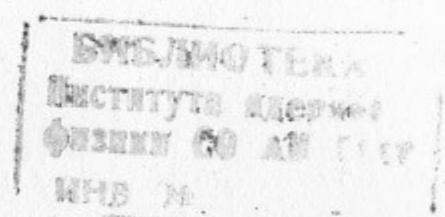




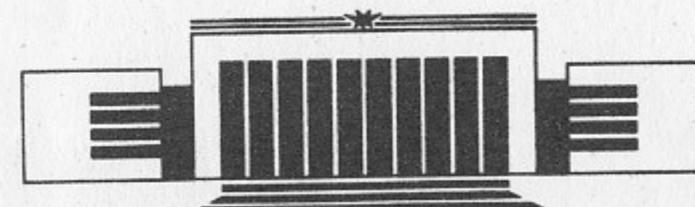
К.ЧЧ  
Государственный научный центр  
Российской Федерации  
Институт ядерной физики  
им. Г.И. Будкера

В.А. Киселев, Е.Б. Левичев,  
В.В. Сажаев, В.В. Смалюк

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ  
ДИНАМИЧЕСКОЙ АПЕРТУРЫ  
НА НАКОПИТЕЛЕ ВЭПП-4М



ИЯФ 96-71



НОВОСИБИРСК

---

# Экспериментальное изучение динамической апертуры на накопителе ВЭПП-4М

*B.A. Киселев, Е.Б. Левичев,  
B.B. Сажаев, B.B. Смалюк*

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН  
630090 Новосибирск, Россия

## Аннотация

В работе приводятся результаты экспериментального изучения динамической апертуры накопителя электронов ВЭПП-4М с помощью возбуждения когерентных бетатронных колебаний пучка коротким (менее одного оборота) импульсом раскачки. Описана методика определения области устойчивого движения. Размер динамической апертуры исследуется в зависимости от некоторых параметров ускорителя. Обсуждаются различные варианты увеличения динамической апертуры. Экспериментальные данные сравниваются с аналитическими оценками и результатами математического моделирования.

## 1 Введение

Данная работа является продолжением экспериментального изучения нелинейной динамики на накопителе ВЭПП-4М. Ранее были опубликованы результаты по исследованию фазовых траекторий и нелинейности (зависимости частоты бетатронных колебаний от начальной амплитуды) [1]. Ограничение области устойчивости бетатронных колебаний (динамической апертуры  $A_x$ ,  $A_z$ ) является наиболее серьезным, с точки зрения эксплуатационных качеств ускорителя, следствием нелинейных эффектов. Ниже мы приводим результаты по изучению динамической апертуры накопителя электронов ВЭПП-4М в присутствии секступольных линз, компенсирующих натуральный хроматизм, и естественных нелинейностей основных магнитных элементов.

Область устойчивого движения изучалась при помощи возбуждения когерентных бетатронных колебаний быстрой (длительность менее одного оборота) импульсной раскачкой и регистрации тока пучка и координаты его центра тяжести при помощи пикапа системы пооборотных измерений. Такой метод, являясь, в некотором смысле, аналогом численного решения нелинейных уравнений движения частицы, может быть напрямую проверен при помощи компьютерного моделирования или аналитически. Результаты

сравнения экспериментальных данных с теоретическими оценками приводятся в статье.

Для получения достоверных результатов предварительно исследовалось влияние конечных поперечных размеров пучка на измерения, а также, характер потерь интенсивности пучка, колеблющегося вблизи границы устойчивости. Было найдено, что лишь "быстрые" (за время, соответствующее нескольким десяткам оборотов) потери пучка напрямую связаны с апертурными ограничениями, в то время, как полные потери включают в себя различные дополнительные эффекты. Пооборотное изучение потерь частиц позволяет также делать вывод о том, физическая или динамическая апертура ограничивает движение.

Исходя из результатов измерения и теоретических представлений было проверено экспериментально несколько вариантов увеличения размеров динамической апертуры: при помощи уменьшения нелинейности системы, главной азимутальной гармоники потенциала возмущения и комбинацией этих двух методов одновременно. Уменьшение гармоники позволило увеличить горизонтальную динамическую апертуру (вертикальная определяется геометрическими ограничениями) почти вдвое, в то время, как два других варианта не привели к значительным результатам.

## 2 Описание установки и методики измерений

Измерения проводились на энергии инжекции ВЭПП-4М [2]  $E = 1.8$  ГэВ со следующими параметрами пучка: горизонтальный эмиттанс  $\epsilon_x = 35$  нм, частоты бетатронных колебаний  $\nu_x = 8.620$ ,  $\nu_z = 7.572$ , натуральный хроматизм  $\xi_x = -13.6$ ,  $\xi_z = -20.6$ , период обращения  $\tau = 1.2 \mu\text{s}$ . Значительный натуральный хроматизм ВЭПП-4М в сильной степени определяется местом встречи ( $\simeq 50\%$  по горизонтали и  $\simeq 60\%$  по вертикали) и компенсируется сосредоточенными секступольными линзами (6 линз, объединенные в два семейства *SES2* и *NES2*), расположенные здесь же. Оставшая-

ся часть компенсируется специальными коррекциями хроматизма размещенные в элементах периодичности в полукольцах (по 3 вертикальных и горизонтальных коррекций объединенные по питанию в два семейства *DS* и *FS*). Кроме того, из нелинейностей имеется секступольная компонента поля, конструктивно заложенная в элементах периодичности и управляемые октупольные коррекции, размещенные там же.

Когерентные бетатронные колебания возбуждались пластинаами "быстрого" кикера по вертикали или горизонтали, и движение центра инерции пучка регистрировалось однооборотным пикапом. В качестве горизонтального кикера использовались пластины разведения электронного и позитронного пучков *TU9*, запитанные от формирующей линии, управляемой водородным тиратроном. Импульс напряжения имеет форму половины волны синуса, длительностью 50 нс, и максимальную амплитуду на пластинах 30 кВ. Вертикальный удар осуществлялся инфлектором позитронов. Длительность и амплитуда его импульса 150 нс и 25 кВ соответственно.

Для регистрации положения пучка использовался пикап *SRP3* [3]. Сигнал с каждого из четырех электродов пикапа измерялся независимо при помощи аналого-цифрового преобразователя АЦП-101s, выполненного в стандарте КАМАК [4] (разрешение 10 бит, время измерения 100 нс, емкость ОЗУ 4096 слова), запуск которого был синхронизован с импульсом кикера. Точность определения координаты при пооборотных измерениях для токов пучка  $I \simeq 1 \div 5$  мА составляет  $\sigma_x \simeq \sigma_z \simeq 100 \mu\text{m}$ .

Зависимость амплитуды колебаний от номера оборота, приведенная на рис.1, показывает, что для интересующего нас интервала времени затухание когерентной моды колебаний для горизонтального движения при токах в несколько миллиампер практически отсутствует. Для вертикального движения, в противоположность этому, наблюдается достаточно сильное быстрое затухание, которое обусловлено электромагнитным взаимодействием пучка с инфлектором и пластинами разведения, и которое необходимо учитывать при определении амплитуды колебаний.

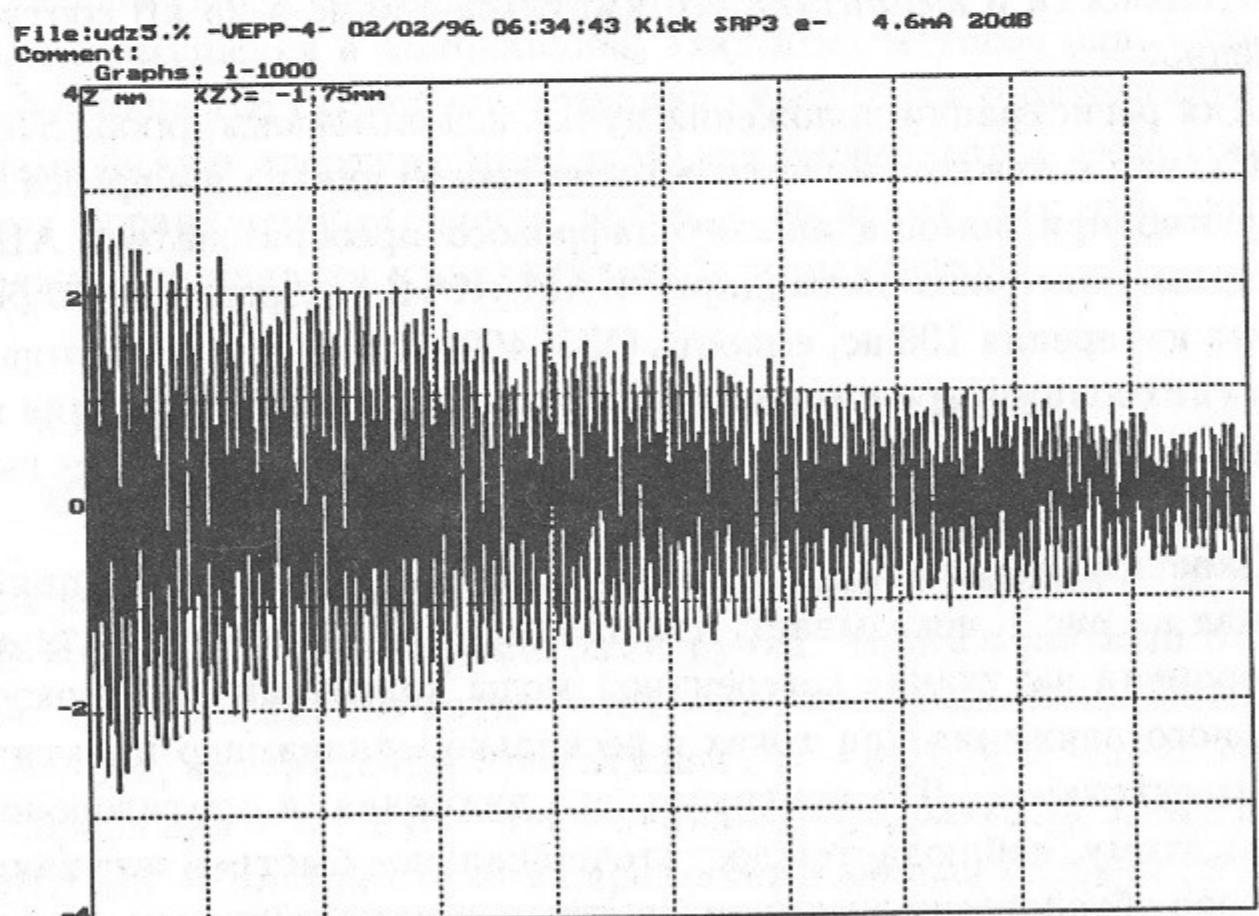
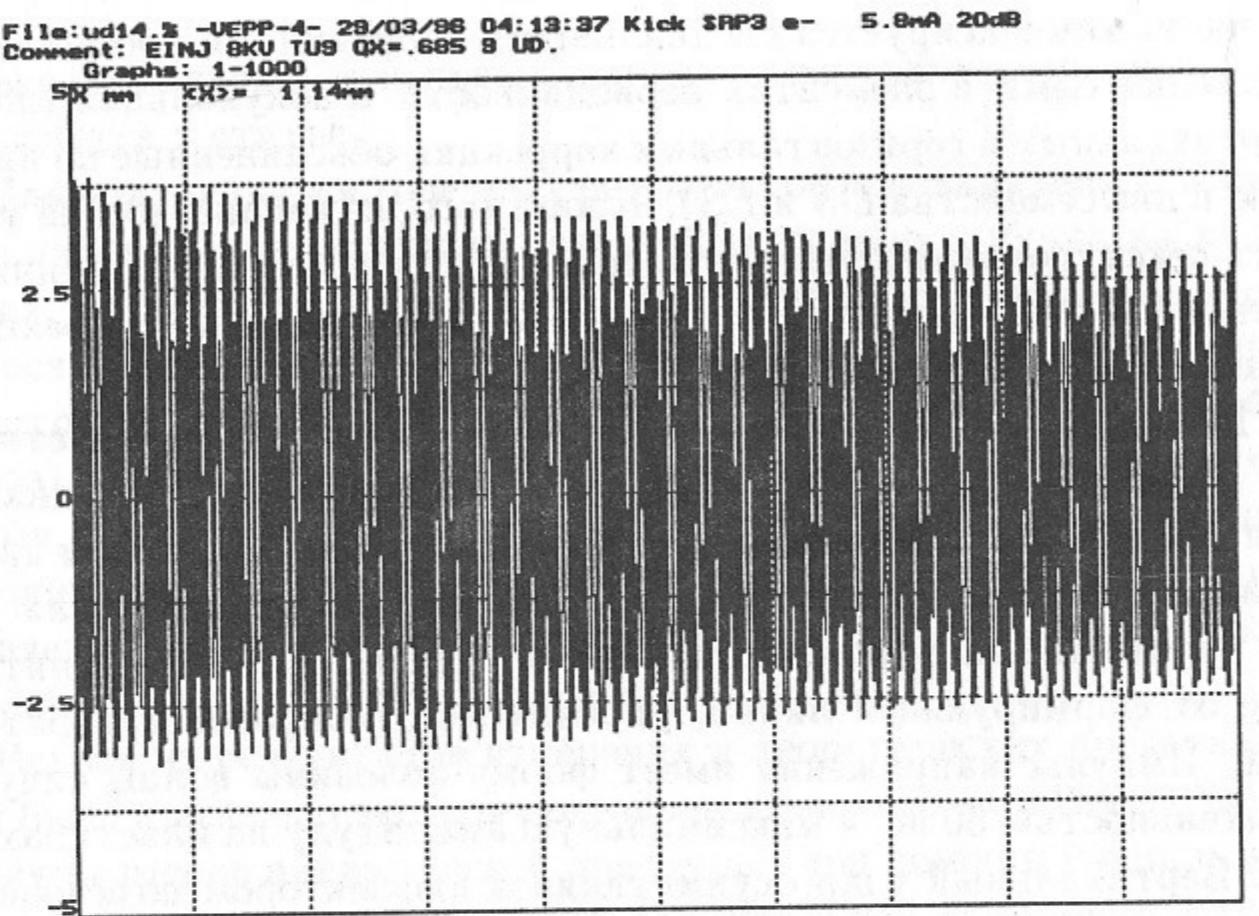


Рис. 1: Амплитуда первых 1000 оборотов пучка по горизонтали (вверху) и по вертикали (внизу).

### 3 Измерение динамической апертуры

Импульсная раскачка когерентных колебаний позволяет находить размер динамической апертуры так, как это делается при трекинге, т.е., по величине максимальной устойчивой амплитуды колебаний. Однако, в отличие от одночастичного моделирования, при измерениях необходимо учитывать собственный размер пучка. Кроме того, на регистрацию полных потерь пучка влияет много эффектов, таких, как быстрое затухание когерентной моды колебаний, развитие неустойчивостей и др.

Поэтому, чтобы иметь уверенность при измерении границы области устойчивого движения, вначале мы исследовали механизм потери частиц при возбуждении когерентных бетатронных колебаний большой амплитуды. При этом мы ожидали, что уменьшение интенсивности пучка за счет частиц, оказавшихся за пределами динамической апертуры должно быть достаточно быстрым, т.к. амплитуда частицы в неустойчивой области нелинейного движения растет экспоненциально.

Последовательно увеличивая напряжение на пластинах кикера и наблюдая пооборотно ток и координату пучка с помощью пикапа *SRP3* можно было видеть, что при малых амплитудах потери пучка не происходит: все частицы после удара оказываются внутри акцептанса и движутся по устойчивым траекториям. С ростом амплитуды удара интенсивность пучка начинает медленно уменьшаться как за счет апертурных ограничений, так и из-за возможного развития поперечной когерентной неустойчивости при временах порядка 10 мс. При этом, факт влияния многих процессов на потери (в т.ч., затухания колебаний) не позволяет уверенно выделить ту часть, которая относится к собственно апертурным ограничениям.

И только при дальнейшем увеличении амплитуды удара появляется характерное "выбивание" части пучка на первых десятках оборотов (рис.2). Полные потери пучка определяются суммой "быстрой" и "медленной" составляющих.

Интересно при этом отметить поведение координаты центра тя-

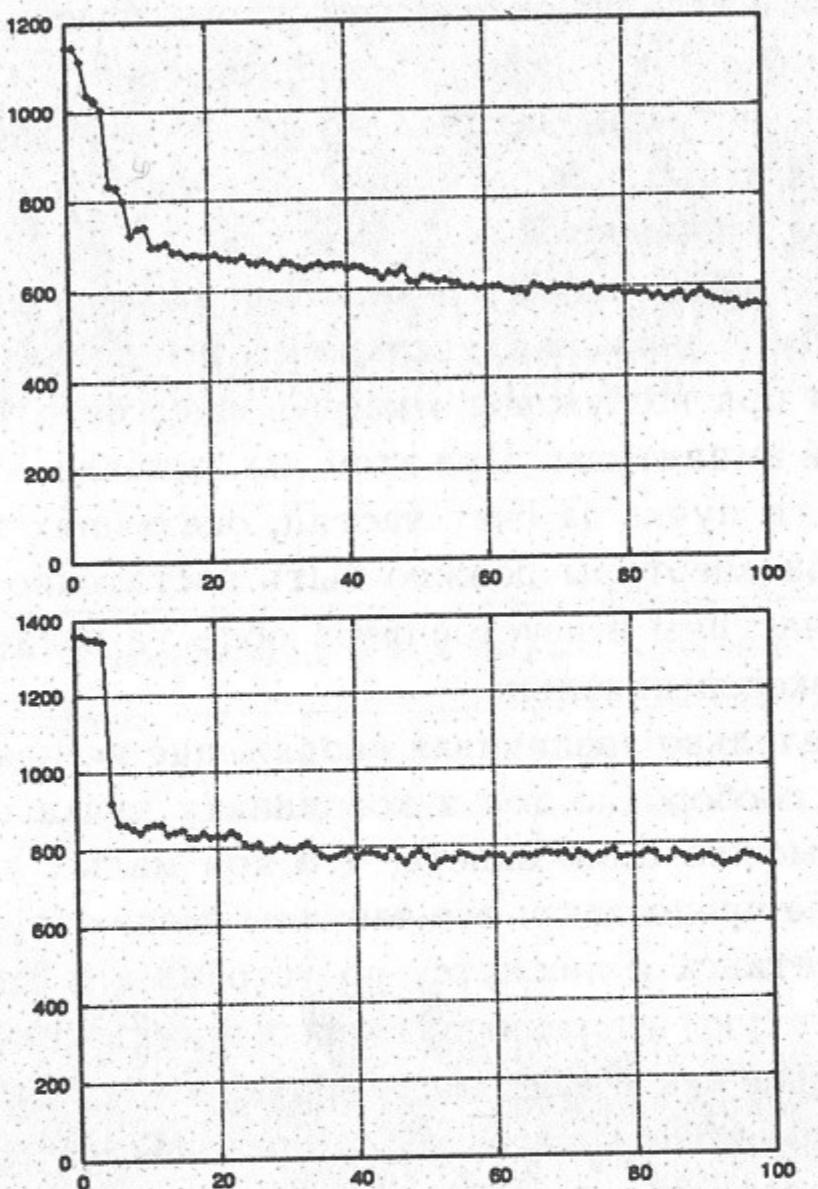


Рис. 2: Быстрые потери пучка на ограничении по динамической (вверху) и геометрической (внизу) апертурам. Рисунок представляет первые 100 оборотов после удара.)

жести пучка  $X_p$ , которая вычисляется по первым 30 оборотам. Малое число оборотов необходимо, чтобы исключить процессы затухания или "раскогеренчивания" пучка. Пока нет "быстрых" потерь пучка,  $X_p$  зависит от напряжения на пластинах  $U$  линейно:  $X_p = KU$ . Однако, при увеличении амплитуды удара и выбивания пучка эта зависимость существенно отклоняется от линейной (рис.3). Это объясняется тем, что за 30 оборотов квантовые флу-

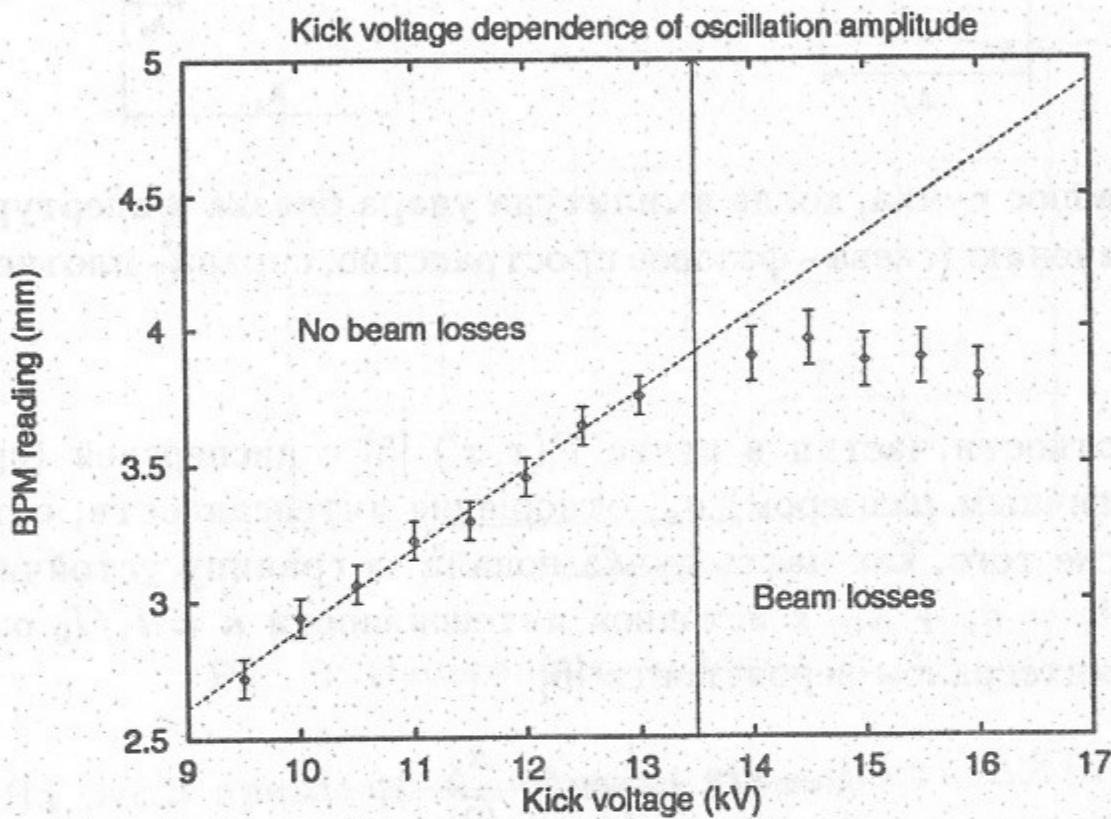


Рис. 3: Зависимость измеряемой амплитуды заброса пучка от силы удара (напряжения на пластинах). При больших ударах за счет выбивания пучка эта зависимость отклоняется от линейной.

туации излучения не успевают восстановить исходное нормальное распределение плотности частиц в пучке, потерявшего часть электронов, и центр тяжести  $X_p$ , измеряемый пикапом, отличается от истинного "заброса" пучка  $X_0$ .

Для того, чтобы убедиться в правомерности приведенных выше рассуждений, рассмотрим пучок (рис.4), который после удара оказался частично за пределами акцептанса (динамического или геометрического). Для нормального закона поперечного распреде-

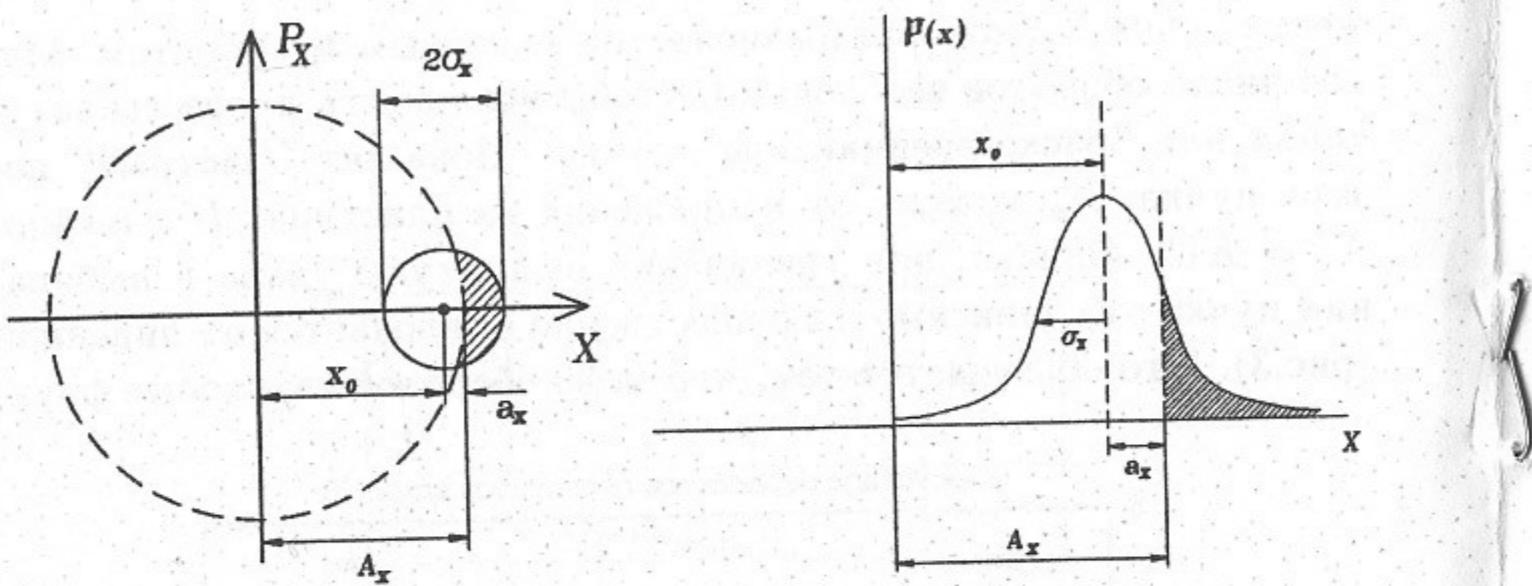


Рис. 4: Заброс пучка, когда амплитуда удара близка к апертурному ограничению (слева - фазовое пространство, справа - плотность пучка).

лении плотности частиц в пучке  $\mathcal{P}(x, x')$  [5] с дисперсией (среднеквадратичным размером)  $\sigma_x$ , отношение интенсивности, оставшейся после того, как часть пучка попала за границу устойчивой области  $A_x = a_x + X_0$ , к исходной интенсивности  $\kappa = I_1/I_0$  определяется интегралом вероятности [6]

$$\kappa = 1/2 \pm \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{a_x}{\sqrt{2}\sigma_x}\right),$$

где знаки "+" и "-" соответствуют случаям, когда остается больше или меньше половины пучка. Здесь и далее используется условие  $A_x \gg \sigma_x$ , позволяющее проинтегрировать  $\mathcal{P}(x, x')$  по  $x'$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ . С другой стороны, показания пикапа будут равны среднему значению (математическому ожиданию) оставшегося распределения частиц:

$$Mx = \frac{\int_{-\infty}^{A_x} x \mathcal{P}(x) dx}{\int_{-\infty}^{A_x} \mathcal{P}(x) dx}.$$

Последнее, после ряда выкладок, дает

$$X_p = X_0 - \sigma_x \frac{1}{\kappa \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a_x^2}{2\sigma_x^2}\right) = X_0 - \sigma_x F(\kappa),$$

где  $X_0 = KU$  - "заброс" пучка без учета потерь. Измеряя  $\kappa$  можно найти величину  $a_x/\sigma_x$  и, после этого,  $F(\kappa)$ . Эта функция в разумном интервале значений  $\kappa = 0.2 \div 1$  аппроксимируется прямой

$$F(\kappa) \simeq 1.6(1 - \kappa). \quad (1)$$

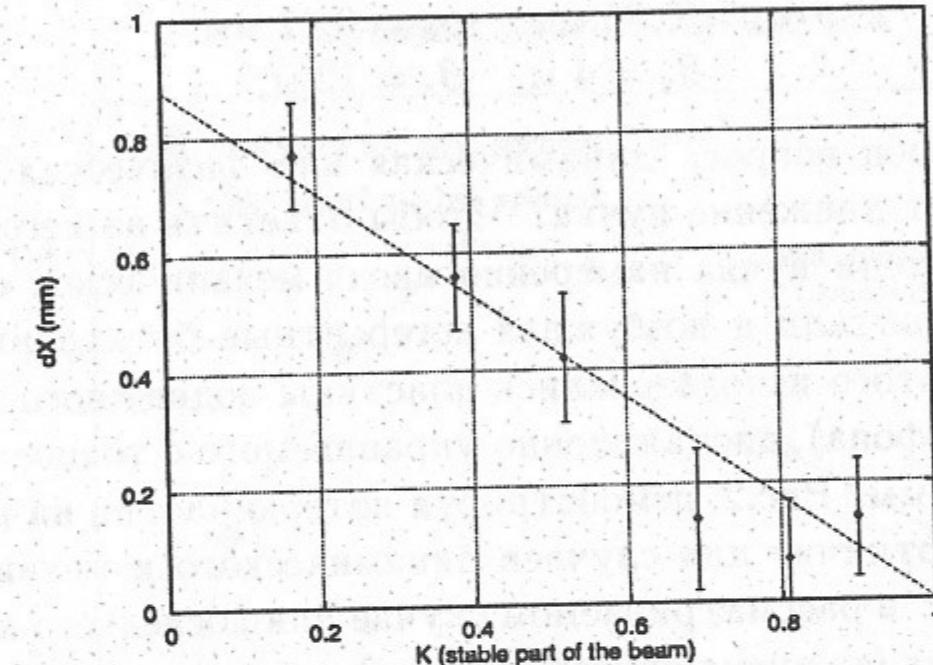


Рис. 5: Измеренная зависимость  $\Delta X(\kappa)$

На рис.5 приведена измеренная зависимость  $\Delta X(\kappa) = X_0 - X_p(\kappa) = \sigma_x F(\kappa)$ . Найденное из приведенных данных значение  $\sigma_x = 0.5 \pm 0.12$  мм согласуется с измерениями, сделанными по времени жизни пучка с помощью подвижных пробников ( $\sigma_x = 0.55$  мм). Точность измерений координаты определяется стабильностью удара кикера и составляет 5–7%.

Таким образом, можно заключить, что "быстрые" (за время 20–30 оборотов пучка) потери действительно несут информацию об апертурных ограничениях. Исходя из этого, мы пользовались следующей методикой для измерения динамической апертуры. В области линейной зависимости показаний пикапа  $X_p$  от напряжения на пластинах  $U$  находился коэффициент зависимости  $X_0 = X_p = KU$ . Затем напряжение постепенно увеличивалось до значения  $U_{0.5}$ , когда отношение интенсивности пучка, оставшегося после

20 оборота,  $I_{20}$  к исходному  $I_0$  достигало  $\kappa = I_{20}/I_0 \simeq 0.5$ . После этого динамическая апертура определялась как  $A_x = KU_{0.5}$ .

Измеренные таким образом значения апертуры для стандартного режима инжекции ВЭПП-4М на азимуте пикапа SRP3 и некоторые другие данные приведены ниже:

$$\begin{aligned} A_x &= 4.5 \text{ мм}, \quad A_z = 5.1 \text{ мм}, \\ \sigma_x &= 0.55 \text{ мм}, \quad \sigma_z = 0.42 \text{ мм}, \\ \beta_x &= 4 \text{ м}, \quad \beta_z = 12 \text{ м}, \end{aligned}$$

Закономерен вопрос: динамическая или физическая апертура ограничивает движение пучка? Чтобы ответить на него, мы рассмотрели потери пучка намеренно вводя механическое ограничение по горизонтали и возбуждая когерентные бетатронные колебания. Для этого использовались пластины подвижного пробника (подавителя фона), дистанционно управляемого с точностью перемещения 0.1 мм. Рис.2, демонстрируя потерю частиц на пробнике, показывает отличие для случаев динамического и механического ограничений: в рассматриваемом случае для последнего характерна мгновенная (за время одного оборота) гибель части пучка. Движение оставшихся частиц внутри акцептанса устойчиво.

Для ВЭПП-4М характер потерь позволяет заключить, что горизонтальное движение ограничено динамически нелинейными эффектами, в то время, как вертикальная апертура, скорее всего, обусловлена механическим ограничением. Последнее подтверждается прямым измерением апертуры при помощи дипольных коррекций.

#### 4 Анализ полученных результатов

Математическое моделирование нелинейных эффектов ВЭПП-4М, включающее в качестве известного возмущения секступольную компоненту ведущего поля, конструктивно заложенную в элементы периодичности, секступольную коррекцию хроматизма в элементах периодичности и сосредоточенные секступольные линзы финального фокуса, показало, что расчетная динамическая апертура (рис.6)

значительно больше измеренной. Попытка устранить это несоответствие при помощи введения дополнительных линейных и нелинейных ошибок в моделирование не увенчалась успехом: магнитная структура ВЭПП-4М, обладающая симметрией первого порядка достаточно слабо чувствительна к такого рода погрешностям.

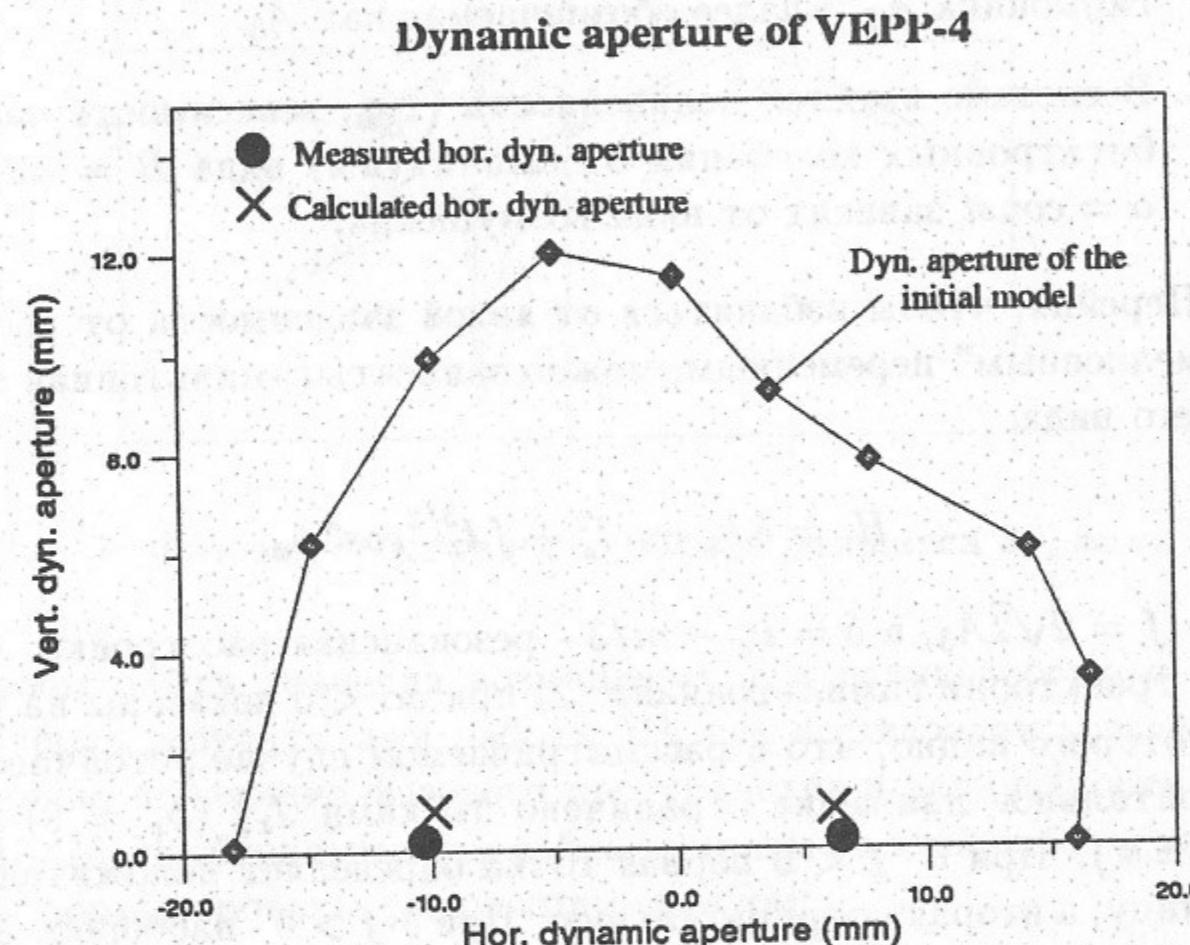


Рис. 6: Динамическая апертура ВЭПП-4М (идеальная структура, трекинг). Также изображены измеренная и оцененная из гамильтонiana (с учетом измеренной нелинейности) горизонтальная динамическая апертура.

Для возможного объяснения различия между теорией и экспериментом, рассмотрим аналитически границу динамической апертуры вблизи резонанса  $3\nu = m$ . По причинам, описанным выше мы исследуем случай горизонтального движения. Исходными будут следующие предпосылки:

- Сопряженными координатами являются переменные действие  $J_x$  и фаза  $\phi_x$ . Действие связано с амплитудой колебаний на азимуте  $s$  выражением  $A_x(s) = \sqrt{2\beta_x(s)J_x}$ .
- Потенциал секступольного возмущения, возбуждающего рассматриваемый резонанс, разложен по азимутальным гармоникам и, ввиду близости резонанса, оставлена одна главная гармоника  $A_{3m}$ , далее обозначаемая как  $A_3$ .
- В системе имеется нелинейность (т.е., зависимость частоты бетатронных колебаний от амплитуды) вида  $B = \alpha J_x^2$ , где  $\alpha = \text{const}$  зависит от вида возмущения.

Перейдя, чтобы избавиться от явной зависимости от времени, к "медленным" переменным, можно записать гамильтониан следующего вида:

$$H_r = \delta J_x + \alpha J_x^2 + f J_x^{3/2} \cos 3\phi_x, \quad (2)$$

где  $f = 2\sqrt{2}A_3$ , а  $\delta = \nu_x - m/3$  - резонансная расстройка. Фазовые траектории гамильтониана (2) при  $\delta \alpha < 0$  показаны на рис.7, из которого видно, что в рассматриваемом случае устойчивое горизонтальное движение ограничено точками  $J_{x1}$  ( $\phi_x = 0$ ) и  $J_{x2}$  ( $\phi_x = \pi$ ). При  $\delta \cdot f < 0$  первая точка определяет положительную границу, а вторая - отрицательную. При  $\delta \cdot f > 0$  - наоборот. Точка  $J_{x1}$ , является неустойчивой особой точкой и находится из условий

$$\frac{\partial H_r}{\partial J_x} = 0, \quad \frac{\partial H_r}{\partial \phi_x} = 0.$$

После ряда выкладок можно найти следующее выражение для  $J_{x1}$ :

$$J_{x1} = \frac{3f}{8\alpha} \left[ \left( 1 + \frac{32\delta\alpha}{9f^2} \right)^{1/2} - 1 \right]. \quad (3)$$

Точка  $J_{x2}$  определяется из  $H_r = \text{const}$  для инвариантной фазовой кривой, т.е.,  $H_r(J_{x1}, 0) = H_r(J_{x2}, \pi)$ . Получающееся уравнение четвертого порядка удобнее решать численно.

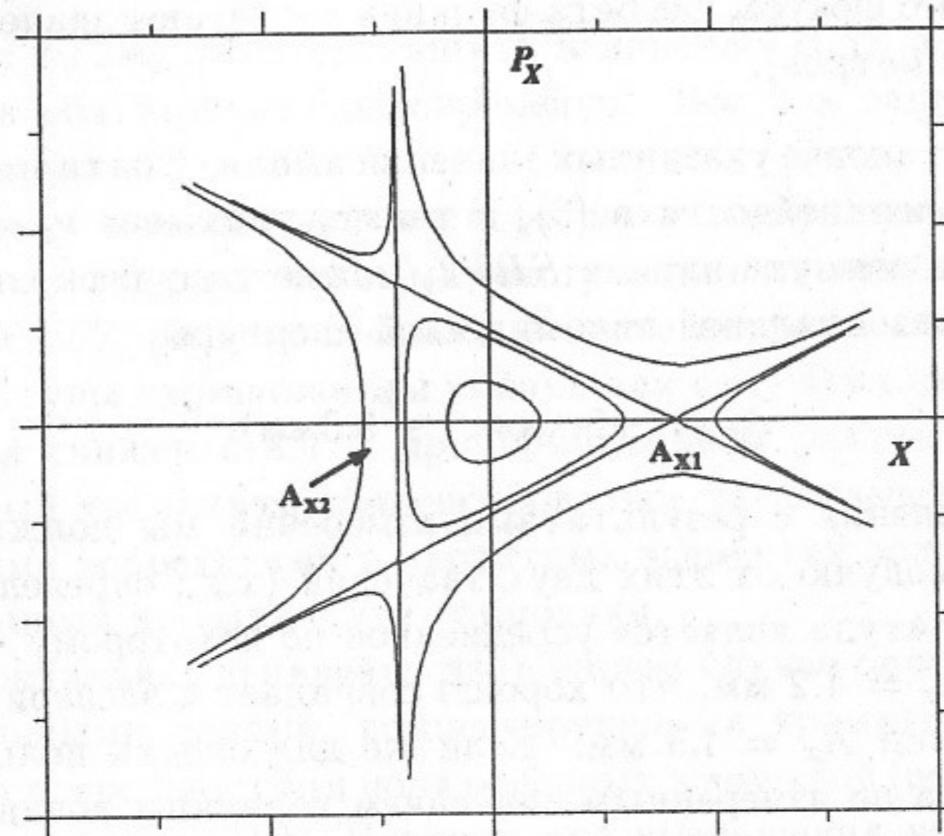


Рис. 7: Фазовое пространство вблизи резонанса  $3\nu_x = m$ .

Чтобы найти значения возмущения  $f$  и нелинейности  $\alpha$  воспользуемся результатами работы [1], где исследовались экспериментально искажение фазового пространства и нелинейность для ВЭПП-4М. Необходимые нам сейчас выводы из этой работы могут быть сформулированы следующим образом:

- Для  $\nu_x = 8.620$  искажение фазового пространства определяется секступольным возмущением, и измеренная величина гармоники  $A_3 \simeq -3.1 \text{ м}^{-1/2}$  находится в согласии с расчетной для рассматриваемой модели магнитной структуры ВЭПП-4М.
- Напротив, измеренная нелинейность значительно больше той, которая получается из модельных представлений. Эксперимент показывает, что в нашем случае  $\Delta\nu_x/a_x^2 = \alpha/\beta_x = 8 \times 10^{-4} \text{ мм}^{-2}$ . С учетом  $\beta_x = 4 \text{ м}$  это дает  $\alpha = 3200 \text{ м}^{-1}$ . Источником ее, по-видимому является октупольная компонента поля квадрупольных линз накопителя (скорее всего, линз фи-

нального фокуса, где бета-функции достигают значений больше ста метров).

При подстановке указанных значений амплитуды гармоники возмущения и нелинейности в (3), а также, учитывая  $\nu_x = 8.620$  и  $\beta_x = 4$  м на азимуте пикапа SRP3, можно получить следующие размеры горизонтальной динамической апертуры:

$$A_x = (+5.1\text{мм}, -3.3\text{мм}). \quad (4)$$

Для сравнения с результатами измерений мы должны взять среднее по модулю от этих двух значений (т.к., определяемая по пикапу амплитуда является усредненной по некоторому числу колебаний):  $A_x = 4.2$  мм, что хорошо совпадает с экспериментальным значением  $A_x = 4.5$  мм. Если же для оценки пользоваться модельным, а не измеренным значением величины нелинейности, то апертура оказывается значительно большей:  $A_x = (+10\text{мм}, -5\text{мм})$ .

Кроме аналитической оценки мы проделали численное моделирование, задав в линзы финального фокуса октупольную компоненту, приводящую к измеренной величине нелинейности. Поскольку для октупольного возмущения  $\alpha \propto \beta^2$ , а бета-функции достигают в линзах финального фокуса значений порядка 100 м, величина требуемой октупольной компоненты весьма невелика. Результаты такого моделирования практически совпадают с аналитической оценкой.

На рис.6 показана динамическая апертура ВЭПП-4М для "идеальной", структуры (линия), а также измеренная (кружок) и рассчитанная с учетом экспериментального значения нелинейности (крестик) горизонтальная апертуры. График соответствует центру технического промежутка ВЭПП-4М, где  $\beta_x = 14$  м,  $\beta_z = 3$  м.

## 5 Увеличение динамической апертуры

Согласно (3) для увеличения динамической апертуры можно либо уменьшить амплитуду основной гармоники секступольного возмущения

$f = 2\sqrt{2}A_3$ , либо уменьшить нелинейность  $\alpha$ , либо использовать эти оба варианта одновременно. Все три варианта были проверены нами.

Поскольку основной вклад в гармонику возмущения на ВЭПП-4М создается сосредоточенными секступольными линзами семейств *SES2* и *NES2*, расположенными в месте встречи, для уменьшения амплитуды гармоники мы уменьшали силу этих линз (ток питания был снижен с 8.4 А при номинальном режиме до 4.3 А). Остаточный хроматизм компенсировался распределенными секступольными коррекциями в магнитных элементах полуколец, слабо влияющими на амплитуду гармоники.

Горизонтальная нелинейность в нашем случае определяется не секступольными полями, компенсирующими хроматизм, а октупольными погрешностями поля основных элементов (возможно, линз финального фокуса [1]). Поэтому для уменьшения нелинейности (приблизительно в два раза) мы применяли октупольные коррекции, заложенные в магнитах полуколец, не используемые в номинальном режиме.

Уменьшение гармоники секступольного возмущения приводит к заметному увеличению горизонтальной динамической апертуры до  $A_x = 7$  мм (более 1.5 раз). Напротив, при уменьшении только нелинейности (октупольными коррекциями), апертура увеличивается только до 5.4 мм. Комбинация двух подходов одновременно также оказывается хуже, чем только уменьшение секступольной гармоники: горизонтальная апертура при этом становится равной 5.9 мм.

Последнее не вполне понятно, т.к. теория предсказывает лучший результат именно в случае одновременного уменьшения и возмущения и нелинейности. Возможно, октупольные коррекции возбуждают на границе динамической апертуры дополнительные резонансы высокого порядка, которые, перекрываясь, создают стохастический слой, препятствующий расширению области устойчивости. В любом случае данный факт требует дополнительного изучения.

## 6 Выводы и заключения

На накопителе ВЭПП-4М было проведено экспериментальное изучение динамической апертуры. Изучение проводилось при помощи возбуждения когерентных колебаний пучка быстрой импульсной раскачкой и их регистрации системой пооборотных измерений. Получаемая информация позволяет не только определять величину апертуры, но и делать предположения о характере ограничения (динамическом или геометрическом). В частности, для ВЭПП-4М ограничения вертикальной апертуры механические, а горизонтальной - определяются нелинейностями.

Пооборотные измерения координат центра тяжести пучка могут быть легко проверены при помощи численного моделирования или аналитически. В нашем случае оценка динамической апертуры методами резонансной теории возмущения и трекингом дает величину хорошо согласующуюся с экспериментальными результатами.

Управляя величиной основной гармоники секступольного возмущения удалось увеличить горизонтальную апертуру более чем в полтора раза. Вместе с тем, попытка увеличения апертуры путем уменьшения нелинейности с помощью октупольных коррекций, а также, одновременно, уменьшение и нелинейности, и возмущения, не привела к значительному расширению горизонтальной апертуры. Последнее может объясняться возбуждением дополнительных октупольных резонансов и требует проведения дополнительных исследований.

Авторы выражают признательность И.Я.Протопопову, начальнику комплекса ВЭПП-4М, за предоставленную возможность проведения экспериментов, Г.Н.Кулипанову и В.Н.Корчуганову за чтение рукописи и ценные замечания, А.С.Калинину за реализацию системы пооборотных измерений.

## Литература

- [1] В.А.Киселев, Е.Б.Левичев, В.В.Сажаев, В.Смалюк. Изучение нелинейной динамики на накопителе ВЭПП-4М, Препринт ИЯФ.
- [2] В.В.Анашин и др. Состояние работ на накопителе ВЭПП-4М.- Труды XIII Совещания по ускорителям заряженных частиц, т.1, с.369, Дубна 1993.
- [3] А.С.Калинин и др. Рутинная диагностика пучков с использованием электростатических датчиков в накопителе ВЭПП-4М.- Труды XIII Совещания по ускорителям заряженных частиц, т.1, с.53, Дубна 1993.
- [4] А.М.Батраков и др. Принципы построения и метрологического обеспечения цифровых регистраторов формы импульса сигналов.- Автометрия, 1986, N4, с.50-63.
- [5] Г.Брук. Циклические ускорители заряженных частиц.- "Атомиздат", М., 1970.
- [6] Г.Корн и Т.Корн. Справочник по математике.- "Наука", М., 1968.

*B.A. Киселев, Е.Б. Левичев,  
B.B. Сажаев, B.B. Смалюк*

**Экспериментальное изучение динамической  
апертуры на накопителе ВЭПП-4М**

*V. Kiselev, E. Levichev,  
V. Sajaev, V. Smaluk*

**Dynamic aperture study  
at the VEPP-4M storage ring**

**ИЯФ 96-71**

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 11.10.1996 г.

Сдано в набор 18.10.1996 г.

Подписано в печать 18.10.1996 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.1 печ.л., 0.9 уч.-изд.л.

Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ № 71

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ГНЦ РФ "ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН",  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.