



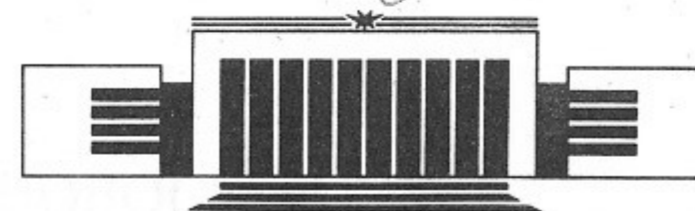
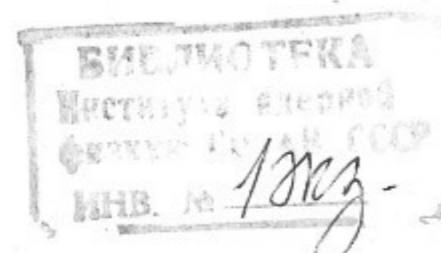
Государственный научный центр  
Российской Федерации  
Институт ядерной физики  
им. Г.И. Будкера

A. 86

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев

ВОЛНА  
БЕРНШТЕЙНА-ГРИНА-КРУСКАЛА  
В ДЛИННОЙ СИСТЕМЕ.  
I. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ САТЕЛЛИТОВ

ИЯФ 95-23



НОВОСИБИРСК

# Волна Бернштейна–Грина–Крускала в длинной системе.

## I. Неустойчивость сателлитов

*Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова, Б.Н.Лазеев*

ГНЦ РФ “Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН”  
630090, Новосибирск, Россия

### Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию устойчивости волны БГК с областью захвата, заполненной электронами, в одномерной длинной системе  $L > \lambda^B$ .

Найдено, что при определенных параметрах волны БГК и отношении  $L/\lambda^B$  волна БГК неустойчива относительно возбуждения ленгмюровских волн (сателлитов) с фазовыми скоростями  $V_\phi^N < V_\phi^B$ . Начальные параметры волны БГК и сателлитов, при которых возбуждается неустойчивость, можно описать параметром  $\alpha = \frac{V_3^B + V_3^N}{V_\phi^B - V_\phi^N}$ ,  $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ . Найдено, что инкремент неустойчивости сателлитов имеет заметную величину  $\gamma/\omega_{oe} > 1 \cdot 10^{-3}$  при  $\alpha > 0.8$ .

Показано, что неустойчивость сателлитов имеет пучковый характер. При развитии неустойчивости существенную роль играет захват электронов БГК-волны гармониками-сателлитами и развитие сильной стохастической неустойчивости движения электронов.

# The Bernstein–Green–Kruskal Wave in a Long System. I. The Sideband Instability

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova, B.N. Lazeev

The State Scientific Center of Russia  
The Budker Institute of Nuclear Physics, SB RAS

## Abstract

The instability of the bunch-type BGK wave in a one-dimensional long system  $L > \lambda^B$  was studied in numerical experiments (PIC-method).

It was shown that the BGK wave in a long system is unstable due to the sideband instability which leads to the excitation of the sideband Langmuir waves with the phase velocities  $V_{ph}^N < V_{ph}^B$ . The initial parameters of the BGK wave and the sideband waves essential for the instability can be described by the parameter  $\alpha = \frac{V_{tr}^B + V_{tr}^N}{V_{ph}^B - V_{ph}^N}$ ,  $V_{tr} = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ . The growth rate of the sideband instability is large enough  $\gamma/\omega_{oe} > 1 \cdot 10^{-3}$  if  $\alpha > 0.8$ .

It was shown that the initial stage of the sideband instability has a character of the beam-plasma instability. The evolution of the sideband instability is due to the trapping of the electrons from the BGK wave by the sideband waves which leads to the development of the large scale stochasticity of the electron motion.

©The State Scientific Center of Russia  
The Budker Institute of Nuclear Physics, SB RAS

Ранее были проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию волны Бернштейна–Грина–Крускала (БГК) [1] в одномерной короткой системе  $L = \lambda^B$  с периодическими граничными условиями [2–4]. Рассматривалась волна БГК с областью захвата равномерно заполненной захваченными электронами (назовем их *b*-электроны). Было найдено, что в однородной плазме с неподвижными ионами волна БГК устойчива в течение длительного времени, причем сохраняются ее параметры и распределение *b*-электронов по координате и скорости [2].

В настоящей работе изучается устойчивость волны БГК в длинной системе  $L > \lambda^B$ . Найдено, что при определенных параметрах волны БГК и  $L/\lambda^B$  волна БГК неустойчива относительно возбуждения ленгмюровских волн — гармоник системы (назовем их сателлиты) с фазовыми скоростями, меньшими фазовой скорости волны БГК —  $V_{\phi}^N < V_{\phi}^B$ . Показано, что неустойчивость волны БГК имеет характер пучковой неустойчивости.

Начальные параметры волны БГК и сателлитов, при которых развивается неустойчивость, можно охарактеризовать параметром  $\alpha = \frac{V_{tr}^B + V_{tr}^N}{V_{\phi}^B - V_{\phi}^N}$ ,  $V_{tr} = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ . Инкремент сателлитной неустойчивости имеет заметную величину  $\gamma/\omega_{oe} > 1 \cdot 10^{-3}$ , если  $\alpha > 0.8$ . В короткой системе  $L = \lambda^B$  в случаях, рассмотренных в работе [2], для гармоник системы это условие не выполнено и волна БГК устойчива.

При развитии сателлитной неустойчивости существенную роль играет захват *b*-электронов гармониками-сателлитами, а в дальнейшем развитие сильной стохастической неустойчивости движения *b*-электронов в районе областей захвата гармоник-сателлитов и волны БГК.

Исследуемая в настоящей работе сателлитная неустойчивость волны БГК имеет ту же природу, что и сателлитная неустойчивость пучка электронов, исследованная в работе [5]. В этой работе аналитически и численно исследовано развитие неустойчивости моноэнергетического пучка электронов в плазме. Исследована нелинейная стадия пучковой неустойчивости, обусловленная захватом электронов пучка, и сателлитная неустойчивость, которая приводит к возбуждению гармоник-сателлитов с фазовыми скоростями, меньшими скорости пучка.

В последние годы сателлитная неустойчивость привлекает заметное внимание в связи с изучением модулированных электронных пучков (см., например, работы [6-8] и цитируемую в них литературу). Найдено, что при сильной модуляции, когда пучок разбивается на сгустки, характер неустойчивости зависит от отношения размера сгустка к длине модуляции  $a/l$ . Для достаточно широких сгустков (случай, близкий к волне БГК с областью захвата заполненной электронами, которая рассматривается в настоящей работе) частота и максимальный инкремент неустойчивости совпадают со случаем пучковой неустойчивости —  $\omega = kV_0 - \frac{1}{2^{4/3}} \left(\frac{n_b}{n_e}\right)^{1/3} \omega_{oe}$ ,  $\gamma_{\max}/\omega_{oe} = \frac{3^{1/2}}{2^{4/3}} \left(\frac{n_b}{n_e}\right)^{1/3}$  [6, 7]. Для коротких сгустков  $a/l \ll 1$  инкремент значительно меньше [6, 7] —  $\omega = kV_0 \pm \omega_b - \frac{1}{2^{4/3}} \left(\frac{a}{l}\right)^{1/2} \left(\frac{n_b}{n_e}\right)^{1/6} \omega_{oe}$ ,  $\gamma_{\max}/\omega_{oe} = \frac{3^{1/2}}{2^{4/3}} \left(\frac{a}{l}\right)^{1/2} \left(\frac{n_b}{n_e}\right)^{1/6}$ ,  $\omega_{oe}^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m}$ ,  $\omega_b^2 = \frac{4\pi n_b e^2}{m}$  [7]. В настоящей работе найдено, что инкремент сателлитной неустойчивости волны БГК имеет тот же порядок величины, что и  $\gamma_{\max}$ , и растет с ростом  $n_b/n_e$  пропорционально  $(n_b/n_e)^{1/3}$  подобно случаю модулированного пучка с широкими сгустками [6, 7].

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной  $L$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям с  $T_e/T_i = 30$ ,  $M/m = 10^{10}$ , обрезанное на  $V \sim \pm 2V_T$  из-за ограниченности числа счетных частиц ( $N^e \sim 10^4$  на длине  $100r_d$ ).

Для задания волны БГК задается ленгмюровская волна и ее область захвата на фазовой плоскости равномерно заполняется электронами. Для более равномерного заполнения используется метод "взвешивания". "Взвешивание" эквивалентно тому, что один электрон дробится на  $\beta$  частиц с массой  $m/\beta$  и зарядом  $e/\beta$ , но с тем же отношением  $e/m$ , как у электрона, так что движение этих частиц (назовем их  $b$ -электроны) не отличается от движения электронов. Более подробно метод задания волны

БГК описан в работе [2]. Отметим, что параметры волны БГК (фазовая скорость, амплитуда) отличаются от параметров исходной ленгмюровской волны и определяются методом последовательных приближений.

В настоящей работе проводилось 4 серии численных экспериментов. Начальные параметры волны БГК в разных сериях приведены в табл. 1. Случай 1 рассматривается в сериях 1 и 4 (отметим, что параметры волны БГК в случае 1 те же, что в случае 1-1 в работах [2,3]), случай 2 — в серии 2, случай 3 — в серии 3.

На рис. 1, а показана  $f_b(V)$  — функция распределения  $b$ -электронов по скоростям на длине волны  $\lambda^B$  в случае 1. Видно, что  $f_b(V)$  имеет вид размытого пучка. Производная  $f_b(V)$  положительна в области скоростей от  $V_{\min}^B/V_T = (V_{\phi}^B - V_s^B)/V_T = 10.1$  до  $V_{\phi}^B/V_T = 15.1$ . Такой же вид имеет  $f_b(V)$  в случае 3, но в этом случае  $V_{\min}^B/V_T = 14.1$ ,  $V_{\phi}^B/V_T = 15.9$ . В случае 2 кроме волны БГК задаются пролетные частицы, так что  $f_b(V)$  имеет вид плато с резкими краями (рис. 1, б). В этом случае  $(V_{\phi}^B - V_s^B)/V_T = 10.6$  не равно  $V_{\min}^B/V_T = 7.9$ , а плато занимает область от  $(V_{\phi}^B + \Delta V)/V_T = 23.9$  до  $V_{\min}^B/V_T = (V_{\phi}^B - \Delta V)/V_T = 7.9$ ,  $\Delta V/V_T = 7.96$ ,  $V_{\phi}^B/V_T = 15.9$ .

При исследовании неустойчивости сателлитов задается затравочная ленгмюровская волна малой амплитуды с длиной волны  $\lambda^N$ , номером гармоники  $N = L/\lambda^N$  и фазовой скоростью  $V_{\phi}^N$ , меньшей, чем фазовая скорость волны БГК  $V_{\phi}^B$ . В сериях 1 и 2 постоянна длина системы  $L$  и длина волны БГК  $\lambda^B$ , в разных случаях задаются гармоники с разными  $\lambda^N$ ,  $N$  и  $V_{\phi}^N$ . В сериях 3 и 4 постоянна  $\lambda^B$ , в разных случаях задается разная длина системы (при этом меняется номер гармоники волны БГК  $N^B = L/\lambda^B$ ) и задаются гармоники с номером  $N = N^B + 1$ , т.е. с  $V_{\phi}^N$ , ближней к фазовой скорости волны БГК. Начальные параметры затравочных волн в сериях 1 и 2 приведены в табл. 2, в сериях 3 и 4 — в табл. 3.

Начальные параметры затравочной ленгмюровской волны (гармоники-спутника).  
Серия 3 и 4

Случай	$L/r_d$	$\lambda^N/r_d$	$N$	$V_\phi^N/V_T$	$E_0^N$	$V_3^N/V_T$	$\frac{V_\phi^N + V_3^N}{V_T}$	$\frac{V_\phi^B - V_\phi^N}{V_T}$	$\frac{V_{\min}^B - V_\phi^N}{V_T}$	$\alpha$
Серия 3. Волна БГК — Случай 3										
3-1	300	75.0	4	12.06	0.02	0.159	12.22	3.80	2.03	0.51
3-2	400	80.0	5	12.85	0.02	0.161	13.01	3.02	1.25	0.64
3-3	500	83.3	6	13.38	0.02	0.164	13.54	2.50	0.72	0.78
3-4	600	85.7	7	13.75	0.02	0.166	13.92	2.12	0.34	0.92
3-5	700	87.5	8	14.03	0.02	0.168	14.20	1.83	0.06	1.06
3-6	800	88.9	9	14.25	0.02	0.169	14.42	1.61	-0.16	1.20
3-7	900	90.0	10	14.43	0.02	0.170	14.60	1.44	-0.34	1.35
3-8	1000	90.9	11	14.57	0.02	0.172	14.74	1.29	-0.48	1.50
Серия 4. Волна БГК — Случай 1										
4-1	300	75.0	4	12.06	0.18	0.461	12.52	3.02	-1.99	1.81
4-2	200	66.7	3	10.75	0.2	0.464	11.21	4.34	-0.68	1.26
4-3	100	50.0	2	8.14	0.2	0.402	8.55	6.94	1.93	0.78

$\lambda^N, V_\phi^N$  — длина волны и фазовая скорость затравочной ленгмюровской волны;  $E$  нормировано на  $mga/eT_{oe}$ ;  
 $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\Phi}{m}}$ ;  $V_\phi^B$  — фазовая скорость волны БГК;  $V_{\min}^B = V_\phi^B - V_3^B$ ;  $\alpha = \frac{V_\phi^B + V_3^B}{V_\phi^B - V_3^B}$ .

Рассмотрим развитие неустойчивости спутников в разных сериях.

Серия 1. В этой серии рассматривается система длиной  $L/r_d = 300$  и задается волна БГК — случай 1 (табл. 1) с  $\lambda^B/r_d = 100$ ,  $N^B = 3$ ,  $V_\phi^B/V_T = 15.1$ ,  $V_{\min}^B/V_T = 10.1$ ; число захваченных в волне БГК на длине  $\lambda^B$  электронов  $N_b^0 = 50$ , так что  $n_b/n_e = 5 \cdot 10^{-3}$ . В разных случаях задаются затравочные ленгмюровские волны — гармоники системы (табл.2):

Случай	1-1	1-2	1-3
$N$	4	5	6
$V_\phi^N/V_T$	12.1	9.7	8.1

При этом в случае 1-1 фазовая скорость гармоники  $N = 4$  лежит в области положительной производной  $f_b(V) - V_\phi^N > V_{\min}^B$ , в случае 1-2  $V_\phi^N$  гармоники  $N = 5$  лежит вблизи от границы  $f_b(V) - V_\phi^N \lesssim V_{\min}^B$ , а в случае 1-3 фазовая скорость гармоники  $N = 6$  заметно ниже границы —  $V_\phi^N < V_{\min}^B$ .

На рис.2, а-в показаны кривые  $E^N(t)$  в  $t/T_{oe} \sim 0-20$  для случаев 1-1, 1-2, 1-3. Видно, что в случаях 1-1 и 1-2 амплитуда гармоники-спутника экспоненциально нарастает, причем в случае 1-1, скорость роста значительно больше, чем в случае 1-2. По кривым рис.2, а, б определяется инкремент  $\gamma/\omega_{oe} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta \ln(E^N/E_0)}{\Delta(t/T_{oe})}$ . В случае 1-1 инкремент  $\gamma/\omega_{oe} \sim 3.8 \cdot 10^{-2}$ , в случае 1-2 —  $\gamma/\omega_{oe} \sim 1.1 \cdot 10^{-2}$ . В случае 1-3, где  $V_\phi^N$  заметно меньше  $V_{\min}^B$ , роста  $E^N(t)$  не наблюдается — амплитуда затравочной волны в среднем не меняется, хотя и искажается шумами.

Таким образом, в серии 1 наблюдается неустойчивость гармоник-спутников, если их фазовые скорости лежат в области положительной производной  $f_b(V)$  волны БГК или вблизи от нее, что указывает на пучковый характер неустойчивости.

Для проверки предположения о пучковом характере неустойчивости спутников проводилась серия 2.

Серия 2. В этой серии рассматривается система длиной  $L/r_d = 300$  и задается волна БГК — случай 2 (таблица 1) с  $\lambda^B/r_d = 100$ ,  $N^B = 3$ ,  $V_\phi^B/V_T = 15.9$  и остальными параметрами теми же или близкими к случаю 1. В отличие от случая 1 в случае 2 кроме волны БГК задаются пролетные частицы, так что функция распределения по скоростям (рис. 1,б) имеет вид плато в области от  $V_\phi^B + \Delta V$  до  $V_\phi^B - \Delta V$  (в случае 2  $\Delta V/V_T = 7.96$ ) и резко обрезана на краях  $V_{\max}$  и  $V_{\min}$ ,  $V_{\min}/V_T = 7.9$ . Для изучения неустойчивости спутников задаются затравочные ленгмюровские волны — гармоники волны БГК  $N = 4, 5$  и 6 те же, что и

в серии 1, а в случае 2-4 одновременно задаются гармоники  $N = 4 \div 8$  (табл.2):

Случай	2-1	2-2	2-3	2-4		
$N$	4	5	6	4÷6;	7;	8
$V_{\phi}^N/V_T$	12.1	9.7	8.1	7.0;	6.2	

При этом в случаях 2-1, 2-2, 2-3, 2-4  $N = 4 \div 6$  фазовые скорости гармоник  $N = 4, 5, 6$  лежат в области плато  $f_b(V) - V_{\phi}^N > V_{\min}$ , в случае 2-4  $N = 7$  — недалеко от границы —  $V_{\phi}^N \lesssim V_{\min}$ ,  $N = 8$  — далеко от нее —  $V_{\phi}^N < V_{\min}$ .

Анализ кривых  $E^N(t)$  в  $t/T_{oe} \sim 0 - 20$  в случаях 2-1, 2-2, 2-3, 2-4  $N = 4 - 6$  показывает, что систематического роста амплитуды гармоник  $N = 4, 5, 6$  с  $V_{\phi}^N$  в области плато не наблюдается. Изменения амплитуды не выходят за пределы шумов. Не растет и гармоника  $N = 8$  с  $V_{\phi}^N < V_{\min}$  в случае 2-4. Рост  $E^N(t)$  наблюдается только в случае 2-4 у гармоники  $N = 7$  фазовая скорость которой близка к границе  $f_b(V)$ . Инкремент нарастания гармоники  $N = 7 - \gamma/\omega_{oe} \sim 8.5 \cdot 10^{-3}$ .

Таким образом, в серии 2, когда функция распределения имеет вид плато, гармоники с фазовыми скоростями в области плато не возбуждаются, возбуждается только гармоника с фазовой скоростью вблизи границы распределения. В совокупности с результатами серии 1 это показывает, что неустойчивость сателлитов является неустойчивостью пучкового типа.

Это подтверждается и в серии 3, где задается волна БГК малой амплитуды.

Серия 3. В этой серии задается волна БГК — случай 3 (табл. 1) с  $\lambda^B/r_d = 100$ ,  $V_{\phi}^B/V_T = 15.9$ ,  $V_{\min}^B/V_T = 14.1$ ; число захваченных в волне БГК на длине  $\lambda^B$  электронов  $N_b^0 = 1$ , так что  $n_b/n_e = 1 \cdot 10^{-4}$ . В разных случаях задается одна и та же волна БГК, но меняется длина системы, так что меняется и номер гармоники волны БГК  $N^B = L/\lambda^B$ . При увеличении  $L$  становится возможным развитие большего числа гармоник, причем фазовая скорость гармоники с номером  $N = N^B + 1$  приближается к фазовой скорости волны БГК. При изучении неустойчивости сателлитов в каждом случае при заданном  $L$  задается затравочная ленгмюровская волна с номером гармоники  $N = N^B + 1$  (табл.3):

Случай	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6	3-7	3-8
$L/r_d$	300	400	500	600	700	800	900	1000
$N^B$	3	4	5	6	7	8	9	10
$N$	4	5	6	7	8	9	10	11
$V_{\phi}^N/V_T$	12.1	12.8	13.4	13.8	14.0	14.3	14.4	14.6

При этом в случаях 3-7, 3-8 фазовая скорость затравочной волны лежит в области положительной производной  $f_b(V) - V/V_T \sim 14.1 - 15.9$ , в случаях 3-5, 3-6 — вблизи границы  $f_b(V) V_{\min}/V_T = 14.1$ , в случаях 3-1÷3-4 ниже границы  $f_b(V)$ .

Анализ кривых  $E^N(t)$  показывает, что при большом отличии  $V_{\phi}^N$  от  $V_{\phi}^B$  и  $V_{\min}^B$  в случаях 3-1, 3-2 не наблюдается систематического роста амплитуды гармоник-сателлитов. В случаях 3-3, 3-4 рост амплитуды становится более явным. Инкремент нарастания в случаях 3-3 и 3-4  $\gamma/\omega_{oe} \sim 1 \cdot 10^{-3}$  и  $\sim 2 \cdot 10^{-3}$ , соответственно. В случаях 3-5÷3-8 по мере роста фазовой скорости гармоники-сателлита возрастает и инкремент:  $\gamma/\omega_{oe} \sim (4.4 - 5.9 - 7.2 - 8.4) \cdot 10^{-3}$ , соответственно.

Зависимость инкремента от разницы фазовых скоростей  $V_{\phi}^B - V_{\phi}^N$ , а также от разницы  $V_{\min}^B - V_{\phi}^N$  в серии 3 показана на рис. 3, 4, кривая 1. Из рис.3, 4 видно, что инкремент быстро падает с ростом  $V_{\phi}^B - V_{\phi}^N$  и  $V_{\min}^B - V_{\phi}^N$ . В области  $V_{\phi}^N < V_{\min}^B$  инкремент имеет заметную величину  $\gamma/\omega_{oe} \gtrsim 1 \cdot 10^{-3}$  только при небольших значениях  $(V_{\min}^B - V_{\phi}^N)/V_T < 1$ .

На рис. 3, 4 приведена также кривая 2 для серии 1. Чтобы дополнить эту кривую проводилась серия 4, в которой волна БГК имеет те же параметры, что и в серии 1, но меняется длина системы и, соответственно,  $L/\lambda^B$ .

Серия 4. в этой серии задается волна БГК — случай 1 (табл. 1) с  $\lambda^B/r_d = 100$ ;  $V_{\phi}^B/V_T = 15.1$ ,  $V_{\min}^B/V_T = 10.1$ ,  $n_b/n_e = 5 \cdot 10^{-3}$ . В разных случаях меняется длина системы и задается затравочная ленгмюровская волна с номером гармоники  $N = N^B + 1$  (табл.3):

Случай	4-1	4-2	4-3
$L/r_d$	300	200	100
$N^B$	3	2	1
$N$	4	3	2
$V_{\phi}^N/V_T$	12.1	10.8	8.1

При этом в случае 4-1  $V_{\phi}^N > V_{\min}^B$ , в случае 4-2  $V_{\phi}^N \gtrsim V_{\min}^B$ , а в случае 4-3  $V_{\phi}^N < V_{\min}^B$ .

Анализ кривых  $E^N(t)$  показывает, что в случаях 4-1 и 4-2 наблюдается экспоненциальный рост амплитуды гармоник-спутников с инкрементом  $\gamma/\omega_{oe} \sim 3.8 \cdot 10^{-2}$  и  $2.5 \cdot 10^{-2}$ , соответственно. В случае 4-3 систематического роста амплитуды не наблюдается, она остается в среднем постоянной.

Значения инкремента в серии 4 показаны на рис. 3, 4. Видно, что точки из серии 1 и серии 4 ложатся на одну кривую 2.

Есть смысл построить зависимость инкремента от параметра  $\alpha = \frac{V_3^B + V_3^N}{V_3^B - V_3^N}$ , учитывающего разность фазовых скоростей и границы областей захвата волны БГК (напомним, что  $V_{\min}^B = V_3^B - V_3^B$ ) и затравочной волны в начальный момент времени.  $\alpha = 1$  соответствует случаю, когда  $(V_3^B - V_3^B) = (V_3^N + V_3^N)$ , т.е. области захвата касаются,  $\alpha > 1$  — когда они пересекаются,  $\alpha < 1$  — когда они разделены. В табл. 4 приведены значения  $\alpha$  и инкремента  $\gamma/\omega_{oe}$  в разных сериях.

Таблица 4

Случай	Серия 1				Серия 4			
	1-1	1-2	1-3	1-4	4-1	4-2	4-3	
$\alpha$	1.81	1.01	0.78	1.96	1.81	1.26	0.78	
$\gamma/\omega_{oe} \cdot 10^{-3}$	38.2	11.0	-	41	38.2	25.3	-	
Случай	Серия 3							
	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6	3-7	3-8
$\alpha$	0.51	0.64	0.78	0.92	1.06	1.20	1.35	1.50
$\gamma/\omega_{oe} \cdot 10^{-3}$	-	-	1	2.1	4.4	5.9	7.2	8.4

На рис. 5 показана зависимость инкремента от параметра  $\alpha$  для серии 3 (кривая 1) и серий 1 и 4 (кривая 2). Из рис. 5 видно, что инкремент имеет заметную величину  $\gamma/\omega_{oe} > 1 \cdot 10^{-3}$ , если значения параметра  $\alpha$  достаточно велики —  $\alpha > 0.8$ . Значение  $\alpha \sim 0.8$  можно условно считать границей неустойчивости спутников. Из рис. 5 видно, что во всех сериях граничное значение  $\alpha$  практически одинаково.

Из рис. 5, а также из рис. 3, 4, видно, что кривая 2 (серии 1 и 4) лежит выше кривой 1 (серия 3). Это можно объяснить различием параметра  $n_b/n_e$  в сериях 1, 4 и 3 ( $n_b$  — средняя плотность электронов на длине  $\lambda^B$ ). Действительно, в сериях 1 и 4  $n_b/n_e = 5 \cdot 10^{-3}$ , в серии 3  $n_b/n_e = 1 \cdot 10^{-4}$ . Если по кривым 1 и 2 рис.5 сравнить  $\gamma_1(\alpha)$  и  $\gamma_2(\alpha)$  при одинаковых значениях  $\alpha$ , то оказывается, что отношение  $\gamma_2/\gamma_1$

практически одинаково при разных  $\alpha$  —  $\gamma_2/\gamma_1 \sim 3,7$ , т.е. равно отношению  $(n_{b2}/n_{b1})^{1/3} = 3.68$ . Это показывает, что инкремент неустойчивости спутников пропорционален отношению  $(n_b/n_e)^{1/3}$ .

Таким образом, результаты, полученные в сериях 1-4 подтверждают гипотезу о пучковом характере неустойчивости спутников. Действительно, серии 1, 3 и 4 показывают, что неустойчивы гармоники-спутники с фазовыми скоростями в области положительной производной функции распределения  $f_b(V)$  волны БГК  $V_{\min}^B < V_{\phi}^N < V_{\phi}^B$  или вблизи от нее, а при  $f_b(V)$  типа плато (серия 2) гармоники с  $V_{\phi}^N$  в области плато не возбуждаются. Пучковый характер неустойчивости спутников подтверждает и зависимость инкремента неустойчивости от параметра  $(n_b/n_e)^{1/3}$ .

В работах [6, 7] изучалась спутниковая неустойчивость модулированного пучка электронов. Было найдено, что при сильной модуляции, когда пучок разбивается на сгустки, характер неустойчивости зависит от отношения размера сгустка к длине модуляции  $a/l$ . Для достаточно широких сгустков максимальный инкремент неустойчивости спутников совпадает со случаем неустойчивости пучка —  $\gamma_{\max}/\omega_{oe} = \frac{3^{1/2}}{2^{4/3}} (n_b/n_e)^{1/3}$ , где  $n_b$  — плотность электронов сгустка, усредненная на длине модуляции. Этот случай близок к рассматриваемой нами волне БГК с областью захвата, заполненной электронами. Действительно, в нашем случае наблюдается, что  $\gamma/\omega_{oe} \sim (n_b/n_e)^{1/3}$ . Для сравнения инкрементов по величине, следует учесть, что максимальный инкремент [6, 7] достигается при фазовой скорости спутника  $\omega/k = V_0 - \frac{1}{2^{4/3}} (n_b/n_e)^{1/3} \omega_{oe}/k$ , так что  $\Delta = V_0 - \omega/k = \frac{1}{2^{4/3}} (n_b/n_e)^{1/3} \frac{\omega_{oe}}{k}$ . В нашем случае  $\Delta$  определяется разницей фазовых скоростей волны БГК и гармоники-спутника  $\Delta = V_{\phi}^B - V_{\phi}^N$ . В табл. 5 приведены значения  $\Delta/(\omega_{oe}/k)$  для  $\gamma_{\max}$  модулированного пучка с  $n_b$ , равной средней плотности в волне БГК, и  $\Delta/(\omega_{oe}/k)$  для волны БГК в случаях 1-1 и 3-8 с максимальными значениями  $\alpha$  ( $\alpha = 1.8$  и  $1.5$ , соответственно) и минимальными  $\Delta$ . В табл. 5 приведены также значения  $\frac{\gamma_{\max}}{\omega_{oe}}$  и  $\gamma/\omega_{oe}$  в случаях 1-1 и 3-8.

Таблица 5

Случай	$n_b/n_e$	$(n_b/n_e)^{1/3}$	$\Delta/(\omega_{oe}/k)$	$\gamma/\omega_{oe}$
1-1	$5 \cdot 10^{-3}$	$1.71 \cdot 10^{-1}$	$25 \cdot 10^{-2}$	$3.8 \cdot 10^{-2}$
[6, 7]	$5 \cdot 10^{-3}$	$1.71 \cdot 10^{-1}$	$6,8 \cdot 10^{-2}$	$11.8 \cdot 10^{-2}$
3-8	$1 \cdot 10^{-4}$	$4.64 \cdot 10^{-2}$	$9.0 \cdot 10^{-2}$	$8.4 \cdot 10^{-3}$
[6, 7]	$1 \cdot 10^{-4}$	$4.64 \cdot 10^{-2}$	$1.8 \cdot 10^{-2}$	$32 \cdot 10^{-3}$

Из табл. 5 видно, что в случаях 1-1 и 3-8 разница  $\Delta = V_{\phi}^B - V_{\phi}^N$  больше необходимой для максимального инкремента [6, 7]. Соответственно и значения инкремента в случаях 1-1 и 3-8 меньше  $\gamma_{\max}$  в 3-4 раза. Однако инкременты  $\gamma/\omega_{oe}$  имеют тот же порядок величины, что и  $\gamma_{\max}/\omega_{oe}$ . Таким образом, сателлитная неустойчивость волны БГК близка к случаю модулированного пучка с широкими сгустками [6, 7].

Следует отметить, что сателлитная неустойчивость волны БГК имеет довольно сложный характер. Так условия развития неустойчивости в области  $\alpha < 1$  и  $\alpha \geq 1$  различны. В области  $\alpha < 1$  начальная стадия неустойчивости — это линейная стадия пучковой неустойчивости, где роль пучка играет волна БГК. В области  $\alpha > 1$  с самого начала может стать существенным захват  $b$ -электронов волны БГК гармоникой-сателлитом, так что сразу же могут стать существенными нелинейные эффекты.

Для изучения развития неустойчивости сателлитов в случае  $\alpha > 1$  рассматривался случай 1-4, в котором задавалась волна БГК — случай 1 и затравочная ленгмюровская волна с параметрами, при которых  $\alpha = 1.96$

Случай 1-4. В этом случае  $L/r_d = 300$ . Задается волна БГК — случай 1 (табл.1) с  $\lambda^B/r_d = 100$ ,  $N^B = 3$ ,  $V_{\phi}^B/V_T = 15.1$ ,  $V_{\min}^B/V_T = 10.1$  и затравочная ленгмюровская волна подобная случаю 1-1, но с большей амплитудой —  $\lambda^N/r_d = 75$ ,  $N = 4$ ,  $V_{\phi}^N/V_T = 12.1$ ;  $V_3^N/V_T = 0.92$ . При этом  $V_{\min}^B < V_{\phi}^N < V_{\phi}^B$ ,  $V_3^N \sim \frac{1}{2}(V_{\phi}^N - V_{\min}^B)$  и  $\alpha = 1.96$ .

Начальная стадия развития неустойчивости сателлитов в случае 1-4 практически не отличается от случая 1-1. Это видно из рис.6, где показаны кривые зависимости от времени амплитуды  $E^N(t)$  волны БГК и гармоник-сателлитов  $N = 4, 5, 6$ . Видно, что гармоника  $N = 4$  с  $V_{\phi}^N$  самой близкой к  $V_{\phi}^B$  начинает расти с самого начала, а гармоники  $N = 5$  и  $6$  значительно позже. Начальный участок ( $t/T_{oe} \sim 0-10$ ) кривой  $E^N(t)$  гармоники  $N = 4$  имеет вид экспоненты с инкрементом  $\gamma/\omega_{oe} \sim 4 \cdot 10^{-2}$ , близким к случаю 1-1. В  $t/T_{oe} > 10$  кривая  $E^{IV}(t)$  имеет более сложный характер.

Анализ фазовых плоскостей электронов показывает, что существенную роль в развитии неустойчивости сателлитов в случае 1-4 играет захват  $b$ -электронов гармоникой-сателлитом  $N = 4$ . Действительно, поскольку  $\alpha > 1$  захват  $b$ -электронов возможен с самого начала. С ростом амплитуды гармоники  $N = 4$  растет и ее область захвата. Уже к  $t/T_{oe} \sim 6-8$   $V_3^N$  сравнивается с величиной  $V_{\phi}^N - V_{\min}^B$ , так что  $V_{\min}^N = (V_{\phi}^N - V_3^N)$  становится меньше  $V_{\min}^B$ . По фазовым плоскостям

(рис.7) видно, что к  $t/T_{oe} \sim 8-12$  распределение  $b$ -электронов сильно возмущается, появляются “хвосты”  $b$ -электронов, захваченных гармоникой  $N = 4$ . Дальнейшее развитие этого процесса видно по фазовым плоскостям в  $t/T_{oe} \sim 16-20$ .

Ранее изучалось взаимодействие волны БГК  $N^B = 1$  (параметры случая 1) с ленгмюровской волной  $N = 2$  [3]. Было показано, что при параметрах ленгмюровской волны, соответствующих  $\alpha > 1$ , развивается сильная стохастическая неустойчивость движения  $b$ -электронов. Начальная стадия этой неустойчивости проявляется в образовании “хвостов”  $b$ -электронов, захватываемых гармоникой  $N = 2$ . Сравнение фазовых плоскостей в работе [3] (рис.12, случай 1-4,  $\alpha = 1.36$ ) и в рассматриваемом случае рис.7 показывает, что характер явления одинаков в обоих случаях. Таким образом, развитие гармоники-сателлита  $N = 4$  сопровождается развитием сильной стохастической неустойчивости.

В работе [3] было показано, что дальнейшее развитие сильной стохастической неустойчивости приводит к тому, что часть  $b$ -электронов движется стохастически в области фазовой плоскости, включающей, частично или полностью, области захвата волны БГК и ленгмюровской волны. При этом  $b$ -электроны то переходят из одной области захвата в другую, то остаются пролетными. Такая же картина наблюдается и в рассматриваемом случае. Это видно по движению пробных частиц. В начальный момент времени в волне БГК задаются пробные частицы ( $e = m = 0$ ,  $e/m$  то же, что у электрона) в виде двух групп, показанных на рис.7,  $t = 0$ . Из рис.7 видно, что на начальной стадии пробные частицы движутся регулярно и остаются в своей области захвата волны БГК. Однако, в  $t/T_{oe} > 12$  некоторые частицы начинают переходить в соседние области захвата, попадают в области захвата гармоники  $N = 4$ , а к  $t/T_{oe} \sim 30-50$  пробные частицы распределяются практически равномерно по всей фазовой плоскости. Это свидетельствует о стохастическом характере движения  $b$ -электронов и показывает, что оно приводит к размешиванию  $b$ -электронов на фазовой плоскости.

Развитие сильной стохастической неустойчивости сопровождается вторичными нелинейными эффектами, подобными наблюдавшимся в работе [3]. Действительно, когда  $V_{\min}^N$  становится меньше  $V_{\min}^B$ ,  $b$ -электроны при захвате сателлитом  $N = 4$  замедляются. При этом  $E^{IV}(t)$  продолжает расти, а на кривой  $E^{III}(t)$  появляется особенность — пик, связанный с нарушением баланса ускоряющихся и тормозящихся  $b$ -электронов, захваченных в волне БГК  $N^B = 3$  (рис.6).

Развитие сильной стохастической неустойчивости в районе областей захвата волны БГК  $N^B = 3$  и гармоники  $N = 4$  приводит к изменению



вида функции распределения по скоростям. Так с ростом  $E^{IV}(t)$  уменьшается  $(V_{\phi}^{IV} - V_3^{IV})$  и минимальная скорость  $b$ -электронов  $V_{\min}^b$  (рис.8,  $t/T_{oe} = 20$ ). При этом становится возможной сателлитная неустойчивость следующей гармоники  $N = 5$  с  $V_{\phi}^N/V_T = 9.7$ . Из рис.6 видно, что амплитуда этой гармоники начинает расти в  $t/T_{oe} > 15$ . Область захвата этой гармоники включается в область сильной стохастической неустойчивости. При этом  $V_{\min}^b$  продолжает уменьшаться, так что в  $t/T_{oe} > 30$  становится неустойчивой следующая гармоника  $N = 6$  с  $V_{\phi}^N/V_T = 8.1$  (рис.6). К  $t/T_{oe} \sim 50$   $V_{\min}^b$  достигает величины  $V_{\min}^b/V_T \sim 4.5$  (рис.8), так что становятся неустойчивыми гармоники  $N = 7$  и т.д. В результате развивается система гармоник с пересекающимися областями захвата. Во всей этой области развивается сильная стохастическая неустойчивость движения  $b$ -электронов. В результате ее развития электроны перемешиваются и на функции распределения появляется плато (рис.8). К  $t/T_{oe} \sim 50$  плато занимает область  $V/V_T \sim 10 - 20$ . При этом скорость роста сателлита  $N = 4$ , а позже и  $N = 5$  существенно падает (рис.6).

Таким образом, неустойчивость сателлитов включает в себя стадию пучковой неустойчивости и стадию сильной стохастической неустойчивости, которая на начальном этапе проявляется как захват частиц  $b$ -электронов гармоникой-сателлитом, а в дальнейшем приводит к развитию новых гармоник и расширению области стохастического движения.

Явление, подобное рассматриваемой неустойчивости сателлитов, было обнаружено ранее в работе [5]. В этой работе аналитически и численно исследовалось взаимодействие моноэнергетического пучка электронов с плазмой с учетом захвата электронов пучка возбуждающимися волнами. Была исследована нелинейная стадия пучковой неустойчивости, а также неустойчивость сателлитов. Найдено, что преимущественно возбуждаются гармоники-сателлиты с фазовыми скоростями меньшими, чем скорость пучка  $V_{\phi}^N < V_0$ . Инкремент неустойчивости сателлитов определяется параметром  $\delta = \frac{kV_0 - \omega_{oe}}{\omega_{oe}(n_b/n_e)^{1/3}}$  и быстро падает с увеличением разности  $(V_0 - \omega_{oe}/k) \approx (V_0 - V_{\phi}^N)$  и с уменьшением плотности пучка  $(n_b/n_e)^{1/3}$ .

Неустойчивость сателлитов при взаимодействии моноэнергетического пучка электронов с плазмой наблюдалось также в численном эксперименте (метод частиц в ячейках) [9]. В работах [5, 9] механизм возбуждения сателлитов детально не изучался. Однако, не вызывает сомнений, что механизм неустойчивости сателлитов в настоящей работе (неустойчивость волны БГК) и в работах [5, 9] (неустойчивость пучка электронов)

имеет одну природу. Действительно, в обоих случаях этот механизм обусловлен пучковой неустойчивостью и захватом электронов гармониками-сателлитами. Это подтверждается и одинаковой зависимостью инкремента неустойчивости от параметров  $V_0(V_{\phi}^B) - V_{\phi}^N$  и  $(n_b/n_e)^{1/3}$ .

В работе [3] исследовалась неустойчивость волны БГК (случай  $1-1^{\times} - \lambda^B/r_d = 100$ ;  $N^B = 1$ ;  $V_{\phi}^B/V_T = 15.1$ ; случай  $1^{\times} - \lambda^B/r_d = 200$ ;  $N^B = 1$ ;  $V_{\phi}^B/V_T = 27.9$ ) при взаимодействии с заданной ленгмюровской волной ( $N = 2$ ,  $V_{\phi}^N/V_T = 8.1$  или  $N = 2$ ,  $V_{\phi}^N/V_T = 16.3$ ) с разными амплитудами (случай  $1-2^{\times} \div 1-4^{\times}$ ,  $2^{\times}$ ). Кроме того, исследовалась собственная неустойчивость волны БГК с разным числом захваченных электронов при ее взаимодействии с ленгмюровской волной  $N = 2$ , возбуждаемой полем объемного заряда волны БГК (случаи  $1^{\times}$ ,  $1-1^{\times}$ ,  $2-1^{\times} \div 2-3^{\times}$ ). Значения  $\alpha$  в разных случаях приведены в табл.6.

Таблица 6

Случай	$1^{\times}$	$2^{\times}$	$1-1^{\times}$	$1-2^{\times}$	$1-3^{\times}$	$1-4^{\times}$
$\alpha$	0.64	0.77	0.78	0.91	0.99	1.36
Случай	$2-1^{\times}$	$2-2^{\times}$	$2-3^{\times}$			
$N_b^0$	50	100	200			
$\alpha$	0.78	0.90	1.30			

Исходя из результатов настоящей работы, можно рассматривать ленгмюровскую волну  $N = 2$  в работе [3] как затравочную волну-сателлит и включить результаты работы [3] в наше рассмотрение, ограничившись качественным анализом, так как инкременты в работе [3] не определялись.

Анализ кривых  $E^N(t)$  в работе [3] показывает, что во всех случаях, когда  $\alpha < 0.8$  (случаи  $1^{\times}$ ,  $2^{\times}$ ,  $1-1^{\times} \equiv 2-1^{\times}$ ) роста амплитуды гармоники  $N = 2$  не наблюдается — в течение  $t/T_{oe} \sim 0 - 100$  амплитуда остается в среднем постоянной. Это согласуется с результатами настоящей работы, представленными на рис.5. Взаимодействие волны БГК с ленгмюровской волной в этих случаях приводит к стохастической неустойчивости движения электронов и образованию стохастического слоя в районе сепаратрис волны БГК и ленгмюровской волны.

При  $\alpha \gtrsim 0.9$  наблюдается рост амплитуды гармоники  $N = 2$ , что указывает на развитие сателлитной неустойчивости. При этом, если  $\alpha < 1$  (случаи  $1-2^{\times}$ ,  $2-2^{\times}$ ), рост амплитуды гармоники  $N = 2$  начинается до того, как начинается захват ею  $b$ -электронов, что соответствует пучковой

стадии сателлитной неустойчивости. Рост амплитуды гармоники  $N = 2$  в результате этой неустойчивости приводит к захвату ею  $b$ -электронов и развитию сильной стохастической неустойчивости в районе областей захвата волны БГК  $N^B = 1$  и гармоники-сателлита  $N = 2$ . При  $\alpha \gtrsim 1$  (случаи  $1 - 3^x$ ,  $1 - 4^x$ ,  $2 - 3^x$ ) захват  $b$ -электронов гармоникой  $N = 2$  и развитие сильной стохастической неустойчивости начинаются с самого начала, что соответствует нелинейной стадии сателлитной неустойчивости. Ее развитие проявляется в быстром росте амплитуды гармоники  $N = 2$ . Развитие сильной стохастической неустойчивости приводит к формированию области стохастического движения электронов, включающей области захвата волны БГК и гармоники  $N = 2$ , причем, в некоторых случаях даже к  $t/T_{oe} \sim 100$ , сохраняется ядро захваченных  $b$ -электронов (случаи  $1 - 2^x$ ,  $1 - 3^x$ ,  $1 - 4^x$ ,  $2 - 2^x$ ), а в некоторых ядра не остается (случай  $2 - 3^x$ ).

Отметим, что собственную неустойчивость волны БГК с большим числом захваченных электронов (случаи  $2 - 2^x$ ,  $2 - 3^x$ ) согласно этому анализу можно рассматривать как неустойчивость сателлитов, нелинейной стадией которой является сильная стохастическая неустойчивость.

## Литература

1. *I.V. Bernstein, J.M. Greene, M.D. Kruskal.* Phys. Rev. 108, 546, 1957.
2. *Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев.* Волна Бернштейна–Грина–Крускала. I. Препринт ИЯФ 93-97, 1993.
3. *Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев.* Волна Бернштейна–Грина–Крускала. II. Препринт ИЯФ 93-98, 1993.
4. *Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев.* Конверсия волны Бернштейна–Грина–Крускала на возмущении плотности. I–IV. Препринты ИЯФ 94-48, 94-49, 94-50, 94-51, 1994.
5. *Н.Г. Мациборко, И.Н. Опищенко, Я.Б. Файнберг, В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко.* ЖЭТФ, 63, 874, 1972.
6. *В.П. Коваленко, П.Н. Юшманов.* Физика плазмы, 3(6), 1284, 1977.
7. *В.Г. Дорофеевко, В.Б. Красовицкий, С.С. Моисеев, О.Ю. Нагучев.* ЖТФ, 61(7), 21, 1991.
8. *В.Г. Дорофеевко.* Физика плазмы, 20(10), 904, 1994.
9. *В.Т. Астрелии, Н.С. Бучельникова.* Волна Бернштейна–Грина–Крускала при пучковой неустойчивости. Препринт ИЯФ 74-93, 1974.

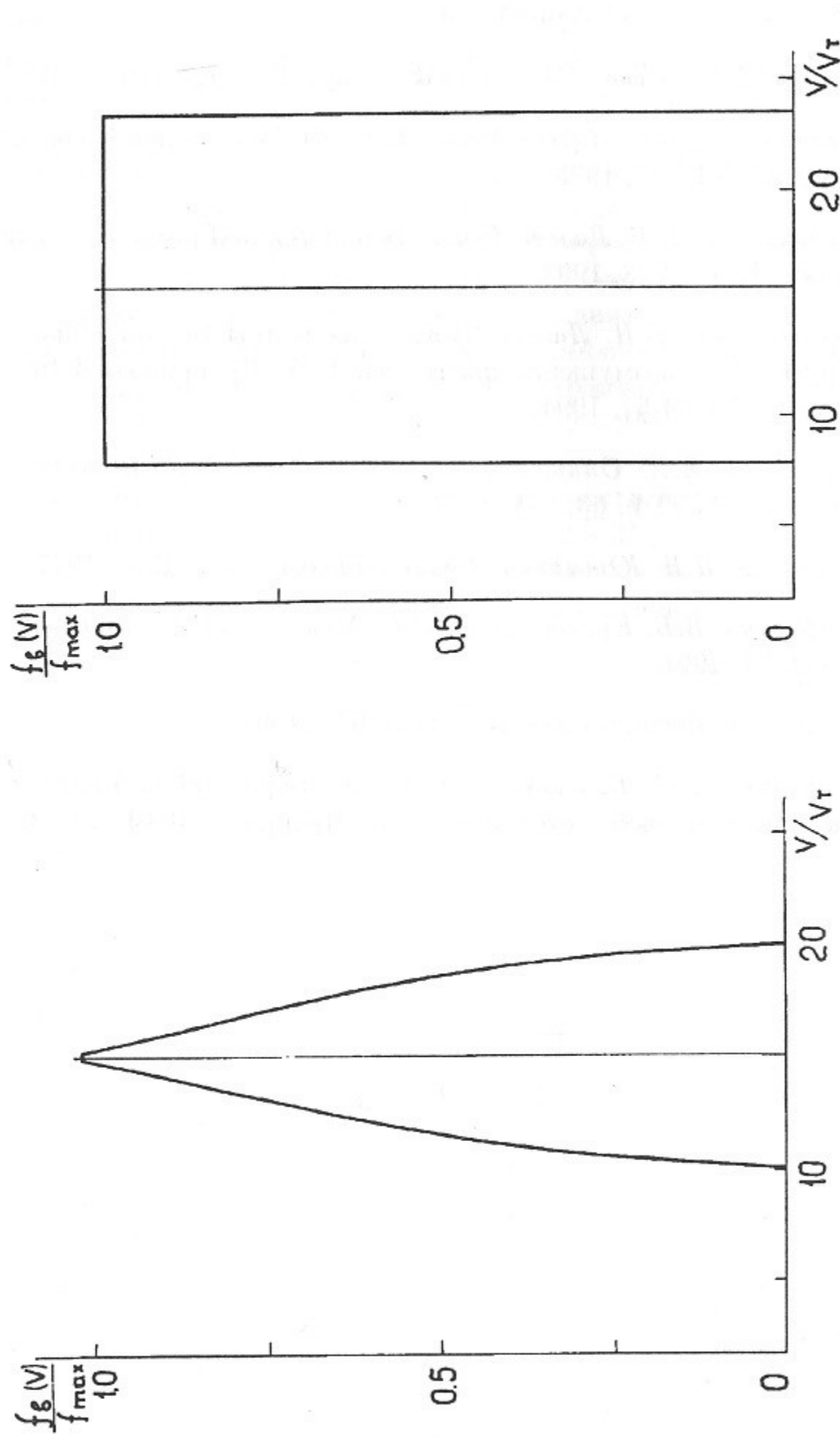


Рис. 1. Начальная функция распределения по скорости  $b$ -электронов на длине волны БГК  $\lambda^B$ .

Рис. Случай  $V_\Phi^B/V_T$   $V_{\min}^B/V_T$   $f_{b\max} = \frac{\Delta N^b}{\Delta V}$   $\Delta V/V_T$

а	1	15.1	10.1	329	0.32
б	2	15.9	7.9	135	0.32

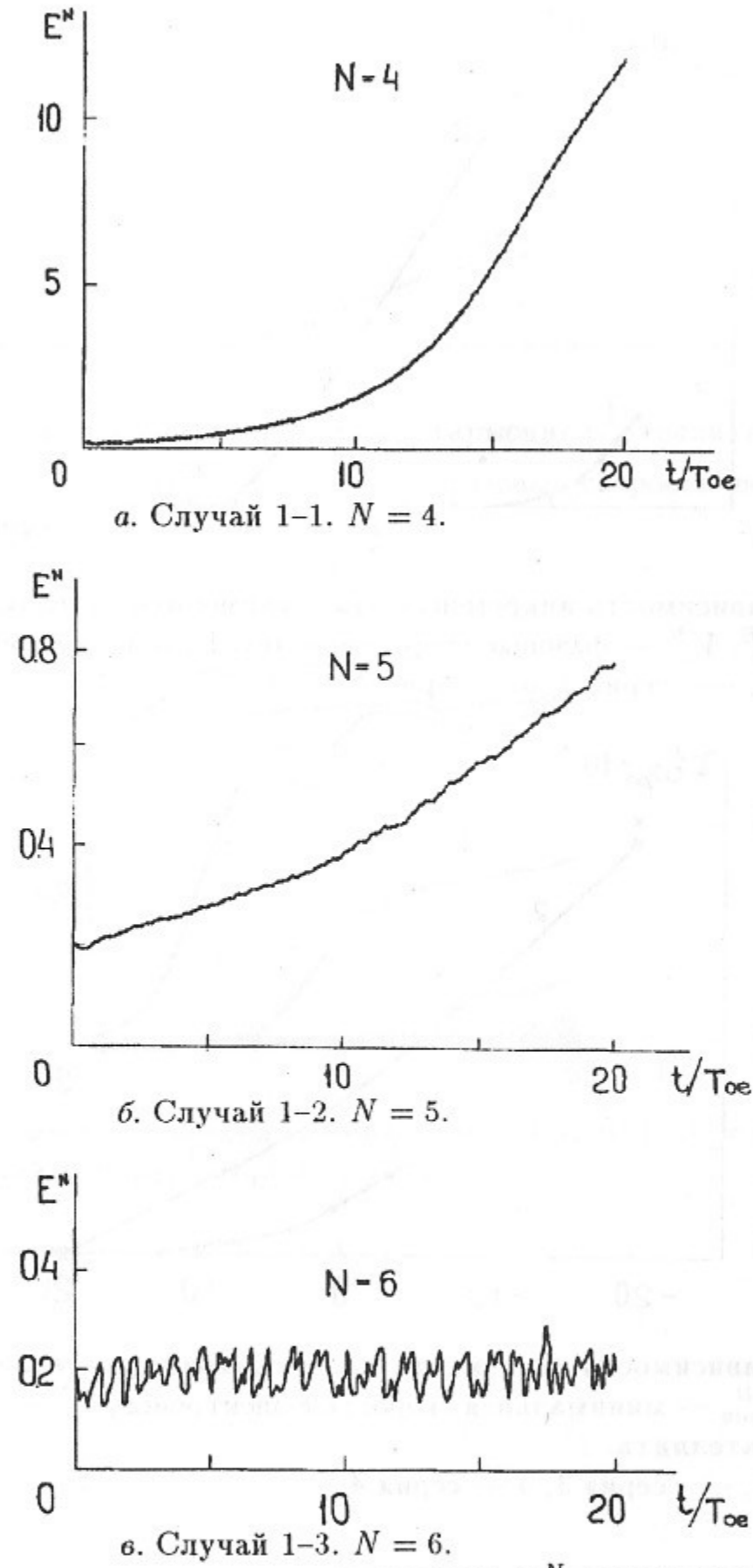


Рис. 2. Зависимость от времени амплитуды  $E^N$  гармоники-спутеллита.  $E$  нормировано на  $m\tau_d/eT_{oe}^2$ .

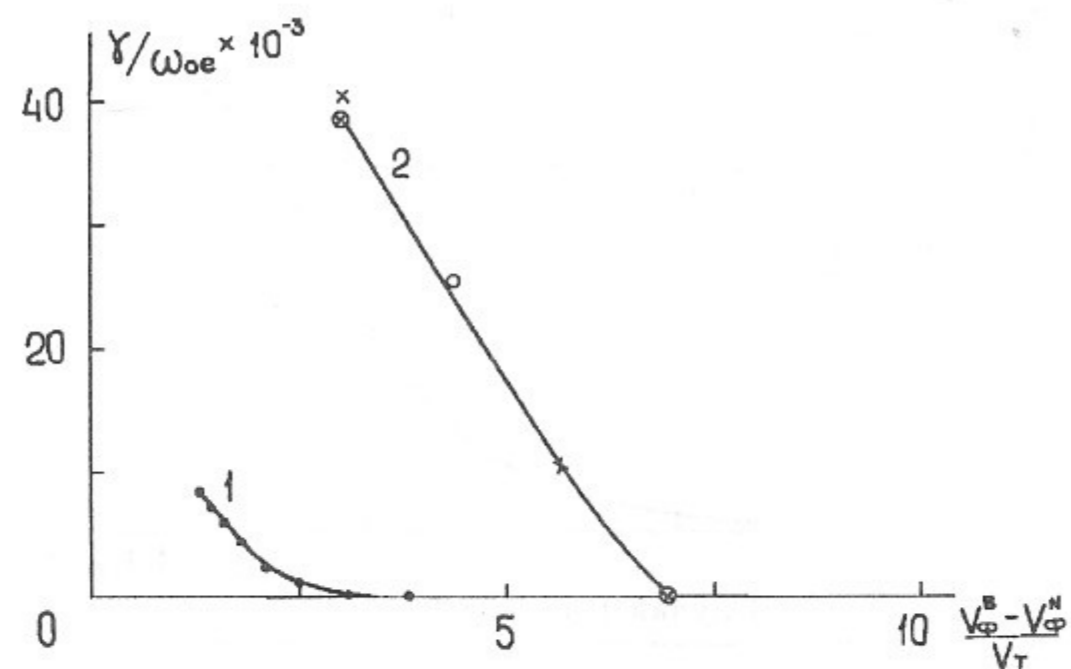


Рис. 3. Зависимость инкремента  $\gamma/\omega_{oe}$  гармоники-спутника от параметра  $V_{\phi}^B - V_{\phi}^N$ ;  $V_{\phi}^B, V_{\phi}^N$  — фазовые скорости волны БГК и гармоники-спутника.  $\times$  — серия 1,  $\cdot$  — серия 3,  $\circ$  — серия 4.

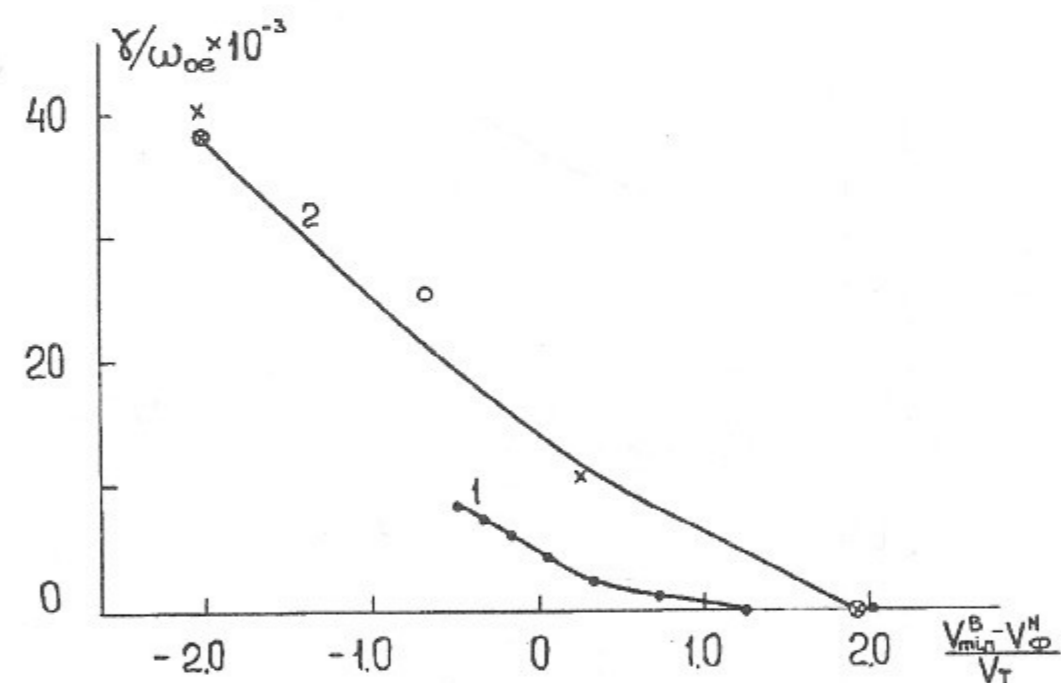


Рис. 4. Зависимость инкремента  $\gamma/\omega_{oe}$  гармоники-спутника от параметра  $V_{\min}^B - V_{\phi}^N$ ;  $V_{\min}^B$  — минимальная скорость  $b$ -электронов,  $V_{\phi}^N$  — фазовая скорость гармоники-спутника.  $\times$  — серия 1,  $\cdot$  — серия 3,  $\circ$  — серия 4.

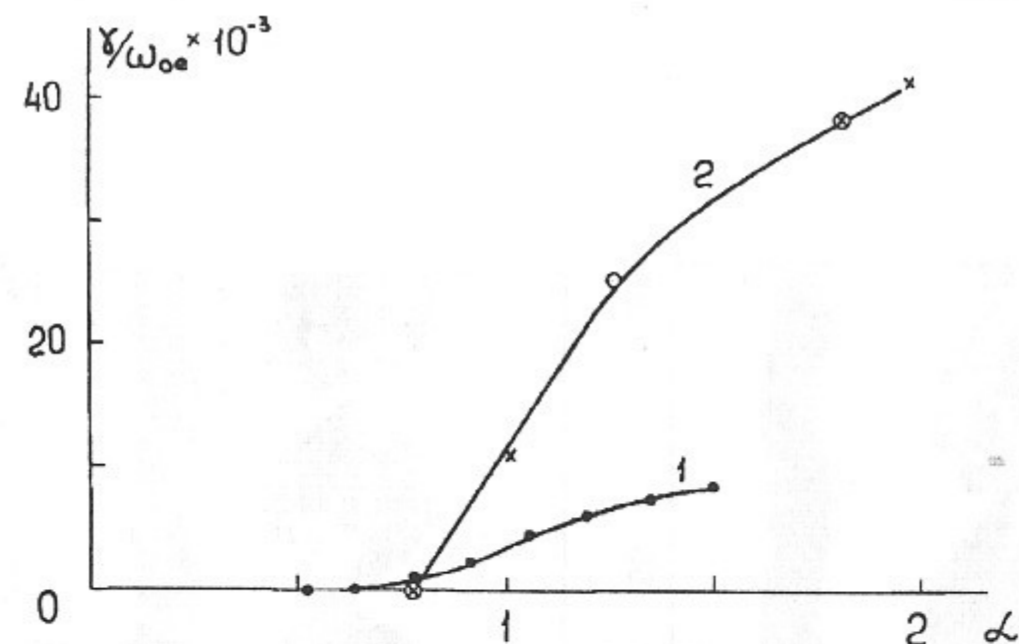


Рис. 5. Зависимость инкремента  $\gamma/\omega_{oe}$  гармоники-спутника от параметра  $\alpha = \frac{V_{\phi}^B + V_{\phi}^N}{V_{\phi}^B - V_{\phi}^N}$ ;  $V_s = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ ,  $V_{\phi}^B, V_{\phi}^N$  — фазовые скорости волны БГК и гармоники-спутника.  $\times$  — серия 1,  $\cdot$  — серия 3,  $\circ$  — серия 4.

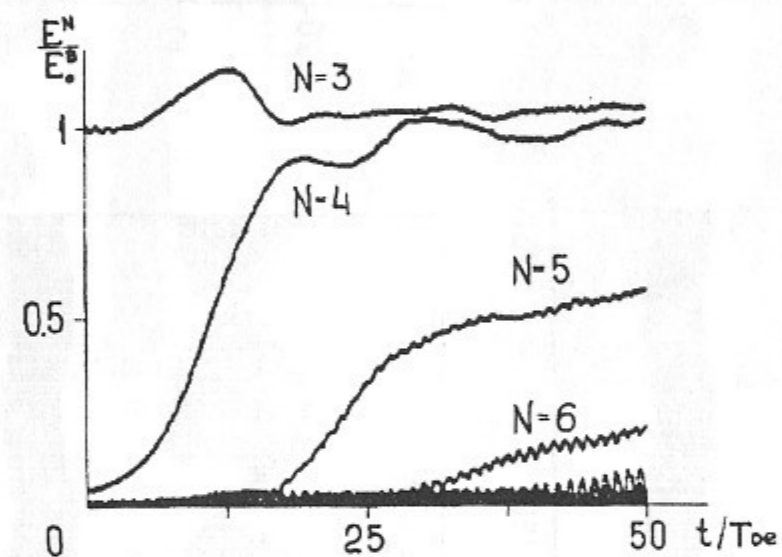
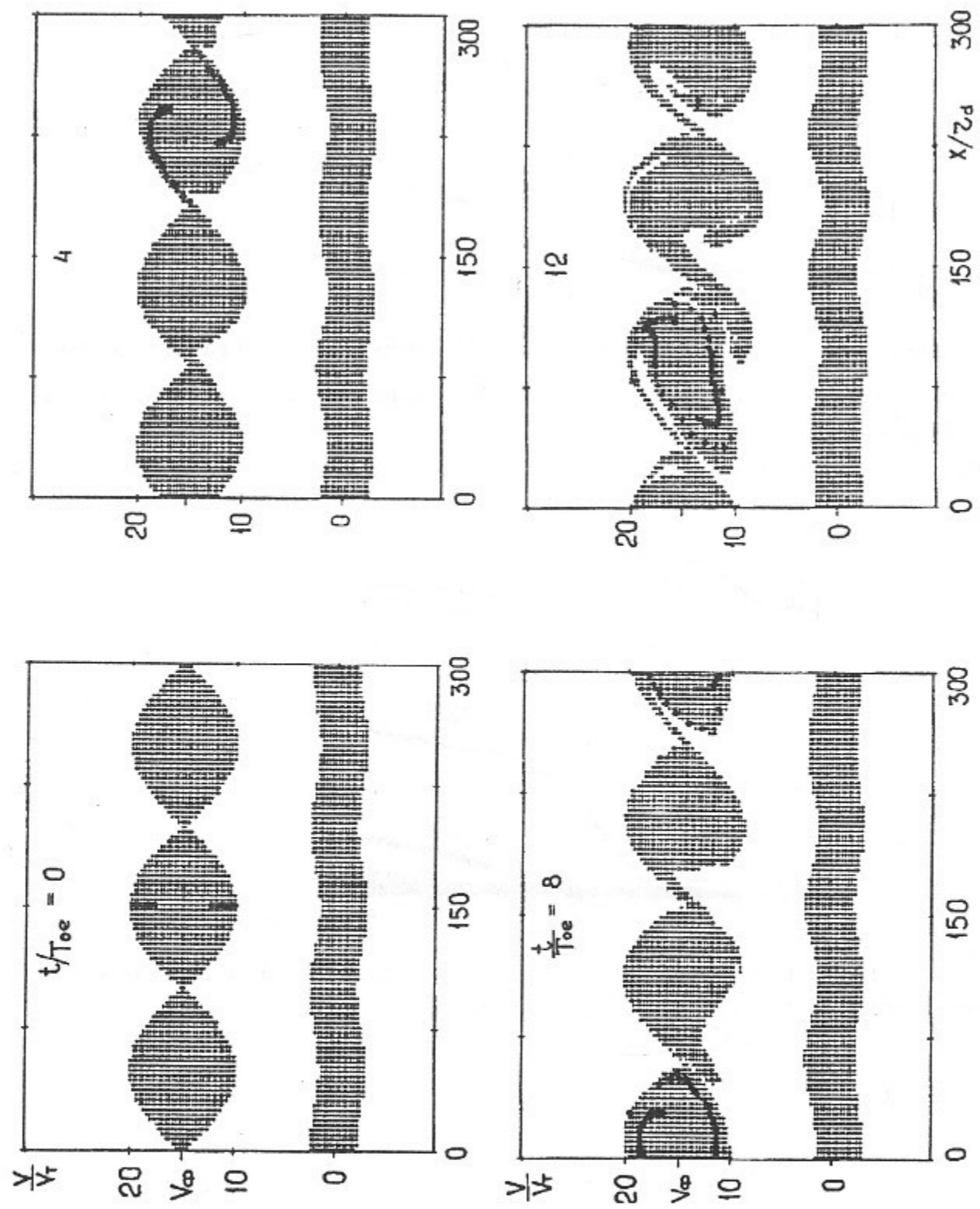


Рис. 6. Зависимость от времени амплитуды волны БГК  $N = 3$  и гармоник  $N = 1 - 30$ . Случай 1-4.  $E_0/(mra/eT_{oe}^2) = 15.6$ .



26

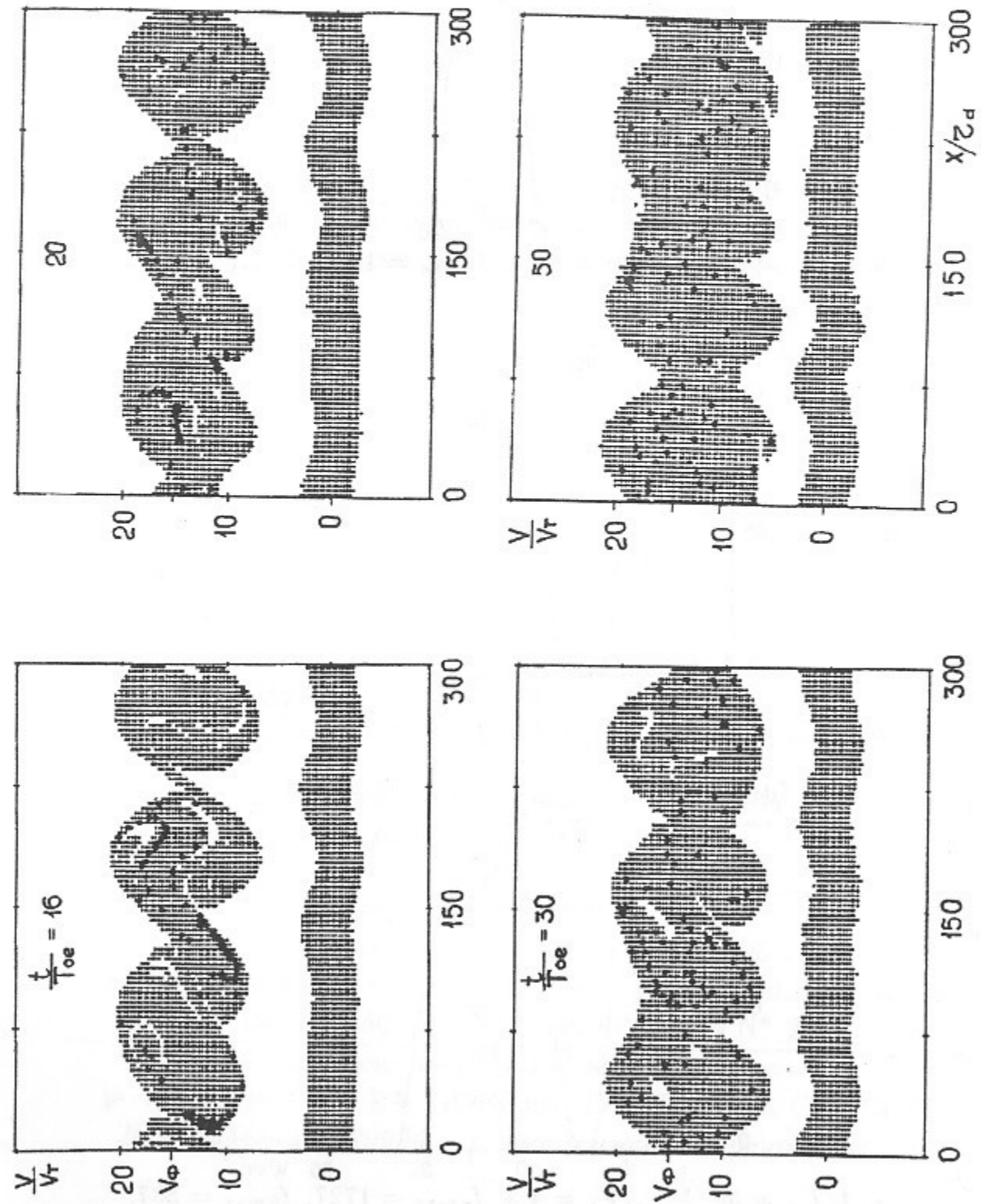
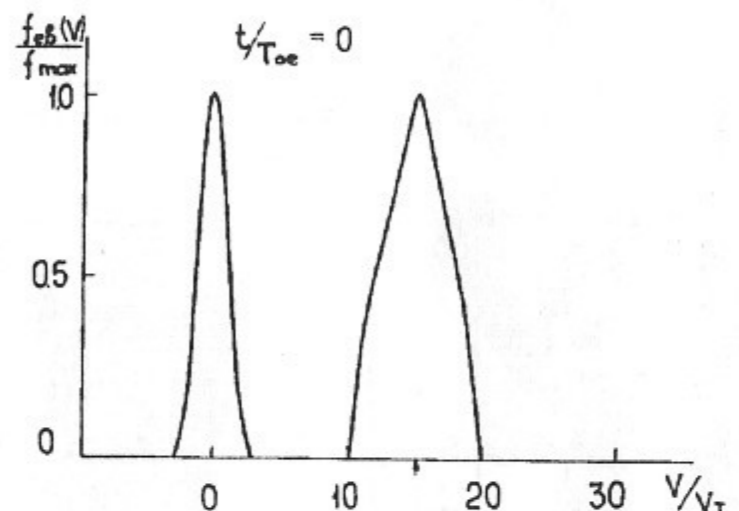
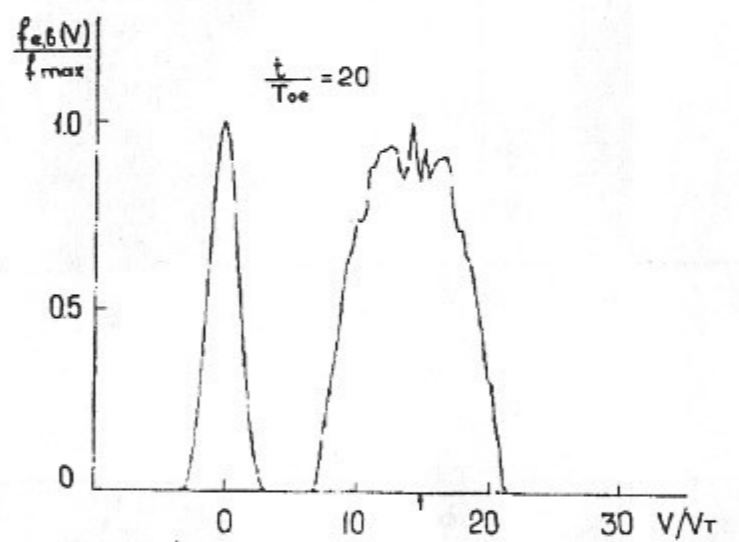


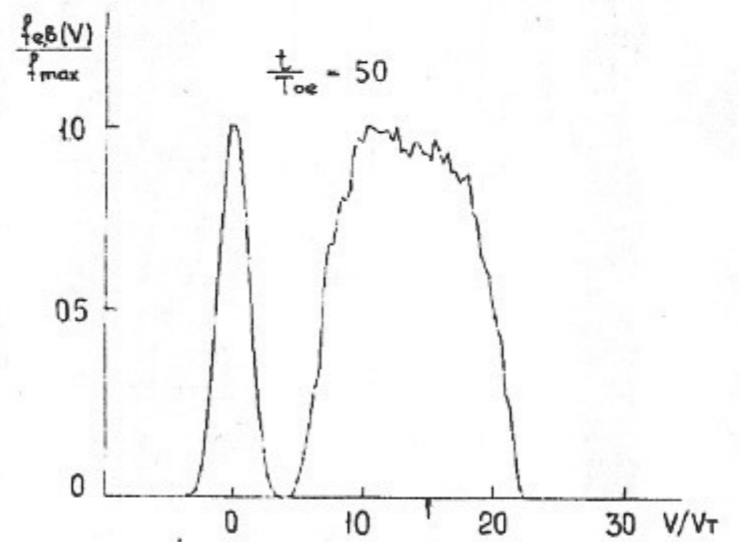
Рис. 7. Фазовые плоскости электронов. Случай 1-4.



a.  $t/T_{oe} = 0$ ,  $V_{min}^b/V_T = 10.1$ ,  $f_{e\max} = 1830$ ,  $f_{b\max} = 986$ .



b.  $t/T_{oe} = 20$ ,  $V_{min}^b/V_T = 7.0$ ,  $f_{e\max} = 1789$ ,  $f_{b\max} = 689$ .



в.  $t/T_{oe} = 50$ ,  $V_{min}^b/V_T = 4.5$ ,  $f_{e\max} = 1727$ ,  $f_{b\max} = 537$ .

Рис. 8. Функции распределения электронов плазмы и  $b$ -электронов на длине  $3\lambda^B$ . Случай 1-4. Стрелкой отмечена начальная фазовая скорость волны БГК  $V_{\Phi}^B/V_T = 15.1$ ;  $f_{e,b} = \frac{\Delta N^{e,b}}{\Delta V}$ ;  $\Delta V/V_T = 0.32$ .

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев

Волна Бернштейна-Грина-Крускала  
в длинной системе.  
I. Неустойчивость спутников

ИЯФ 95-23

Ответственный за выпуск С.Г. Попов  
Работа поступила 16.03.1995 г.

Сдано в набор 16 марта 1995 г.  
Подписано в печать 10 апреля 1995 г.  
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.8 печ.л., 1.5 уч.-изд.л.  
Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 23  
Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ГНЦ РФ "ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН",  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.