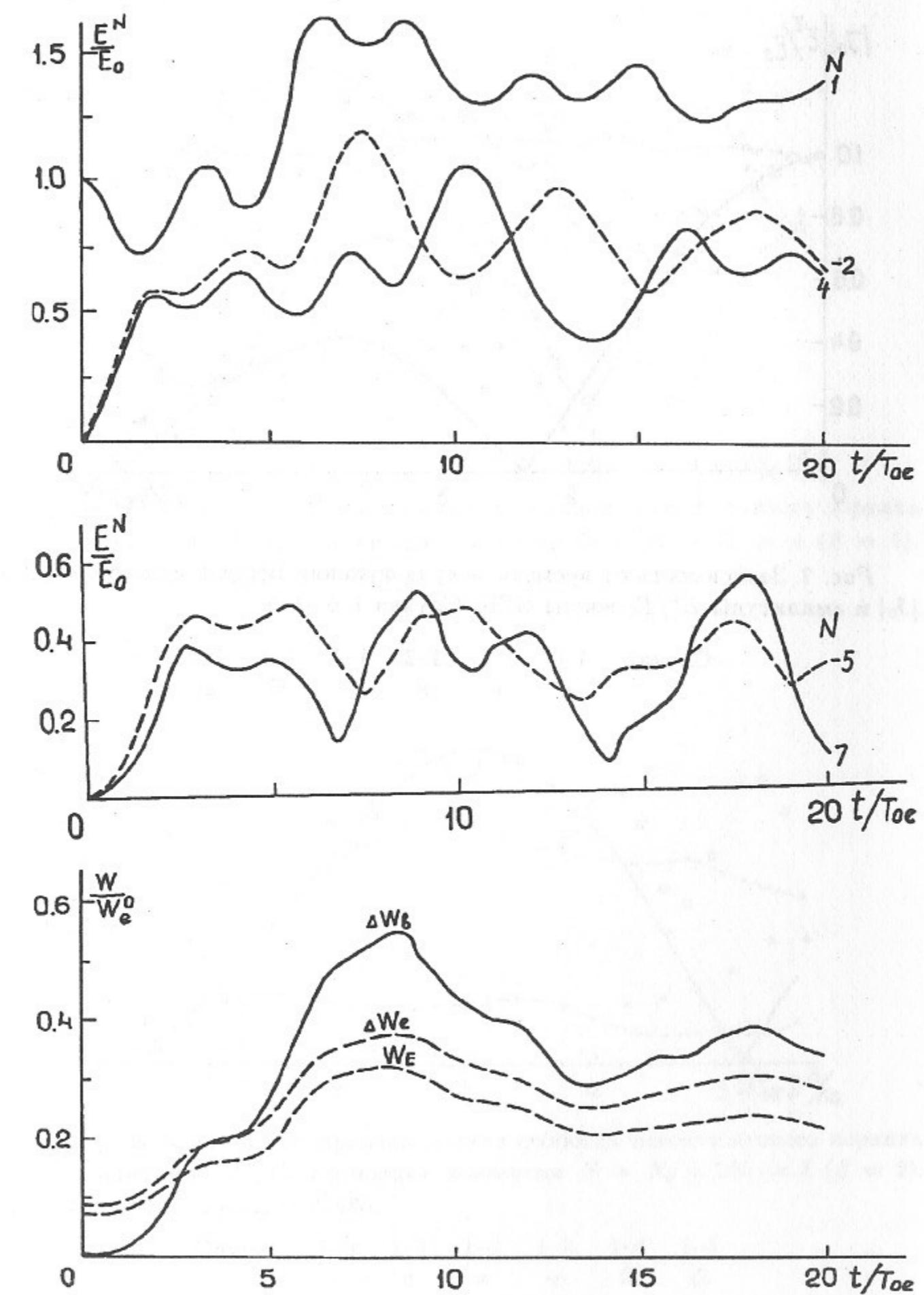


Рис. 6, а – в. Случай 1–3. То же, что рис. 4, а – в.

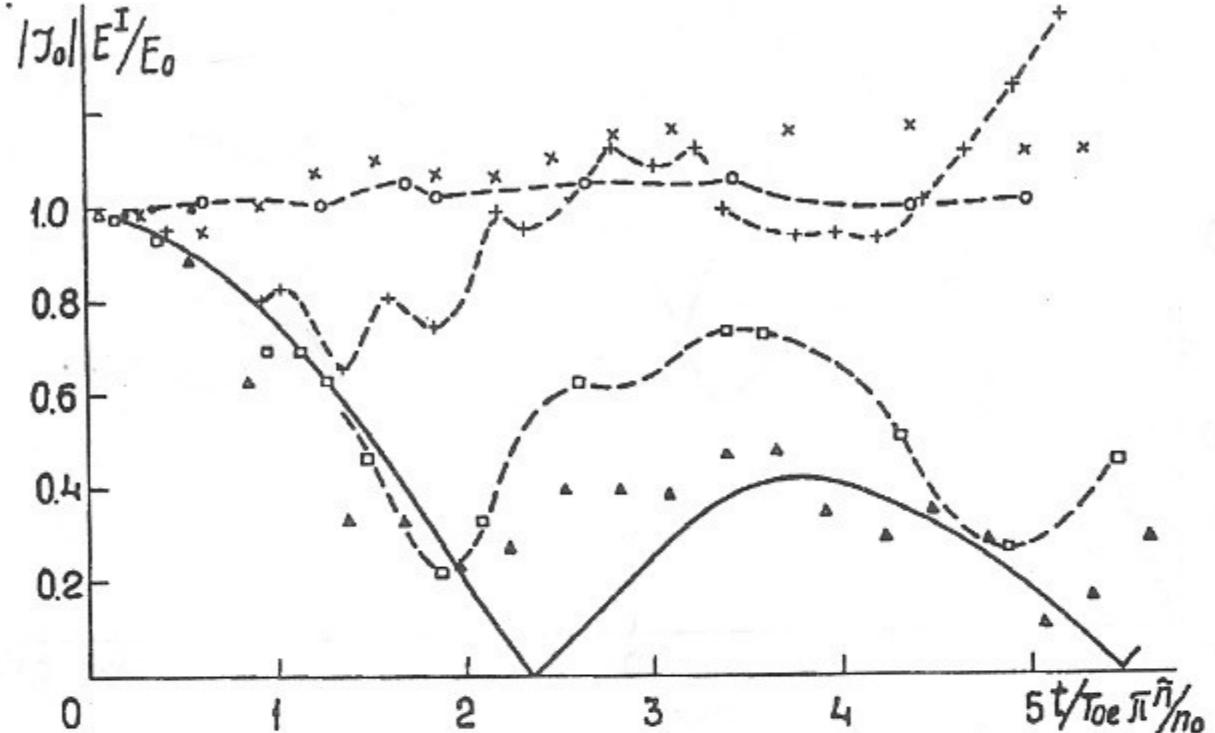


Рис. 7. Зависимость от времени модуля функции Бесселя нулевого порядка  $|J_0|$  и амплитуды  $E^I/E_0$  волны БГК. Случаи 1-0÷1-5.

Случай	1-0	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5
	•	○	×	+	□	△

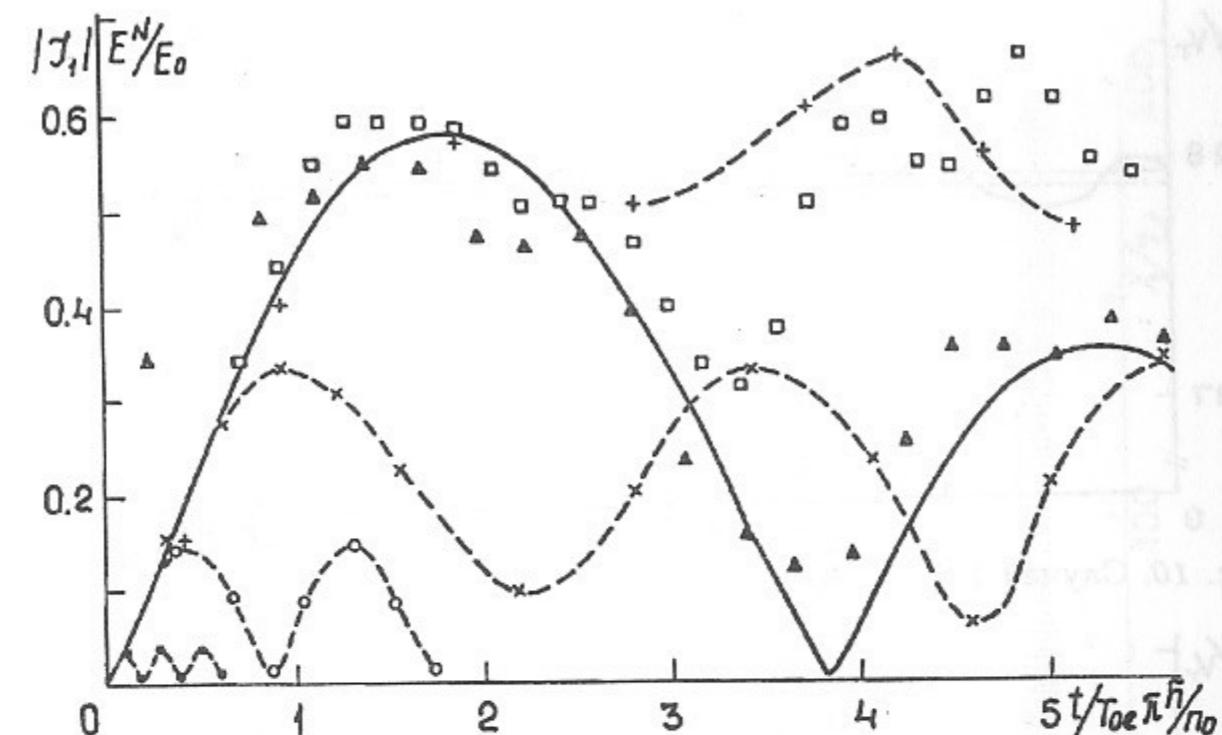


Рис. 8. Зависимость от времени модуля функции Бесселя первого порядка  $|J_1|$  и амплитуды  $E^N/E_0$  гармоники конверсии  $N = N_e + N_i = 4$  ( $\beta = 1$ ). Случаи 1-0÷1-5.  $J_{1,\max} = 0,582$ .

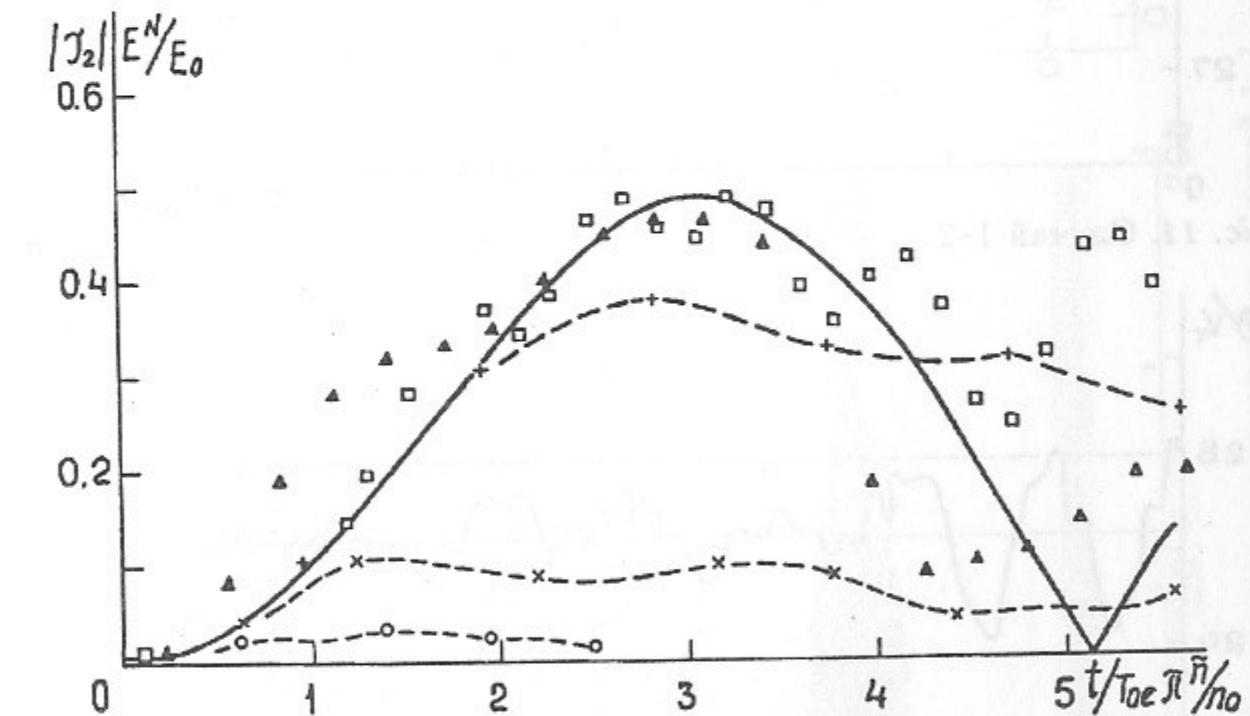


Рис. 9. Зависимость от времени модуля функции Бесселя второго порядка  $|J_2|$  и амплитуды  $E^N/E_0$  гармоники конверсии  $N = N_e + 2N_i = 7$  ( $\beta = 2$ ). Случаи 1-0÷1-5.  $J_{2,\max} = 0,483$ .

Случай	1-0	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5
	•	○	×	+	□	△

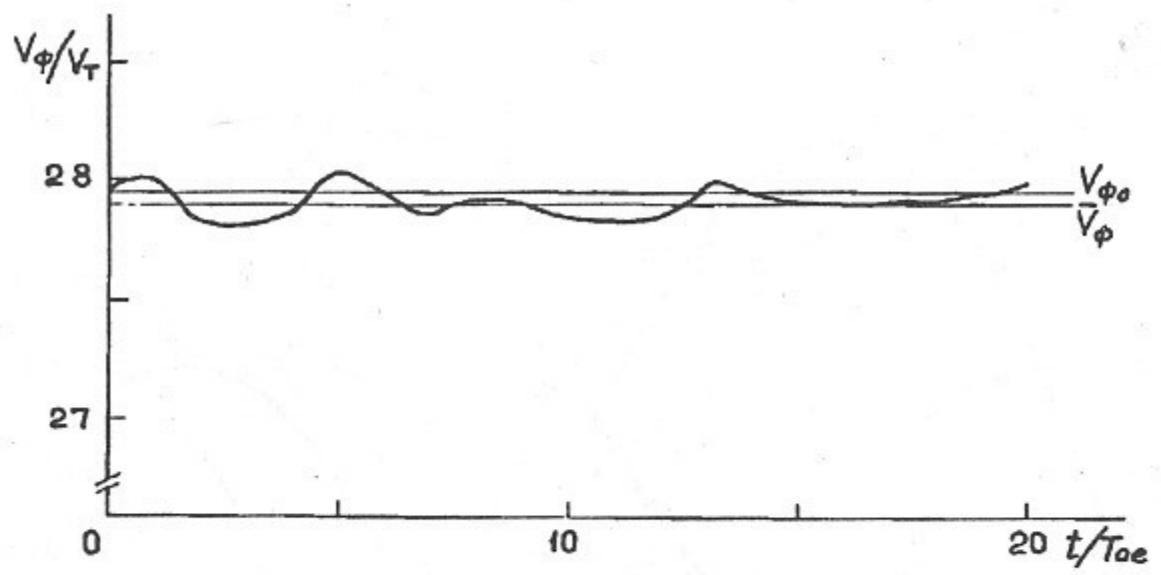


Рис. 10. Случай 1-1.

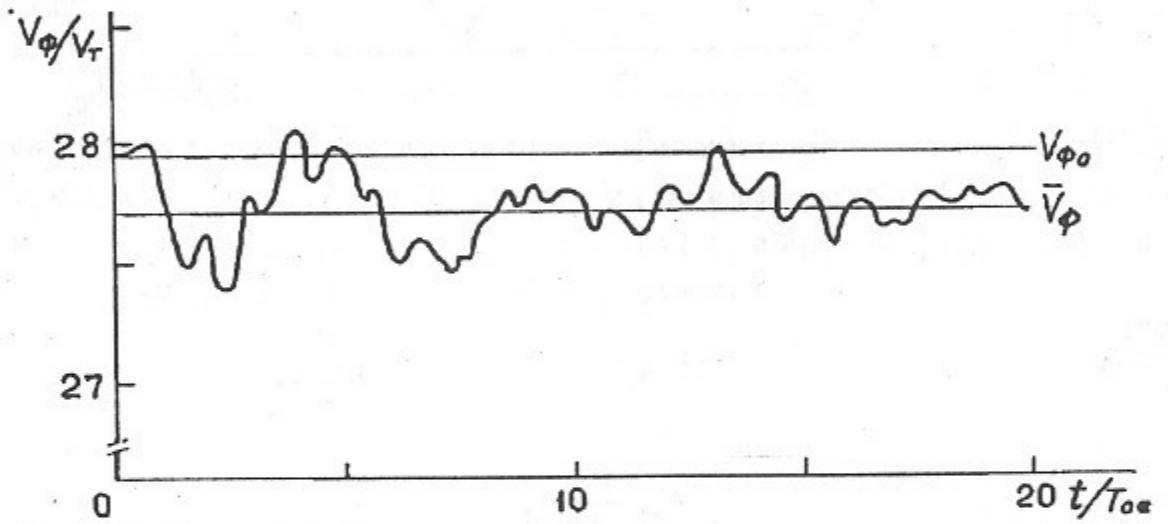


Рис. 11. Случай 1-2.

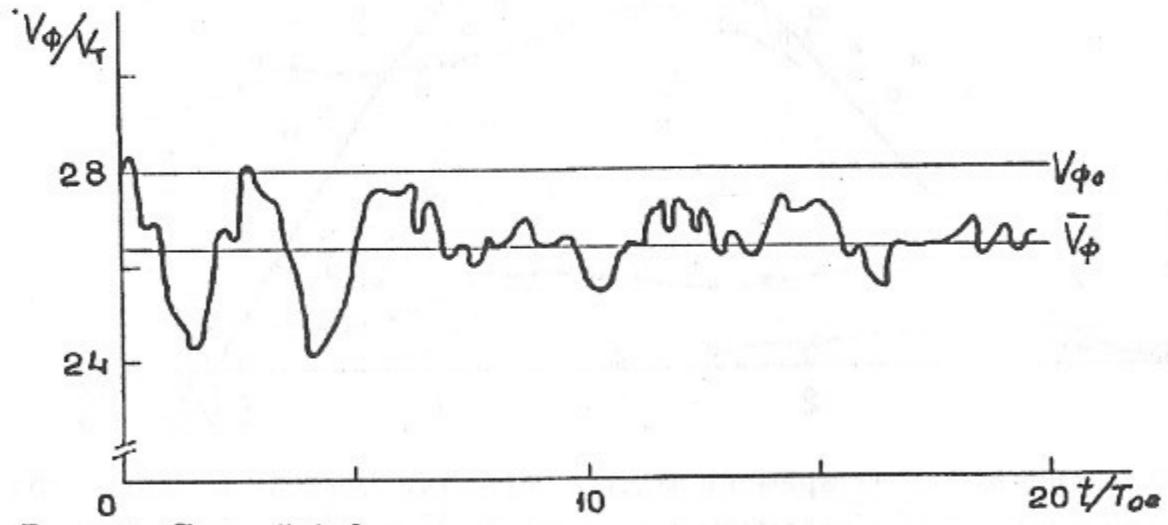


Рис. 12. Случай 1-3.

Рис. 10-12. Зависимость от времени фазовой скорости волны БГК.  
 $V_{\phi 0}/V_T = 27, 95$ . Кривые усреднены по колебаниям с периодом  $\lesssim T_{oe}$ .

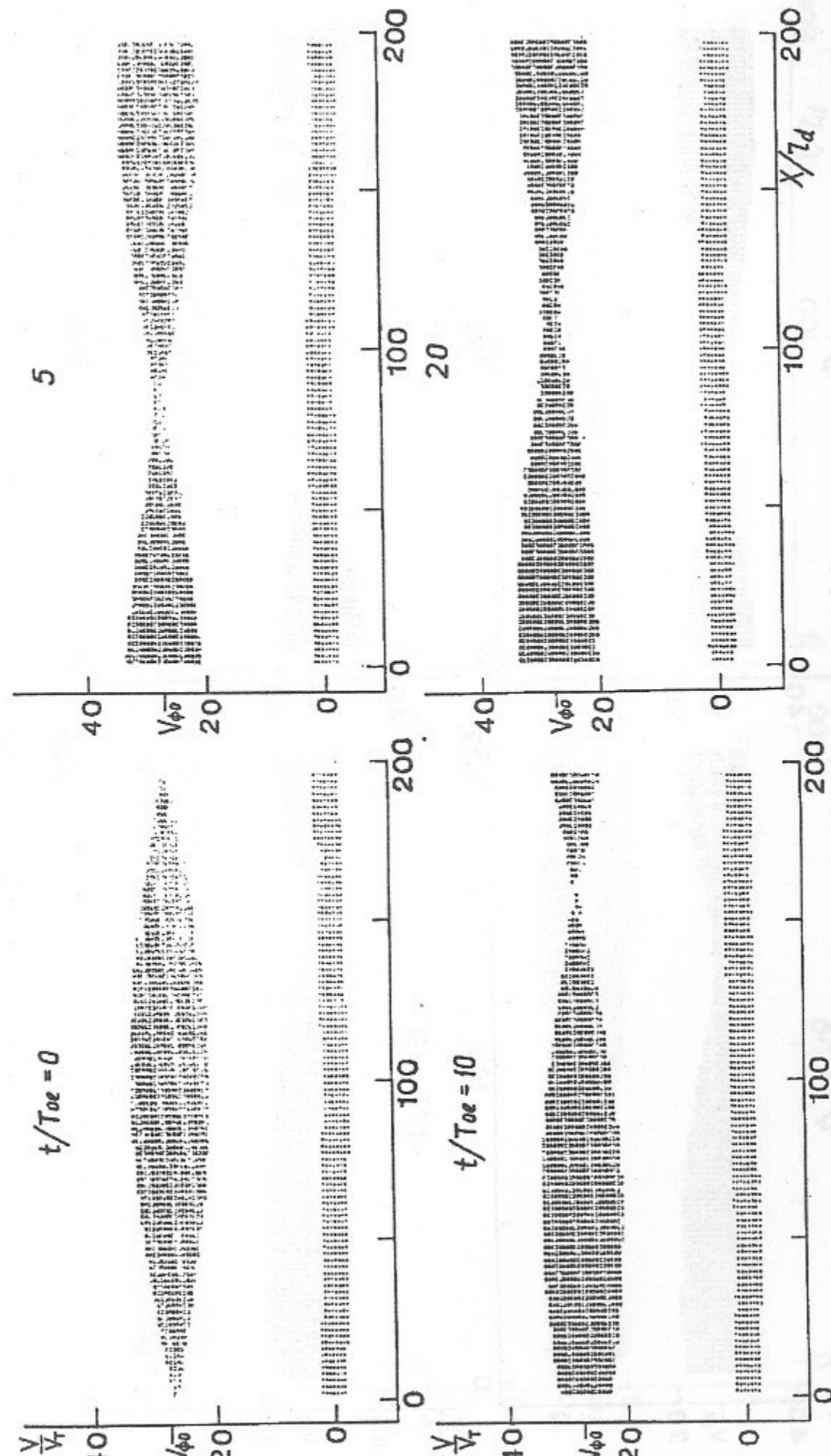


Рис. 13. Фазовые плоскости электронов. Случай 1-1.

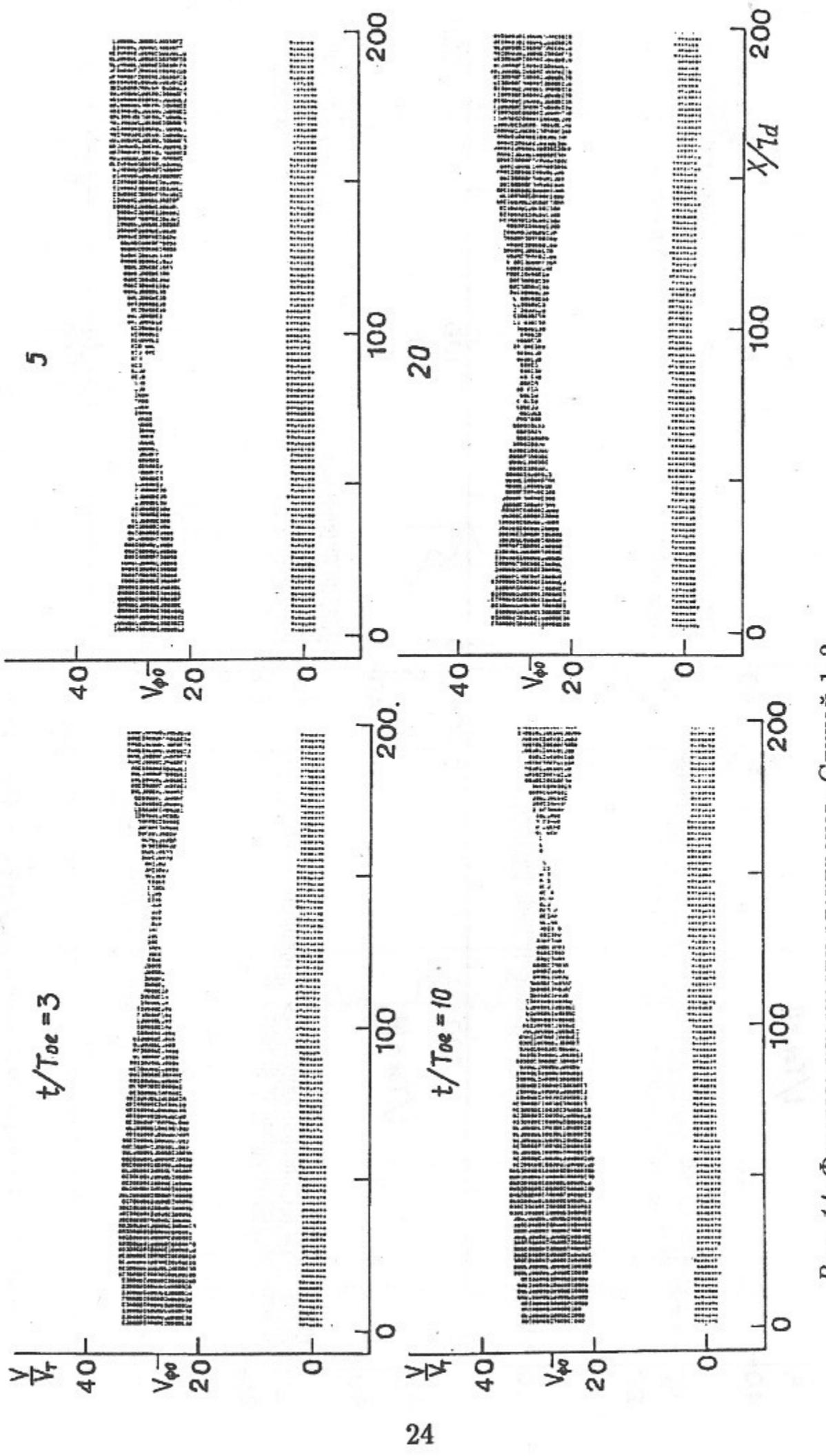


Рис. 14. Фазовые плоскости электронов. Случай 1-2.

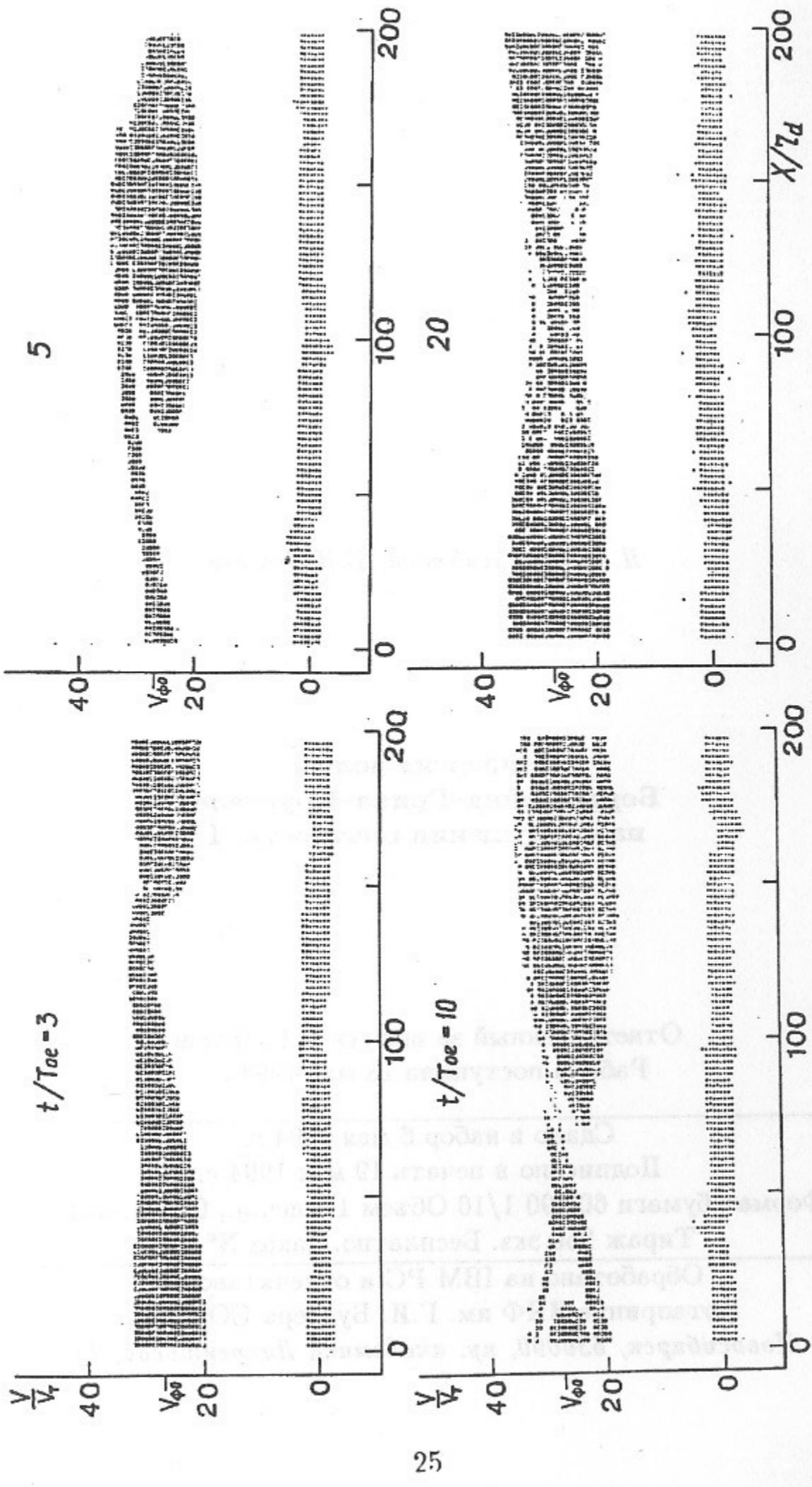


Рис. 15. Фазовые плоскости электронов. Случай 1-3.

*Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев*

**Конверсия волны  
Бернштейна–Грина–Крускала  
на возмущении плотности. I**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов  
Работа поступила 18 мая 1994 г.

---

Сдано в набор 6 мая 1994 г.

Подписано в печать 19 мая 1994 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.1 печ.л., 0.9 уч.-изд.л.  
Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 48

---

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.