

83

58
57

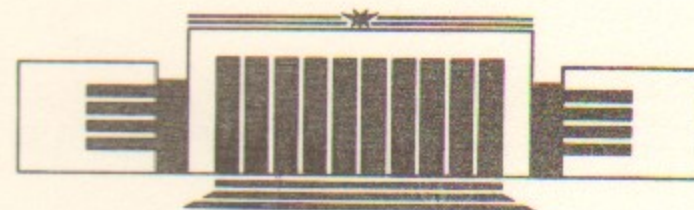


Государственный научный центр
Российской Федерации
Институт ядерной физики
им. Г.И. Будкера

М.Г. Федотов

ШУМЫ ДИФФУЗИИ
В ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ПРИЕМНИКАХ
РЕНТГЕНОВСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

ИЯФ 95-97



НОВОСИБИРСК

Шумы диффузии в твердотельных приемниках рентгеновских изображений

М.Г. Федотов

ГНЦ РФ "Институт ядерной физики
им.Г.И.Будкера СО РАН",
630090, Новосибирск, Russia

Аннотация

В работе рассмотрены шумы твердотельных приемников рентгеновских изображений (ПЗС, фотодиодные решетки, т.д.) в режиме интегрирующих детекторов, обусловленные диффузией и рекомбинацией неосновных носителей. Получены (в рамках модели эпитаксиальных приемников изображения) аналитические выражения, описывающие две компоненты шума диффузии.

Diffusion Noise in Solid-State Semiconductor X-Ray Imagers

M.G. Fedotov

The State Scientific Center of Russia, SB FAS
The Budker Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk, Russia

Abstract

Analysis is presented of nose effect of charge diffusion on the performance of solid-state semiconductor imagers (CCD, photodiode arrays, etc.) when used as an integrating X-ray imaging detectors. The analytical expressions for two components of the spatial diffusion noise are shown.

©ГНЦ РФ "Институт ядерной физики
им.Г.И.Будкера СО РАН"

1 Введение

В качестве детекторов рентгеновских изображений в настоящее время все шире используются различные твердотельные полупроводниковые приемники изображения (ТПИ), такие, как приборы с зарядовой связью (ПЗС), фотодиодные решетки (ФДР) и т. д. Они удачно сочетают функции накопления, кратковременного хранения и электрического считывания информации с хорошим геометрическим разрешением и высокой чувствительностью.

Причем для работы с источниками рентгеновского излучения высокой интенсивности (например, синхротронное излучение) предпочтительным выглядит использование собственной рентгеночувствительности ТПИ в режиме интегрирующего детектора. При этом (как и в случае инфракрасного оптического излучения [1],[2]) генерация электронно-дырочных пар происходит не только в обедненных областях чувствительных ячеек (где сбор заряда практически полный), но и в электрически нейтральной части подложки. Здесь в результате диффузии нерекombинировавшие неосновные носители могут попадать в обедненные области ячеек, создавая дополнительный сигнальный заряд. Это вызывает специфические искажения изображения ([3],[4]). Так же диффузия должна приводить к появлению дополнительных компонент шума, связанных как со случайным характером диффузии и рекомбинации отдельных носителей, так и с зависимостью формируемого одиночным фотоном изображения от глубины его поглощения в ТПИ.

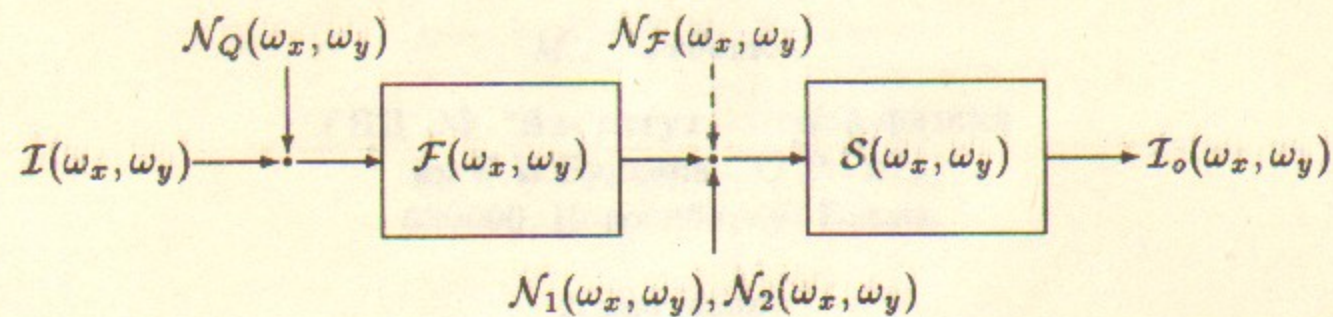


Рис. 1: Структура модели с аддитивным шумом. Здесь: $I(\omega_x, \omega_y)$, $I_o(\omega_x, \omega_y)$ — фурье-спектры исходного и дискретизируемого изображений; $N_Q(\omega_x, \omega_y)$, $N_F(\omega_x, \omega_y)$ — исходный и искаженный фурье-спектры квантового шума изображения; $N_1(\omega_x, \omega_y)$, $N_2(\omega_x, \omega_y)$ — спектры двух связанных с диффузией компонент шума; $F(\omega_x, \omega_y)$ — передаточная функция области сбора заряда, $S(\omega_x, \omega_y)$ — фурье-образ апертуры ячейки ТПИ.

При использовании ТПИ в режиме интегрирующих детекторов рентгеновских изображений к основным источникам шума, характерным также для регистрации оптических изображений, следует отнести:

Во-первых, фундаментальный — квантовый — шум изображения. Так, насыщению ячейки типичного ПЗС соответствует $\sim 10^6$ оптических и только $\sim 10^3$ рентгеновских фотонов, т.е. отношение сигнал/шум $\sim 10^3$ для оптической и ~ 30 для рентгеновской областей.

Во-вторых, собственный шум ТПИ. Для современных приборов эта компонента составляет от нескольких единиц до нескольких сотен носителей, что позволяет не только регистрировать отдельные рентгеновские фотоны, но и осуществлять их спектрометрию.

Кроме того, диффузионные процессы вызывают появление двух дополнительных компонент шума. Первая, существенная и для оптической (ближней инфракрасной) области, связана со случайным характером диффузии и рекомбинации отдельных носителей. Вторая компонента, специфическая для рентгеновской области, обусловлена зависимостью изображения, формируемого одиночным рентгеновским фотоном, от глубины его поглощения в ТПИ.

Описание этих компонент может быть получено в рамках модели с аддитивным шумом [5], поясняемой рис.1:

$$I_o(\omega_x, \omega_y) = S(\omega_x, \omega_y) \{ N_1(\omega_x, \omega_y) + N_2(\omega_x, \omega_y) + F(\omega_x, \omega_y) [N_Q(\omega_x, \omega_y) + I(\omega_x, \omega_y)] \}, \quad (1)$$

где $I(\omega_x, \omega_y)$ и $I_o(\omega_x, \omega_y)$ — фурье-спектры исходного и искаженного

(дискретизируемого) изображений; $N_Q(\omega_x, \omega_y)$, $N_1(\omega_x, \omega_y)$, $N_2(\omega_x, \omega_y)$ — фурье-спектры шума — исходного квантового и двух компонент диффузионного (соответственно со спектрами мощности $W_{NQ}(\omega_x, \omega_y)$, $W_{N1}(\omega_x, \omega_y)$, $W_{N2}(\omega_x, \omega_y)$); $F(\omega_x, \omega_y)$ и $S(\omega_x, \omega_y)$ — пространственная передаточная функция области сбора заряда и фурье-образ апертуры ячейки ТПИ.

Эффекты дискретизации изображения и собственные шумы ТПИ, подробно изложенные, например, в [6], [7], здесь не рассматриваются.

Кроме того, поскольку в данной модели искаженный передаточной функцией спектр мощности квантового шума W_{NF} описывается как

$$W_{NF}(\omega_x, \omega_y) = |F(\omega_x, \omega_y)|^2 W_{NQ}(\omega_x, \omega_y), \quad (2)$$

то рост шума, обусловленный конечной квантовой эффективностью ТПИ, должен учитываться в описаниях W_{N1} или W_{N2} .

Расчет компоненты пространственного шума, связанной с диффузией и рекомбинацией отдельных носителей, приведен в первой части Приложения. При этом предполагается, что ячейки ТПИ заполняют всю плоскость и имеют соприкасающиеся прямоугольные апертуры размером $\Delta x \times \Delta y$; сигнал ячейки с одним носителем — единичный.

В этих предположениях спектр мощности шума (фурье-спектр его усредненной автокорреляционной функции, дискретизированной решеткой δ -функций) будет с учетом наложения спектров (29):

$$\hat{W}_{N1}(\omega_x, \omega_y) = F(0, 0) - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F(\omega_{xm}, \omega_{yn})|^2 |S(\omega_{xm}, \omega_{yn})|^2, \quad (3)$$

где $F(\omega_x, \omega_y) = F(\omega_x, \omega_y, 0)$ — пространственная передаточная функция ТПИ без учета конечного размера чувствительных ячеек;

$$S(\omega_x, \omega_y) = \frac{2 \sin(\Delta x \omega_x / 2)}{\Delta x \omega_x} \frac{2 \sin(\Delta y \omega_y / 2)}{\Delta y \omega_y} \quad (4)$$

— фурье-образы апертур чувствительных ячеек;

$$\omega_{xm} = \omega_x - \frac{2\pi}{\Delta x} m; \quad \omega_{yn} = \omega_y - \frac{2\pi}{\Delta y} n \quad (5)$$

— смещенные пространственные частоты.

В рамках модели эпитаксиальных ТПИ с фронтальным освещением [8]:

$$\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y, \omega_t) = \frac{\gamma L}{\cos \varphi} P \left(\frac{\gamma + i\omega_x \sin \varphi}{\cos \varphi} L \right) + \mathcal{F}_d(\omega_x, \omega_y, \omega_t) \exp \left(- \frac{\gamma + i\omega_x \sin \varphi}{\cos \varphi} L \right) \quad (6)$$

$$\mathcal{F}_d(\omega_x, \omega_y, \omega_t) = \frac{\gamma d}{\cos \varphi} P \left(\frac{\gamma + \Omega \cos \varphi + i\omega_x \sin \varphi}{\cos \varphi} d \right) + \frac{\gamma}{\pm \exp(2\Omega d) - 1} \times \times \frac{d}{\cos \varphi} \left[P \left(\frac{\gamma + \Omega \cos \varphi + i\omega_x \sin \varphi}{\cos \varphi} d \right) - P \left(\frac{\gamma - \Omega \cos \varphi + i\omega_x \sin \varphi}{\cos \varphi} d \right) \right] \quad (7)$$

Здесь знак "+" соответствует поглощающему, "-" — отражающему неосновные носители субстрату; τ — время жизни неосновных носителей, D — их коэффициент диффузии; L — глубина обедненной области, d — глубина электронейтральной части эпитаксиального слоя; φ — угол падения излучения, γ — линейный коэффициент поглощения излучения;

$$\Omega = \sqrt{\frac{1}{l_d^2} + \omega_x^2 + \omega_y^2 + i\frac{\omega_t}{D}} \quad (8)$$

с диффузионной длиной $l_d = \sqrt{\tau D}$ и функцией

$$P(a) = \frac{1}{a} (1 - e^{-a}) \quad (9)$$

Соответствующий спектр мощности непрерывного шума можно определить как (31):

$$W_{N1}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}(0, 0) - |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2, \quad (10)$$

причем величины \hat{W}_{N1} и W_{N1} нормированы на один потенциально образующий излучением носитель.

Также следует отметить, что в оптической области компонента W_{N1} является частью полного квантового шума. Действительно, поскольку $W_{NQ}(\omega_x, \omega_y) = 1$, то:

$$W_{NF} + W_{N1} = |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2 + \mathcal{F}(0, 0) - |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2 = \mathcal{F}(0, 0) \quad (11)$$

Но $\mathcal{F}(0, 0)$ — квантовая эффективность ТПИ и, соответственно, спектр мощности полного квантового шума зарегистрированного изображения.

Расчет другой компоненты шума диффузии дан во второй части Приложения. Эта компонента обусловлена зависимостью изображения, формируемого рентгеновским фотоном от глубины его поглощения. Спектр мощности данной компоненты может быть записан как (34):

$$W_{N2}(\omega_x, \omega_y) = \langle |Q(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z - |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y, 0)|^2, \quad (12)$$

где $Q(\omega_x, \omega_y)$ — фурье-образ поверхностной плотности заряда при поглощении на глубине z ; $\langle \rangle_z$ — взвешивание по глубине поглощения.

В предположении δ -образного отклика обедненной области на фотон (38):

$$\langle |Q(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z = 1 + e^{-\frac{\gamma}{\cos \varphi} L} (\langle |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z - 1), \quad (13)$$

и в рамках модели эпитаксиальных ТПИ с фронтальным освещением (39):

$$\langle |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z = \frac{\gamma d}{\cos \varphi} \left\{ \left(1 + \frac{1}{\pm \exp(2\Omega' d) - 1} \right)^2 P \left(\frac{\gamma d}{\cos \varphi} + 2\Omega' d \right) + \left(\frac{1}{\pm \exp(2\Omega' d) - 1} \right)^2 P \left(\frac{\gamma d}{\cos \varphi} - 2\Omega' d \right) - 2 \left[\frac{1}{\pm \exp(2\Omega' d) - 1} + \left(\frac{1}{\pm \exp(2\Omega' d) - 1} \right)^2 \right] P \left(\frac{\gamma d}{\cos \varphi} \right) \right\}, \quad (14)$$

где $\Omega' = \sqrt{\frac{1}{l_d^2} + \omega_x^2 + \omega_y^2}$, $P(a) = \frac{1}{a} (1 - e^{-a})$, знак "+" соответствует поглощающему, "-" — отражающему неосновные носители субстрату.

Для полного спектра мощности второй компоненты можно записать (40):

$$W_{N2} = 1 + e^{-\frac{\gamma}{\cos \varphi} L} (\langle |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z - 1) - |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y, 0)|^2 \quad (15)$$

Причем, в отличие от (3) и (10) спектры мощности (12) и (15) нормированы на полный (единичный) заряд, образующийся при поглощении рентгеновского кванта. Соответственно, если энергия кванта E , а средняя энергия образования электронно-дырочной пары ϵ , то спектр полной

мощности шума (квадрат числа шумовых носителей на один фотон) будет:

$$W_N(\omega_x, \omega_y) = \frac{E}{\epsilon} W_{N1}(\omega_x, \omega_y) + \left(\frac{E}{\epsilon}\right)^2 W_{N2}(\omega_x, \omega_y) + \left(\frac{E}{\epsilon}\right)^2 |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y, 0)|^2. \quad (16)$$

Поскольку множитель при компоненте W_{N1} в $E/\epsilon \sim 10^3 \div 10^4$ раз меньше, чем при других компонентах, то ее вклад в общий уровень шума изображения, как правило, пренебрежимо мал.

На рисунке 2 приведены спектры мощности пространственного шума, рассчитанные для кремниевого ТПИ с толстой геттерированной подложкой ($d = 380 \text{ мкм}$, $l_d = 700 \text{ мкм}$, $L = 0 \text{ мкм}$) и фронтальным освещением при энергии излучения 10 кэВ . Шкала ординат слева соответствует нормировкам выражений (10) и (15), справа — выражения (16). Высшая пространственная частота на оси абсцисс соответствует частоте Найквиста для шага размещения ячеек 20 мкм . Причем даже на этой частоте вклад компоненты W_{N1} более чем на два порядка уступает вкладу W_{N2} .

Тем не менее, на более высоких пространственных частотах компонента W_{N1} будет доминировать. Действительно, в области высоких частот $W_{N2} \approx \frac{\gamma}{2\omega_x \cos \varphi}$ (компонента $W_{N\mathcal{F}}$ затухает еще быстрее), $W_{N1} \approx QE$ (где $QE = \mathcal{F}(0, 0, 0)$ — квантовая эффективность ТПИ), тогда в случае

$$\omega_x > \frac{\gamma}{2QE \cos \varphi} \frac{E}{\epsilon}, \quad (17)$$

шум будет определяться W_{N1} . При нормальном падении в предположении $QE \sim 1$ этому соответствует, например, $\omega_x > 33 \text{ мкм}^{-1}$ ($\lambda = 2\pi/\omega_x < 0,2 \text{ мкм}$) для Sr K_α ($5,4 \text{ кэВ}$) и $\omega_x > 2,4 \text{ мкм}^{-1}$ ($\lambda < 3 \text{ мкм}$) для Ag K_α (22 кэВ).

Кроме того, высокочастотные составляющие W_{N1} будут доминировать в неосвещаемых областях изображения — в зонах "диффузионных крыльев", поскольку аналогичные составляющие W_{N2} и $W_{N\mathcal{F}}$ связаны с особенностью функции рассеяния точки. Также существенным вклад компонент W_{N1} может быть в ТПИ с обратным освещением в силу быстрого спада передаточной функции (соответственно, W_{N2} и $W_{N\mathcal{F}}$) в области высоких частот.

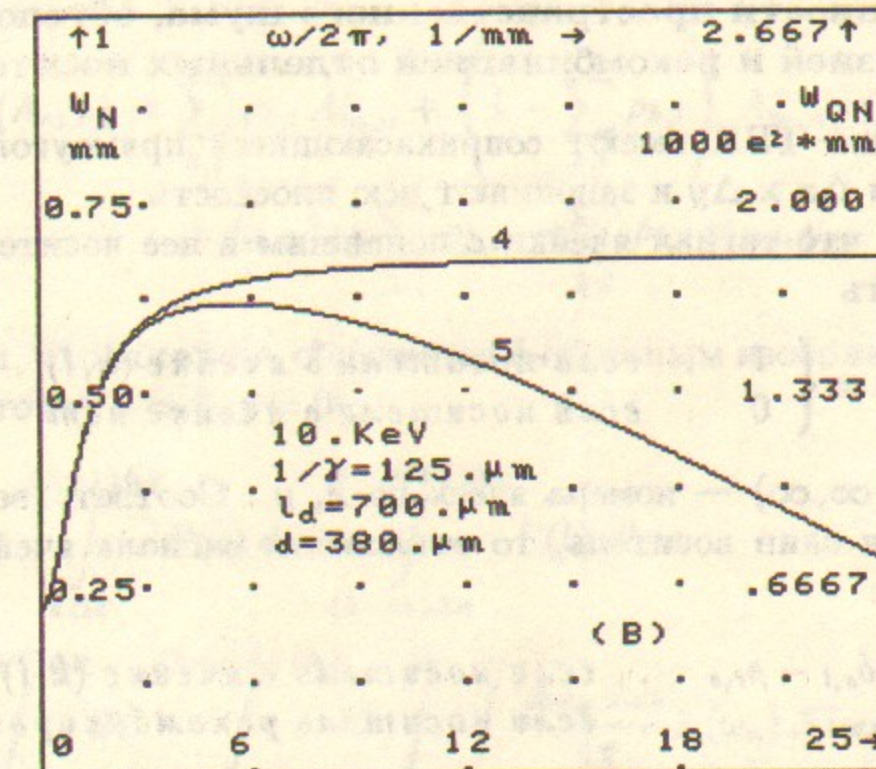
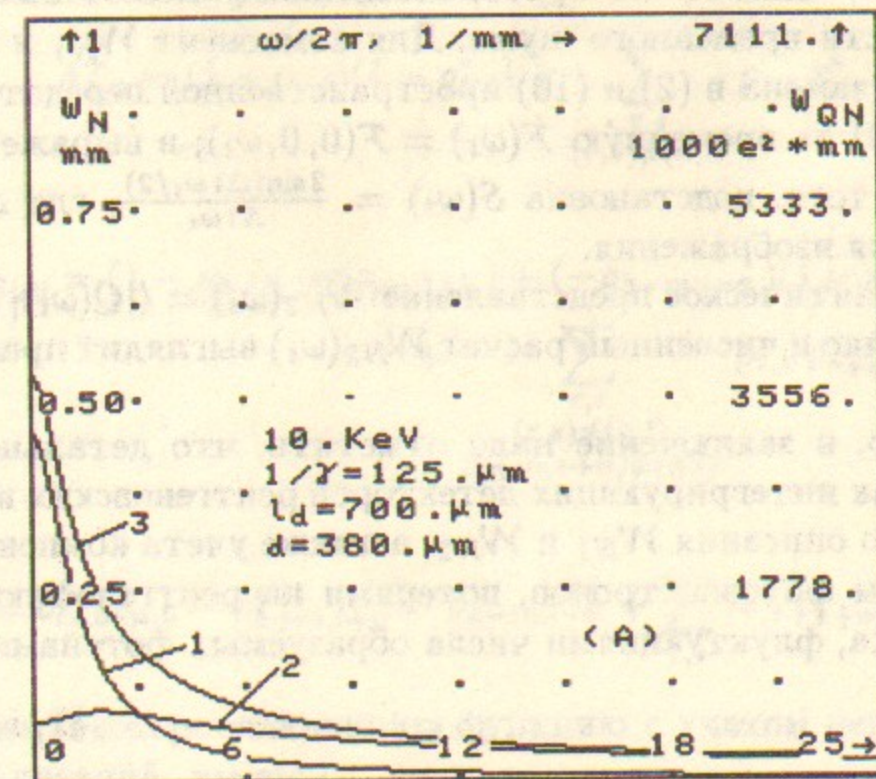


Рис. 2: Спектры мощности одномерного пространственного шума, рассчитанные для ТПИ с толстой геттерированной подложкой. На рисунке: 1 — $W_{N\mathcal{F}}$, 2 — W_{N2} , 3 — $W_{N\mathcal{F}} + W_{N2}$, 4 — W_{N1} , 5 — $W_{N1} |S(\omega_x)|^2$ с $\Delta x = 20 \text{ мкм}$. Левые шкалы ординат W_N соответствуют нормировке на полный образуемый рентгеновским фотоном заряд (А) и нормировке на один образуемый носитель (В); правые W_{QN} — квадрату числа шумовых носителей в единице спектрального интервала на один фотон.

В принципе, аналогично пространственному может быть вычислен спектр мощности временного шума. Для компонент W_{N1} и W_{N2} этому соответствует замена в (2) и (10) пространственной передаточной функции $\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y, 0)$ на временную $\mathcal{F}(\omega_t) = \mathcal{F}(0, 0, \omega_t)$; в выражении (3) требуется, кроме того, подстановка $\mathcal{S}(\omega_t) = \frac{2 \sin(\Delta t \omega_t / 2)}{\Delta t \omega_t}$, где Δt — время интегрирования изображения.

Однако аналитическое представление $W_{N2}(\omega_t) = \langle |Q(\omega_t)|^2 \rangle_z - |\mathcal{F}(\omega_t)|^2$ крайне громоздко и численный расчет $W_{N2}(\omega_t)$ выглядит предпочтительным.

Кроме того, в заключение надо отметить, что детальное описание шумов ТПИ как интегрирующих детекторов рентгеновских изображений требует общего описания W_{N1} и W_{N2} , а также учета компонент, связанных с пробегом фотоэлектронов, потерями на рентгенофлюоресценцию полупроводника, флуктуациями числа образуемых фотонами носителей.

Приложение 1

Спектр мощности пространственного шума, обусловленного диффузией и рекомбинацией отдельных носителей

Пусть ячейки ТПИ имеют соприкасающиеся прямоугольные апертуры размером $\Delta x \times \Delta y$ и заполняют всю плоскость.

Условимся, что сигнал ячейки с попавшим в нее носителем — единичный. То есть

$$u_{k,l} = \begin{cases} 1 & , \text{ если носитель в ячейке } (k,l) \\ 0 & , \text{ если носителя в ячейке нет} \end{cases} \quad (18)$$

Здесь $k, l \in (-\infty, \infty)$ — номера ячеек по x, y . Соответственно, если в ТПИ образован один носитель, то отклонение сигнала ячейки (r, s) от среднего будет:

$$\delta u_{r,s} = \begin{cases} \delta_{r,k} \delta_{s,l} - \rho_{r,s} & , \text{ если носитель в ячейке } (k,l) \\ -\rho_{r,s} & , \text{ если носитель рекомбинировал} \end{cases} \quad (19)$$

где $\rho_{r,s}$ — вероятность попадания носителя в данную ячейку (средний сигнал множества испытаний), $\delta_{r,k}, \delta_{s,l}$ — символы Кронекера.

Двумерная автокорреляционная функция отклонения будет иметь вид (знаком * обозначено комплексное сопряжение):

1) если носителя нет на поверхности ТПИ (он рекомбинировал):

$$A_{m,n}^- = \sum_{r,s} \rho_{r,s} \rho_{r+m,s+n}^* \quad (20)$$

2) если носитель на поверхности:

$$A_{0,0}^+ = (1 - \rho_{k,l})(1 - \rho_{k,l}^*) + \sum_{\substack{r,s \\ (r,s) \neq (k,l)}} \rho_{r,s} \rho_{r,s}^* \quad (21)$$

$$A_{m \neq 0, n \neq 0}^+ = (1 - \rho_{k,l})(-\rho_{k+m,l+n}^*) + (-\rho_{k-m,l-n})(1 - \rho_{k,l}^*) + \sum_{\substack{r,s \\ (r,s) \neq (k,l) \\ (r+m,s+n) \neq (k,l)}} \rho_{r,s} \rho_{r+m,s+n}^* \quad (22)$$

то есть:

$$A_{m,n}^+ = \delta_{m,0} \delta_{n,0} - \rho_{k+m,l+n}^* - \rho_{k-m,l-n} + \sum_{r,s} \rho_{r,s} \rho_{r+m,s+n}^* \quad (23)$$

Усредняя автокорреляционную функцию с учетом вероятностей различных реализаций, имеем:

$$\begin{aligned} \langle A_{m,n} \rangle &= \sum_{k,l} \rho_{k,l} A_{m,n}^+ + \left(1 - \sum_{k,l} \rho_{k,l} \right) A_{m,n}^- = \\ &= \delta_{m,0} \delta_{n,0} \sum_{k,l} \rho_{k,l} - \sum_{k,l} \rho_{k,l} \rho_{k-m,l-n} \end{aligned} \quad (24)$$

Полагая, что носитель образуется δ -образным изображением, проецируемым в точку $x = 0, y = 0$:

$$\begin{aligned} \rho_k \rho_{k-m} &= \int_{k\Delta x}^{(k+1)\Delta x} F(a) da \int_{(k-m)\Delta x}^{(k-m+1)\Delta x} F(b) db = \\ &= \int_{k\Delta x}^{(k+1)\Delta x} da \int_{(k-m)\Delta x}^{(k-m+1)\Delta x} db \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_a d\omega_b}{4\pi} \mathcal{F}(\omega_a) \mathcal{F}(\omega_b) e^{i\omega_a a} e^{i\omega_b b} = \\ &= \frac{1}{4i\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_a d\omega_b}{\omega_a \omega_b} \mathcal{F}(\omega_a) \mathcal{F}(\omega_b) \frac{\omega_a + \omega_b}{e^{i(\omega_a + \omega_b)\Delta x} - 1} e^{-i\omega_b m \Delta x} \times \\ &\quad \times (e^{i\omega_a \Delta x} - 1) (e^{i\omega_b \Delta x} - 1) \int_{k\Delta x}^{(k+1)\Delta x} e^{i(\omega_a + \omega_b)\Delta x} dx \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь $F(x)$ — функция рассеяния точки ТПИ, $\mathcal{F}(\omega_x)$ — ее фурье-образ (передаточная функция); вторые индексы $\rho_{k,l}$ и y -координата в (25) и (26) опущены для упрощения записи.

Поскольку $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x} dx = \delta(x)$ — представление δ -функции, то :

$$\begin{aligned} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \rho_k \rho_{k-m} &= \frac{1}{4i\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_a d\omega_b}{\omega_a \omega_b} (e^{i\omega_a \Delta x} - 1) (e^{i\omega_b \Delta x} - 1) \times \\ &\times \mathcal{F}(\omega_a) \mathcal{F}(\omega_b) e^{-i\omega_b m \Delta x} \frac{\omega_a + \omega_b}{e^{i(\omega_a + \omega_b) \Delta x} - 1} \delta(\omega_a + \omega_b) = \\ &= \frac{\Delta x}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_x e^{i\omega_x m \Delta x} \mathcal{F}(\omega_x) \mathcal{F}(-\omega_x) \left[\frac{2 \sin(\omega_x \Delta x / 2)}{\omega_x \Delta x} \right]^2. \end{aligned} \quad (26)$$

Аналогично, выполнив преобразования по второму индексу и y -координате, получим :

$$\begin{aligned} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \rho_{k,l} \rho_{k-m,l-n} &= \frac{\Delta x \Delta y}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_x d\omega_y \times \\ &\times e^{i\omega_x m \Delta x} e^{i\omega_y n \Delta y} \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}(-\omega_x, -\omega_y) |\mathcal{S}(\omega_x, \omega_y)|^2, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\mathcal{S}(\omega_x, \omega_y) = \frac{2 \sin(\Delta x \omega_x / 2)}{\Delta x \omega_x} \frac{2 \sin(\Delta y \omega_y / 2)}{\Delta y \omega_y}$ — фурье-образ апертуры ячейки ТПИ. Причем (27) является обратным двумерным преобразованием Фурье в точках $x = m\Delta x$, $y = n\Delta y$.

Дискретизировав усредненную автокорреляционную функцию (24) решеткой δ -функций в точках $x = m\Delta x$, $y = n\Delta y$:

$$\langle A \rangle_{\delta}(x, y) = \sum_{m,n} \delta(x - m\Delta x) \delta(y - n\Delta y) \langle A_{m,n} \rangle, \quad (28)$$

для члена $\sum_{m,n} \delta(x - m\Delta x) \delta(y - n\Delta y) \delta_{m,0} \delta_{n,0} \sum_{k,l} \rho_{k,l} = \delta(x) \delta(y) \sum_{k,l} \rho_{k,l} = \delta(x) \delta(y) \mathcal{F}(0,0)$ можно записать спектр Фурье как $\mathcal{F}(0,0)$. Спектр Фурье члена $\sum_{m,n} \delta(x - m\Delta x) \delta(y - n\Delta y) \sum_{k,l} \rho_{k,l} \rho_{k-m,l-n}$ является результатом периодического наложения спектров смещенных в частотной области спектров [5] : $\sum_{k,l} \mathcal{F}(\omega_{xm}, \omega_{yn}) \mathcal{F}(-\omega_{xm}, -\omega_{yn}) |\mathcal{S}(\omega_{xm}, \omega_{yn})|^2$, где $\omega_{xm} = \omega_x - \frac{2\pi}{\Delta x} m$, $\omega_{yn} = \omega_y - \frac{2\pi}{\Delta y} n$ — смещенные пространственные частоты.

Учитывая, что $\mathcal{F}(-\omega_x, -\omega_y) = \mathcal{F}^*(\omega_x, \omega_y)$ в силу вещественности $F(x, y)$, можно записать фурье-спектр дискретизированной усредненной автокорреляционной функции (28), являющийся пространственным спектром мощности $\hat{W}_{N1}(\omega_x, \omega_y)$ рассматриваемой компоненты шума диффузии :

$$\hat{W}_{N1}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}(0,0) - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}(\omega_{xm}, \omega_{yn})|^2 |\mathcal{S}(\omega_{xm}, \omega_{yn})|^2. \quad (29)$$

Поскольку $\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\mathcal{S}(\omega_{xm}, \omega_{yn})|^2 = 1$, то :

$$\hat{W}_{N1}(\omega_x, \omega_y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\mathcal{S}(\omega_{xm}, \omega_{yn})|^2 [\mathcal{F}(0,0) - |\mathcal{F}(\omega_{xm}, \omega_{yn})|^2]. \quad (30)$$

Таким образом

$$W_{N1}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}(0,0) - |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2 \quad (31)$$

можно рассматривать как спектр мощности непрерывного шума, в (30) интегрированного пространственной сверткой с апертурами ячеек и дискретизированного с шагом их размещения.

Так же надо отметить, что спектр мощности шума (29) и (31) нормированы на один потенциально образуемый излучением носитель.

Приложение 2

Спектр мощности пространственного шума, связанного с зависимостью отклика от глубины поглощения фотона

Пусть $Q(x, y)$ — распределение поверхностной плотности заряда в ТПИ при поглощении рентгеновского фотона на глубине z в электронейтральной части эпитаксиального слоя. Тогда функция рассеяния точки $F(x, y)$ есть результат усреднения $Q(x, y)$ с учетом вероятности поглощения на разных глубинах : $F(x, y) = \langle Q(x, y) \rangle_z$, где $\langle \rangle_z$ обозначено взвешивание по глубине поглощения.

Отклонение распределения плотности заряда при поглощении одного фотона от среднего (шум реализации) будет $Q(x, y) - F(x, y)$.

Соответственно автокорреляционная функция отклонения (здесь * — операция комплексного сопряжения):

$$A(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} da db [Q(x, y) - F(x, y)] \times \\ \times [Q(x+a, y+b)^* - F(x+a, y+b)^*]. \quad (32)$$

Или, по теореме о спектре автокорреляционной функции [5]:

$$A(x, y) = \mathcal{O}_F^{-1} \{ (Q(\omega_x, \omega_y) - \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)) (Q^*(\omega_x, \omega_y) - \\ - \mathcal{F}^*(\omega_x, \omega_y)) \} = \mathcal{O}_F^{-1} \{ |Q(\omega_x, \omega_y)|^2 + |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2 - \\ - Q(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}^*(\omega_x, \omega_y) - Q^*(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) \}, \quad (33)$$

где $\mathcal{O}_F^{-1}\{ \}$ — оператор обратного преобразования Фурье, $Q(\omega_x, \omega_y)$, $\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)$ — двумерные фурье-образы $Q(x, y)$ и $F(x, y)$.

Поскольку $\langle Q(\omega_x, \omega_y) \rangle_z = \mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)$, $\langle Q^*(\omega_x, \omega_y) \rangle_z = \mathcal{F}^*(\omega_x, \omega_y)$, то

$$\langle A(x, y) \rangle_z = \mathcal{O}_F^{-1} \{ \langle |Q(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z - |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2 \}. \quad (34)$$

В предположении δ -образного отклика на фотон для обедненной области:

$$Q_L(\omega_x, \omega_y) = e^{-i\omega_x z_1 \operatorname{tg} \varphi}, \quad (35)$$

где $z_1 = z + L$ — глубина поглощения от поверхности ТПИ (z — глубина от границы с нейтральной частью эпитаксиального слоя, L — глубина обедненной области), φ — угол падения излучения.

Для области диффузионного сбора заряда:

$$Q_d(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{J}(\omega_x, \omega_y, 0) e^{-i\omega_x z \operatorname{tg} \varphi}. \quad (36)$$

где $\mathcal{J}(\omega_x, \omega_y, \omega_t)$ — фурье-образ плотности диффузионного тока в обедненную область [9].

Тогда

$$|Q_L(\omega_x, \omega_y)|^2 = 1, \\ |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 = \left[\left(1 + \frac{1}{\pm e^{2\Omega'd} - 1} \right) e^{-\Omega'z} - \frac{1}{\pm e^{2\Omega'd} - 1} e^{\Omega'z} \right]^2, \quad (37)$$

где $\Omega' = \sqrt{\frac{1}{l_d^2} + \omega_x^2 + \omega_y^2}$ (l_d — диффузионная длина).

Выполняя взвешивание по глубине поглощения (d — толщина электронейтральной части эпитаксиального слоя, γ — линейный коэффициент поглощения излучения), имеем:

$$\langle |Q(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z = \int_0^{L+d} |Q(\omega_x, \omega_y)|^2 \frac{\gamma}{\cos \varphi} e^{-\frac{\gamma}{\cos \varphi} z_1} dz_1 = \\ = 1 + e^{-\frac{\gamma}{\cos \varphi} L} (\langle |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z - 1), \quad (38)$$

где

$$\langle |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z = \int_0^d |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 \frac{\gamma}{\cos \varphi} e^{-\frac{\gamma}{\cos \varphi} z} dz = \\ = \frac{\gamma d}{\cos \varphi} \left\{ \left(1 + \frac{1}{\pm \exp(2\Omega'd) - 1} \right)^2 P \left(\frac{\gamma d}{\cos \varphi} + 2\Omega'd \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{\pm \exp(2\Omega'd) - 1} \right)^2 P \left(\frac{\gamma d}{\cos \varphi} - 2\Omega'd \right) - \right. \\ \left. - 2 \left[\frac{1}{\pm \exp(2\Omega'd) - 1} + \left(\frac{1}{\pm \exp(2\Omega'd) - 1} \right)^2 \right] P \left(\frac{\gamma d}{\cos \varphi} \right) \right\} \quad (39)$$

(функция $P(a) = \frac{1}{a} (1 - e^{-a})$).

Соответственно, спектр мощности рассматриваемой компоненты диффузионного шума будет:

$$W_{N2} = 1 + e^{-\frac{\gamma}{\cos \varphi} L} (\langle |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z - 1) - |\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2, \quad (40)$$

причем здесь $\langle |Q_d(\omega_x, \omega_y)|^2 \rangle_z$ соответствует (39), $\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y) = \mathcal{F}_d(\omega_x, \omega_y, 0)$ — соответствует (7) и (6) (запись в явном виде $|\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)|^2$ чрезвычайно громоздка и проще вычислять данный член по комплексному значению $\mathcal{F}(\omega_x, \omega_y)$).

Следует отметить, что спектр мощности шума (40) нормирован на полный (единичный) заряд, потенциально образуемый рентгеновским квантом.

Список литературы

- [1] Seib D.H. IEEE Trans. Electron. Devices, 1974, v.ED-21(7), p.210.
- [2] Blouke M.M., Robinson D.A. IEEE Trans. Electron. Devices, 1981, v.ED-28(3), p.251.
- [3] M.G. Fedotov, E.A. Kuper, V.E. Panchenko and S.A. Tiunov, Nucl. Instr. and Meth., v.A308, 1991, p.367.
- [4] M.G. Fedotov, E.A. Kuper, V.E. Panchenko and S.A. Tiunov, Nucl. Instr. and Meth., v.A308, 1991, p.423.
- [5] Прэтт У. Цифровая обработка изображений. Т.1,2. М.: Мир, 1982.
- [6] Барт Д.Ф., Кэмпана С. Изображающие приборы с зарядовой связью. — В кн.: Достижения в технике передачи и воспроизведения изображений. М.: Мир, 1980. — т.3.
- [7] Носов Ю.Р., Шилин В.А. Основы физики приборов с зарядовой связью. М.: Наука, 1986.
- [8] M.G. Fedotov, E.A. Kuper, V.E. Panchenko and S.A. Tiunov, Nucl. Instr. and Meth., v.A308, 1991, p.427.
- [9] M.G. Fedotov and V.E. Panchenko Nucl. Instr. and Meth., v.A359, 1995, p.379.

М.Г. Федотов

Шумы диффузии в твердотельных приемниках рентгеновских изображений

ИЯФ 95-97

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 17.11 1995 г.

Сдано в набор 20.11. 1995 г.

Подписано в печать 20.11 1995 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0,9 печ.л., 0,8 уч.-изд.л.

Тираж 160 экз. Бесплатно. Заказ N 97

Обработано на IBM PC и отпечатано на
роталпринте ГНЦ РФ "ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН",
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.