

Государственный научный центр
Российской Федерации
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И. Будкера СО РАН

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

ВОЛНА БЕРНШТЕЙНА–ГРИНА–КРУСКАЛА.
МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ. I.

ИЯФ 96-30

НОВОСИБИРСК

1996

**Волна Бернштейна–Грина–Крускала.
Модуляционная неустойчивость. I.**

it Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Государственный научный центр
Российской Федерации

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по сравнению развития волны БГК типа сгустков и ленгмюровской волны в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$).

Показано, что волна БГК с параметрами, при которых не развивается неустойчивость сателлитов, устойчива и в плазме с подвижными ионами – модуляционная неустойчивость такой волны не развивается. Развитие ленгмюровской волны с такими же параметрами приводит к модуляционной неустойчивости и коллапсу.

**The Bernstein–Green–Kruskal Wave.
The Modulational Instability. I.**

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

The State Research Center of Russia
The Budker Institute of Nuclear Physics, SB RAS

Abstract

The evolution of the bunch-type BGK wave and the Langmuir wave in the plasma with the mobile ions ($M/m = 10^2$) is studied in the numerical experiments (PIC-method).

It is shown that the BGK-wave with the parameters, which do not permit the excitation of the sideband instability, is stable – the modulational instability is not excited. The Langmuir wave with the same parameters is unstable – its evolution leads to the modulational instability and the collapse.

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию устойчивости волны БГК типа сгустков захваченных электронов (назовем их b -электроны) в плазме с подвижными ионами. Ранее [1, 2] было показано, что волна такого типа неустойчива относительно возбуждения спутников – ленгмюровских волн с фазовыми скоростями меньше фазовой скорости волны БГК $V_{\phi}^N < V_{\phi}^B$. Спутниковая неустойчивость имеет заметный инкремент $\gamma/\omega_{oe} > 1 \cdot 10^{-3}$, если параметр $\alpha = \frac{V_a^B + V_a^N}{V_{\phi}^B - V_{\phi}^N} > 0,8$ ($V_a = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$) [1]. Если $\alpha < 0,8$, волна БГК в плазме с неподвижными ионами практически устойчива в течение длительного времени порядка сотен плазменных периодов T_{oe} ($T_{oe} = \frac{2\pi}{\omega_{oe}}$) [1, 3].

В работах [1, 2] показано, что спутниковая неустойчивость приводит к сильной стохастической неустойчивости движения b -электронов в районе областей захвата волны БГК и гармоник-спутников. Это приводит к изменению функции распределения по скорости. В результате возбуждаются новые более коротковолновые спутники, которые также включаются в сильную стохастическую неустойчивость. Это приводит к формированию на фазовой плоскости медленно развивающейся структуры БГК типа.

Волна БГК типа сгустков представляет собой ленгмюровскую волну, область захвата которой заполнена электронами. Устойчивость простой ленгмюровской волны в плазме с подвижными ионами исследовалась ранее, в частности, в наших численных экспериментах [4, 5]. Было найдено, что монохроматическая ленгмюровская волна неустойчива относительно модуляционной неустойчивости. Развитие модуляционной неустойчивости очень чувствительно к затравочному возмущению плотности плазмы. На таком возмущении идет конверсия ленгмюровской волны, которая приводит к генерации гармоник с волновыми векторами $k_N = k_e \pm \beta k_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$ (номера гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$) [6, 7]. В динамическом описании конверсия проявляется в модуляции поля волны. В плазме с подвижными ионами модуляция поля приводит к развитию модуляционной неустойчивости. При малых амплитудах ленгмюровской волны модуляционная неустойчивость приводит к формированию ленгмюровских солитонов, при большой – к коллапсу [4, 5].

В настоящей работе исследуется устойчивость волны БГК в сравнении с ленгмюровской волной. Работа разбита на три части. В первой части рассматривается вол-

на БГК с параметрами $\lambda^B/r_d = 100$, $V_\phi^B/V_T = 15,1$; $E_0^B = 15,6$; $V_s^B/V_T = 5,0$ (здесь и далее E нормировано на mr_d/eT_{oe}^2) в короткой системе $L = \lambda^B$, так что $N^B = 1$. Для гармоники $N = 2$ с фазовой скоростью, близней к V_ϕ^B , $\alpha^{I-II} \sim 0,7 < 0,8$, так что волна БГК устойчива относительно возбуждения сателлитов $N \geq 2$.

Рассматривается также волна БГК с параметрами $\lambda^B/r_d = 100$; $V_\phi^B/V_T = 16$; $E_0^B = 1,95$; $V_s^B/V_T = 1,8$ в длинной системе $L = 300 r_d = 3\lambda^B$, так что $N^B = 3$. Для близней гармоники $N = 4$ $\alpha^{III-IV} \sim 0,46 < 0,8$, так что волна устойчива относительно возбуждения сателлитов $N \geq 4$.

Во второй части рассматривается волна БГК с другими параметрами $\lambda^B/r_d = 100$; $V_\phi^B/V_T = 15,0$; $E_0^B = 28,8$; $V_s^B/V_T = 6,8$ в короткой системе $L = \lambda^B$, так что $N^B = 1$. Однако, в этом случае $\alpha^{III-IV} \sim 1,0 > 0,8$ и волна БГК неустойчива относительно возбуждения сателлита $N = 2$, а при развитии сателлитной неустойчивости – $N = 3 - 4\dots$

В третьей части рассматривается та же волна, что и в первой части ($\lambda^B/r_d = 100$; $V_\phi^B/V_T = 15,1$; $E_0^B = 15,6$; $V_s^B/V_T = 5,0$), но в длинной системе $L = 3\lambda^B = 300r_d$, $N^B = 3$. Для гармоники $N = 4$ с V_ϕ^N , близней к V_ϕ^B , $\alpha^{III-IV} \sim 1,67 > 0,8$ и волна БГК неустойчива относительно возбуждения сателлита $N = 4$, а при развитии сателлитной неустойчивости – $N = 5 - 6\dots$

Найдено, что в отсутствие сателлитной неустойчивости ($\alpha < 0,8$) волна БГК устойчива – модуляционная неустойчивость не развивается, даже если есть небольшие возмущения плотности $\tilde{n}/n_0 \leq 0,1$. При тех же условиях ленгмюровская волна с теми же параметрами неустойчива, причем развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу и затуханию поля.

Если сателлитная неустойчивость возможна ($\alpha > 0,8$) развитие гармоник-сателлитов приводит к модуляции поля волны БГК. В результате, если есть затравочные возмущения плотности плазмы, развивается модуляционная неустойчивость, которая приводит к коллапсу и затуханию поля подобно ленгмюровской волне.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной L с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям $T_e/T_i = 30$, $M/m = 10^2$ или 10^{10} , обрезанное на $V \sim \pm 2V_T$ из-за ограниченности числа счетных частиц ($N^e \sim 10^4$ на длине $100r_d$).

Для снижения начального уровня шумов, обусловленных флуктуацией плотности частиц, используется метод спокойного старта [8], позволяющий снизить уровень шумов на несколько порядков. Однако, этот метод не обеспечивает постоянного снижения уровня шумов – с течением времени уровень шумов нарастает. Ионно-звуковые шумы (i – шумы) достигают амплитуды $\tilde{n}/n_0 \sim 10^{-1}$ (амплитуды гармоник $\tilde{n}^N/n_0 \leq 3 - 4 \cdot 10^{-2}$) к $t/T_{oe} \geq 40 - 50$.

Для задания волны БГК задается ленгмюровская волна и ее область захвата на

фазовой плоскости равномерно заполняется электронами. Для более равномерного заполнения используется метод "взвешивания". "Взвешивание" эквивалентно тому, что один электрон дробится на β частиц с массой m/β и зарядом e/β , но с тем же отношением e/m , как у электрона, так что движение этих частиц (назовем их b -электроны) не отличается от движения электронов. Более подробно метод задания волны БГК описан в работе [9]. Отметим, что параметры волны БГК (фазовая скорость, амплитуда) отличаются от параметров исходной ленгмюровской волны и определяются методом последовательных приближений.

В плазме с подвижными ионами на стадии установления ленгмюровской или БГК волны в течение одного – двух плазменных периодов T_{oe} возникает небольшое возмущение скорости ионов. Это приводит к возбуждению стоячей ионно-звуковой волны небольшой амплитуды. Эта волна может играть роль затравочного возмущения плотности для развития конверсии и модуляционной неустойчивости. В ряде случаев это возмущение компенсировалось путем задания в начальный момент времени возмущения скорости ионов с противоположной фазой. В этих случаях роль затравочных возмущений играют i – шумы.

Работа разбита на три части. В первой части рассматриваются случаи, в которых параметры волн БГК исключают развитие сателлитной неустойчивости, во второй и третьей части – случаи, в которых развитие сателлитной неустойчивости возможно.

Работа выполнялась на вычислительной машине Чэллендж фирмы Силикон Графикс, некоторые случаи в первой и второй части – на вычислительных машинах БЭСМ-6 (случай 1-0, 2-0) и ЕС-61 (случай 1-1, 1-2, 2-1, 2-2). Сравнение результатов, полученных на разных машинах (в частности, в случаях 1-0, 1-1, 1-2, 2-1, 2-2) показало, что они различаются только незначительными деталями.

В настоящей работе рассматривается ленгмюровская волна в плазме с подвижными ионами – случаи 1-0, 1-0 К без компенсации (1-0) и с компенсацией (1-0К) ионного возмущения, волна БГК в плазме с неподвижными ионами – случай 1-1, волна БГК в плазме с подвижными ионами – случаи 1-2, 1-2К, 1-3К без компенсации (1-2) и с компенсацией (1-2К, 1-3К) ионного возмущения. Параметры волн в этих случаях приведены в таблице 1.

Отметим, что при задании волны БГК в случаях 1-1, 1-2, 1-2К задается ленгмюровская волна с параметрами случая 1-0. Амплитуда волны БГК в этих случаях $E_o^B = 15,6$ (здесь и далее E нормировано на mr_d/eT_{oe}^2) несколько отличается от случая 1-0 ($E_0 = 17,7$) из-за поля объемного заряда. Немного различаются и фазовые скорости.

Таблица 1. Начальные параметры волн

Случай	M/m	L/r_d	λ^B/r_d	N_b^0	N_b'	N^B	V_ϕ^B/V_T	E_0^B	V_s^B/V_T	N	V_ϕ^N/V_T	α^{B-N}
1-0	10^2	100	100	–	–	1	16,09	17,7	5,30			
1-0К	10^2	100	100	–	–	1	16,09	17,7	5,30			
1-1	10^{10}	100	100	50	$1,35 \cdot 10^4$	1	15,09	15,6	5,01	2	8,14	0,72
1-2	10^2	100	100	50	$1,35 \cdot 10^4$	1	15,15	15,6	5,01	2	8,14	0,71
1-2К	10^2	100	100	50	$1,35 \cdot 10^4$	1	15,15	15,6	5,01	2	8,14	0,71
1-3 К	10^2	300	100	1	$3 \cdot 10^3$	3	15,96	1,96	1,78	4	12,06	0,46

Случаи 1-0, 1-0К – ленгмюровская волна, остальные – волна БГК. В случаях 1-0К, 1-2К, 1-3К – начальное возмущение скорости ионов скомпенсировано.

M, m – масса ионов и электронов; L – длина системы, λ^B – длина волны; N_B^0, N_B' – число электронов и число ”взвешенных” b – электронов на длине λ^B , $N^B = L/\lambda^B$ – номер гармоники; V_ϕ^B – фазовая скорость; E_0^B – начальная амплитуда (E нормировано на mr_d/eT_{oe}^2); $V_s = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$; N – номер гармоники с фазовой скоростью V_ϕ^N , ближайшей к V_ϕ^B ; $\alpha^{B-N} = \frac{V_s^B + V_s^N}{V_\phi^B - V_\phi^N}$.

Волна БГК в случае 1-1 ($\lambda^B/r_d = 100$; $V_\phi^B/V_T = 15,09$; $E_0^B = 15,6$) в плазме с неподвижными ионами в короткой системе $L = \lambda^B$ исследовалась ранее (случай 1-1 в работах [9, 10]). В такой системе разница фазовых скоростей волны БГК $N^B = 1$ и ближайшей к ней по фазовой скорости гармоники $N = 2$ довольно велика, так что параметр α^{I-II} меньше граничного $\alpha > 0,8$ для неустойчивости сателлитов [1] – $\alpha^{I-II} = \frac{V_s^I}{V_\phi^I - V_\phi^{II}} \sim 0,72 < 0,8$. Действительно, в случае 1-1 неустойчивость сателлитов не развивается и волна БГК устойчива. Параметры волны (амплитуда, фазовая скорость, распределение плотности и скорости b – электронов) сохраняются в течение длительного времени по крайней мере $\sim 100T_{oe}$ ($\omega_{oe}t \sim 600$) [9, 10].

Рассмотрим развитие волны БГК в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$) в короткой системе $L = \lambda^B$, $N^B = 1$. В случае 1-2 параметры волны ($\lambda/r_d = 100$; $V_\phi^B/V_T = 15,15$; $E_0^B = 15,6$) практически не отличается от случая 1-1. Сравним случай 1-2 со случаем 1-0 ленгмюровской волны с близкими параметрами $\lambda/r_d = 100$; $V_\phi/V_T = 16,09$; $E_0 = 17,7$ в такой же системе $L = \lambda$, $N_e = 1$.

Устойчивость ленгмюровских волн с разными параметрами, в частности, в случае 1-0 в плазме с подвижными ионами исследовалась ранее [4] (случай 1-0 совпадает со случаем 2 в работе [4а] и случаем 1-2 в [4б]). Во всех случаях наблюдалась модуляционная неустойчивость. Было найдено, что развитие модуляционной неустойчивости очень чувствительно к затравочному возмущению плотности плазмы. На таком возмущении идет конверсия ленгмюровской волны, которая приводит к генерации гармоник с волновыми векторами $k_N = k_e \pm \beta k_i$; $\beta = 1, 2, 3 \dots$ (номера гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$) [6, 7]. В динамическом описании конверсия проявляется в модуляции волны, которая и приводит к модуляционной неустойчивости. В работе [4] затравочное возмущение возбуждалось при задании волны. На стадии установления волны за

1-2 T_{oe} возникает небольшое возмущение скорости ионов, что приводит к развитию стоячей ионно-звуковой волны $N_i = 1$. Возмущение плотности в этой волне играет роль затравочного возмущения для конверсии модуляционной неустойчивости. В результате в случае 1-0 практически с самого начала развивается модуляционная неустойчивость, которая проявляется в росте впадины плотности с $\Delta x < \lambda/2$ и концентрации в ней электрического поля ([4a], рис. 3). В спектральном описании неустойчивость проявляется в возбуждении гармоник – ленгмюровских волн $N = 2 - 3 - \dots$. Это видно из рис. 1, где приведены кривые $E^N(t)$ для случая 1-0. Отметим, что здесь и далее приведены усредненные кривые, построенные по средним точкам $E^N(t)$, а мелкокомасштабные колебания и колебания с периодом $\Delta t \sim T_{oe}/2$, свидетельствующие о возбуждении обратных волн, не показаны.

Стоячая ионно-звуковая волна $N_i = 1$ небольшой амплитуды возбуждается и при установлении волны БГК. В случае 1-2 максимальная амплитуда гармоники $N_i = 1$ $\tilde{n}/n_0 \sim 4 \cdot 10^{-2}$ достигается в $t/T_{oe} \sim 60$. Как было показано ранее [11], конверсия волны БГК на возмущении плотности при $\tilde{n}/n_0 < 0,1$ много меньше, чем для ленгмюровской волны. В частности, в работе [11] было показано, что конверсия мала и в случае волны БГК с параметрами случая 1-2 и возмущения плотности $N_i = 1$, $\tilde{n}/n_0 \sim 4 \cdot 10^{-2}$.

В случае 1-2, хотя конверсия и приводит к возбуждению гармоники $N = 2$, но амплитуда ее остается малой, а модуляционная неустойчивость не развивается. Это видно из сравнения кривых $E^N(t)$ для случаев 1-0 и 1-2 (рис. 1,2), а также из сравнительных кривых $E^N(t)$ для гармоник $N = 1, 2, 3$ (рис. 3а, б, в). Из рис. 1-3 видно существенное различие развития ленгмюровской волны (случай 1-0) и волны БГК (случай 1-2). Действительно, в случае 1-0 амплитуды гармоник $N = 2$ и несколько позже $N = 3$ быстро нарастают, а амплитуда основной волны $N = 1$ уже в $t/T_{oe} \sim 10 - 15$ начинает падать. В случае 1-2 амплитуда гармоники $N = 1$ остается постоянной, а амплитуды гармоник $N = 2$ и 3 не выходят за пределы уровня шумов $E^N/E_0 \sim 0,1$.

В случае 1-0 начальная амплитуда ленгмюровской волны ($E_0 = 17,7$) несколько отличается от амплитуды волны БГК ($E_0^B = 15,6$). Рассмотрен также случай ленгмюровской волны с амплитудой $E_0 = 15,6$. Найдено, что ее развитие практически не отличается от случая 1-0 – соответствующие кривые отличаются от кривых рис.1, а также рис.4–6 только деталями. Так что модуляционная неустойчивость наблюдается и в этом случае.

В динамическом описании модуляционная неустойчивость проявляется в росте плотности энергии поля и росте глубины впадины плотности. Это видно из кривых $E_m^2/E_0^2(t)$ (рис.4) и $\tilde{n}_m/n_0(t)$ (рис.5) в случае 1-0 (E_m – максимальное значение $E(x)$, \tilde{n}_m – минимальное значение $\tilde{n}(x)$ (глубина впадины плотности) в данный момент времени). Видно, что в случае 1-0 плотность энергии растет до $t/T_{oe} \sim 55$, после чего быстро падает. Ранее [12] было показано, что в это время развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы. Эта неустойчивость

приводит к захвату и ускорению электронов плазмы коротковолновыми гармониками конверсии и модуляционной неустойчивости. Это приводит к затуханию гармоник и образованию хвостов ускоренных электронов на функции распределения по скорости. Из рис.6а, где показана зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ (W_e^0 – тепловая энергия электронов плазмы), видно, что в $t/T_{oe} \geq 50$ начинается затухание поля, причем энергия поля поглощается электронами плазмы. Таким образом, развитие ленгмюровской волны в плазме с подвижными ионами в случае 1-0 приводит к коллапсу [4].

По другому ведет себя волна БГК. Из рис. 4 видно, что плотность энергии в случае 1-2 практически не меняется. Не растет и впадина плотности – изменение $\tilde{n}_m/n_0(t)$ (рис. 5) в случае 1-2 определяется только начальным возмущением ионов. Остаются практически постоянными и энергия поля W_E и энергия ΔW_E (рис. 6б).

На рис. 7,8 показано распределение поля $E(x)$ в волне БГК и распределение возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в различные моменты времени в случаях 1-0 и 1-2. Видно, что в случае 1-0 в $t/T_{oe} > 40$ образуется впадина плотности, в которой концентрируется поле. Максимальная амплитуда поля достигается в $t/T_{oe} \sim 55 - 60$, после чего поле затухает, а впадина плотности схлопывается. В случае 1-2 распределения поля практически не меняется, хотя несколько искажается шумами. Распределение плотности вначале определяется возмущением ионов $N_i = 1$, но в $t/T_{oe} > 40$ полностью определяется шумами, амплитуда которых достигает величины $\tilde{n}/n_0 \sim 0,1 - 0,15$ в $t/T_{oe} > 60$. Впадин плотности, свидетельствующих о модуляционной неустойчивости не образуется.

На рис. 9 показано распределение b -электронов на фазовой плоскости в $t = 0$ и $t/T_{oe} = 100$ в случае 1-2. Видно, что распределение остается практически постоянным. Небольшое различие заключается в заполнении b -электронами области узлов сепаратрисы к $t/T_{oe} \sim 100$. Это указывает на развитие небольшого стохастического слоя подобно тому, что наблюдалось в случае 1-1 в плазме с неподвижными ионами [10].

На рис. 10а,б показано распределение плотности b - электронов $n_b(x)$, на рис. 11а,б – функция распределения по скорости $f_b(V)$ b – электронов в случаях 1-2 (а) и 1-1 (б). Пунктиром на этих рисунках показаны начальные $n_b(x)$ и $f_b(V)$. Видно, что до $t/T_{oe} \sim 100$ распределение плотности и скорости в обоих случаях практически не меняется, кроме небольшого роста n_b в узлах $x/r_d \sim 0$ и 100 . В случаях 1-1 и 1-2 распределение $n_b(x)$ и $f_b(V)$ практически не различается.

Совокупность этих фактов показывает, что волна БГК с параметрами случая 1-2 устойчива в плазме с подвижными ионами так же как и в плазме с неподвижными ионами в отличие от ленгмюровской волны с близкими параметрами.

Рассмотрим случай 1-0К – ленгмюровская волна с параметрами $\lambda/r_d = 100$; $V_\phi^B/V_T = 16,09$; $E_0 = 17,7$; $N_e = 1$ и случай 1-2К – волна БГК с параметрами $\lambda^B/r_d = 100$; $V_\phi^B/V_T = 15,15$; $E_0^B = 15,6$; $N^B = 1$. Параметры волн в этих случаях те же, что и в случаях 1-0 и 1-2, но начальное возмущение скорости ионов, возникающее на стадии

установления волны, скомпенсировано заданием такого же возмущения в противоположной фазе. Таким образом, в случаях 1-0К и 1-2К нет выделенного возмущения плотности плазмы. Широкий спектр возмущений плотности развивается в результате роста шумов. Амплитуда шумов достигает величины $\tilde{n}/n_0 \sim 0,1$ и $t/T_{oe} \sim 50-60$.

В случае ленгмюровской волны 1-0К, так же, как и в случае 1-0, наблюдается развитие модуляционной неустойчивости. По кривым $E^N(t)$ видно, что в $t/T_{oe} > 50$ начинают расти амплитуды гармоник $N = 2$, позже $N = 3-4...$, а амплитуда основной волны начинает падать. Развитие модуляционной неустойчивости видно из рис.12, где показано распределение поля и возмущения плотности плазмы в разные моменты времени. Развитие модуляционной неустойчивости в случае 1-0К начинается в $t/T_{oe} \sim 50$ – позже, чем в случае 1-0, но имеет тот же характер. Из рис. 12 видно, что к $t/T_{oe} \sim 90$ формируется впадина плотности, в которой концентрируется поле. Глубина впадины и амплитуда поля (плотность энергии) растут до тех пор, пока не начнется затухание, связанное с поглощением энергии поля электронами плазмы. Таким образом, в случае 1-0К также наблюдается коллапс.

В случае волны БГК 1-2К, так же как и в случае 1-2, модуляционная неустойчивость не развивается – волна остается устойчивой по крайней мере в течение $200 T_{oe}$ ($\omega_{oe}t \sim 1200$). По кривым $E^N(t)$ видно, что амплитуда волны БГК меняется незначительно, а амплитуды остальных гармоник не превышают уровня шумов $E^N/E_0 \sim 0,10-0,15$. Выделенных гармоник нет. Это показывает, что ни сателлитная, ни модуляционная неустойчивость не развиваются.

Отсутствие модуляционной неустойчивости видно из рис. 13, где показано распределение поля, плотности плазмы и плотности b – электронов. Действительно, видно что впадин плотности не образуется – распределение $\tilde{n}(x)$ определяется i – шумами, амплитуда которых к $t/T_{oe} \sim 150-200$ достигает величины $\tilde{n}/n_0 \sim 0,17-0,18$. Распределение поля практически сохраняется, хотя несколько искажается шумами.

На рис. 14 видно, что распределение b – электронов на фазовой плоскости остается практически постоянным, хотя область узлов сепаратрисы, как и в случаях 1-1 и 1-2 заполняется b – электронами. Практически сохраняется распределение плотности $n_b(x)$ b – электронов (рис. 13) и функции распределения b – электронов и электронов плазмы (рис. 15).

Таким образом, волна БГК с параметрами, исключающими возможность возбуждения сателлитной неустойчивости, остается устойчивой относительно возбуждения модуляционной неустойчивости и в плазме с шумами, амплитуда которых достигает величины $\tilde{n}/n_0 \sim 0,2$ (случай 1-2К), и в плазме, когда кроме шумов существует небольшое возмущение плотности с $\tilde{n}/n_0 \sim 4 \cdot 10^{-2}$ (случай 1-2). Ленгмюровская волна с близкими параметрами (случай 1-0, 1-0К) при тех же условиях неустойчива – ее развитие приводит к модуляционной неустойчивости и коллапсу.

В случаях 1-2, 1-2К рассматривается короткая система $L = \lambda^B$, так что $N^B = 1$, и для ближней по фазовой скорости гармоники $N = 2$ $\alpha^{I-II} = \frac{v_{\phi}^I}{v_{\phi}^I - v_{\phi}^{II}} \sim 0,71$ меньше граничной $\alpha > 0,8$ для неустойчивости сателлитов. Рассмотрен также случай 1-3К

– волна БГК в длинной системе $L = 3\lambda^B$. В такой системе $N^B = 3$ и гармоники системы $N = 4 - 5$ имеют фазовые скорости более близкие к фазовой скорости волны БГК, чем $N = 2$ в случаях 1-2, 1-2К. Для уменьшения α в случае 1-3К уменьшена амплитуда волны БГК. Параметры волны БГК ($\lambda^B/r_d = 100$; $V_\phi^B/V_T = 15,96$; $E_o^B = 1,96$; $V_s^B/V_T = 1,78$; начальное возмущение скорости ионов скомпенсировано) выбраны так, что для волны БГК $N^B = 3$ и ближней по фазовой скорости гармоники $N = 4$ $\alpha^{III-IV} = \frac{V_\phi^{III}}{V_\phi^{III} - V_\phi^{IV}} \sim 0,46$ заметно меньше граничной для неустойчивости сателлитов.

Волна БГК с такими параметрами в плазме с неподвижными ионами исследовалась в работе [3]. Было показано, что она устойчива относительно возбуждения сателлитов и слияния сгустков.

В случае 1-3К рассматривается волна БГК в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$). Модуляционная неустойчивость не развивается и в этом случае – волна остается устойчивой по крайней мере в течение $100T_{oe}$ ($\omega_{oe}t \sim 600$). По кривым $E^N(t)$ видно, что амплитуда волны БГК практически не меняется, а амплитуды остальных гармоник не превышают уровня шумов $E^N/E_0 \sim 0,3 - 0,4$, выделенных гармоник нет. Это показывает, что ни сателлитная, ни модуляционная неустойчивость не развиваются.

Отсутствие модуляционной неустойчивости видно из рис. 16, где показано распределение поля, плотности плазмы и плотности b – электронов. Действительно видно, что впадин плотности не образуется – распределение $\tilde{n}(x)$ определяется i – шумами, амплитуда которых к $t/T_{oe} \sim 100$ достигает величины $\tilde{n}/n_0 \sim 0,17$. Распределение поля практически сохраняется, хотя сильно искажается шумами. Практически сохраняется и распределение плотности b – электронов $n_b(x)$, хотя область узлов сепаратрисы заполняется b – электронами, что видно из рис. 16, 17. Практически сохраняются и функции распределения b – электронов и электронов плазмы (рис. 18).

Таким образом, и в длинной системе в плазме с подвижными ионами волна БГК с параметрами, исключающими возможность возбуждения сателлитной неустойчивости, оказывается устойчивой.

Литература

- 1 Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Волна Бернштейна–Грина–Крускала в длинной системе. I Неустойчивость сателлитов. Препринт ИЯФ 95-23, 1995.
- 2 Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Волна Бернштейна–Грина–Крускала в длинной системе. II Неустойчивость сателлитов. Препринт ИЯФ 95-24, 1995.
- 3 Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Волна Бернштейна–Грина–Крускала в длинной системе. III Неустойчивость сателлитов. Препринт ИЯФ 95-25, 1995.
- 4 Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин. а) Физика плазмы, 7, 383, 1981. б) Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны. Солитоны и коллапс. Препринт ИЯФ 78-76, 1978.
- 5 N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. Plasma Phys, 23, 35, 1981.
- 6 P.K. Kaw, A.T. Lin, J.M. Dawson. Phys. Fluids, 16 (1967) 1973.
- 7 N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. Physica Scripta, 24, 566, 1981.
- 8 J.A. Byers, M.S. Grewal. Phys. Fluids, 13, 1819, 1970.
- 9 Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Волна Бернштейна–Грина–Крускала I. Препринт ИЯФ 93-97, 1993.
- 10 Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Волна Бернштейна–Грина–Крускала. II. Взаимодействие с ленгмюровской волной. Стохастические эффекты. Препринт ИЯФ 93-98, 1993.
- 11 Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. Конверсия волны Бернштейна–Грина–Крускала на возмущении плотности. I, II, III. Препринты ИЯФ 94-48, 94-49, 94-50, 1994.
- 12 N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. Phys. Lett., 112A, 330, 1985.

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

**Волна Бернштейна–Грина–Крускала.
Модуляционная неустойчивость. I.**

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

**The Bernstein–Green–Kruskal Wave.
The Modulational Instability. I.**

ИЯФ 96-30

Ответственный за выпуск С.Г. Попов
Работа поступила 6.05.1996 г.

Сдано в набор 12.05.1996 г.

Подписано в печать 12.05.1996 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.3 печ.л., 1.9 уч.-изд.л.

Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ № 30

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротапринте ГНЦ РФ "ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН",
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.

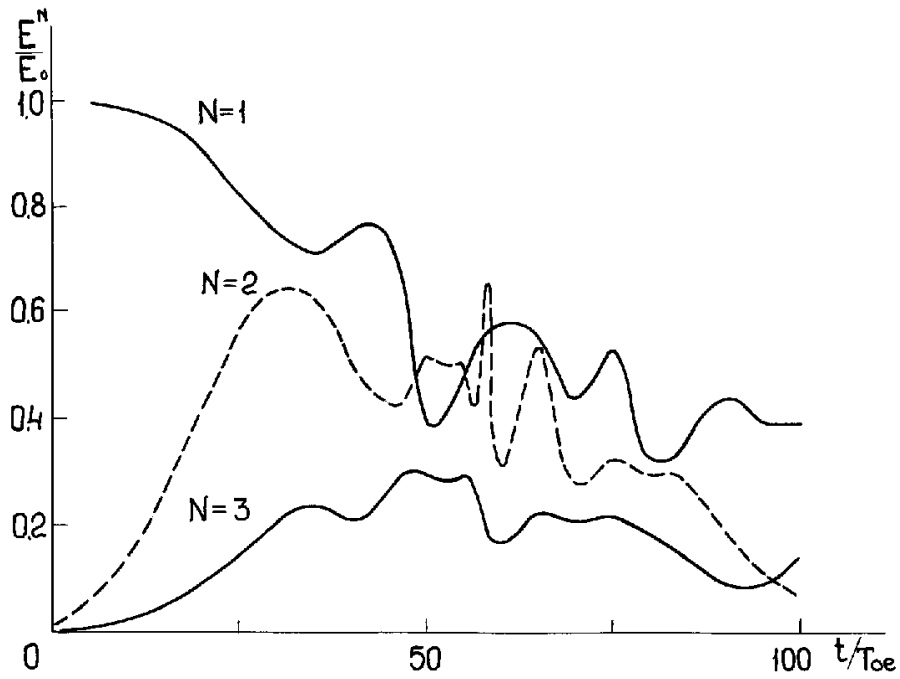


Рис. 1: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2$ и 3. Случай 1-0. $E_0 = 17,7$.

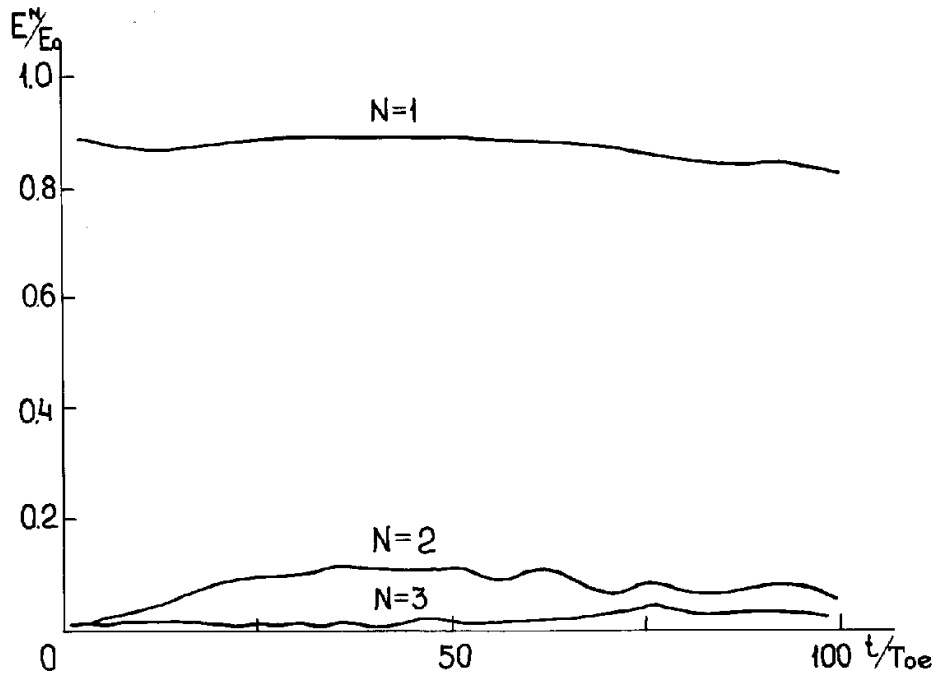


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2$ и 3. Случай 1-2. $E_0 = 17,7$.

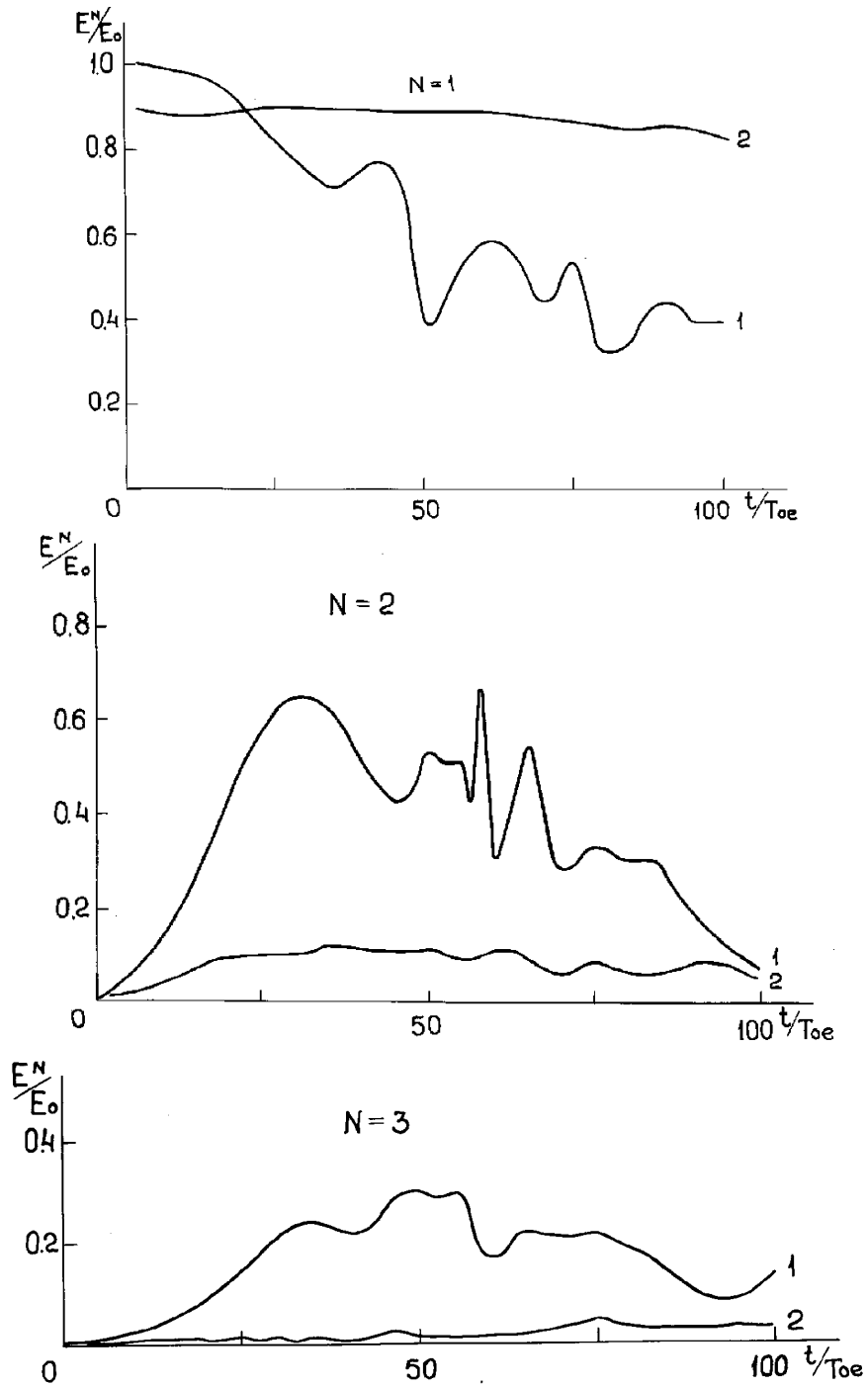


Рис. 3: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской и БГК волны $N = 1$ (рис. 3а), гармоник $N = 2$ (рис. 3б) и $N = 3$ (рис. 3в). 1 – случай 1-0, 2 – случай 1-2. $E_0 = 17,7$.

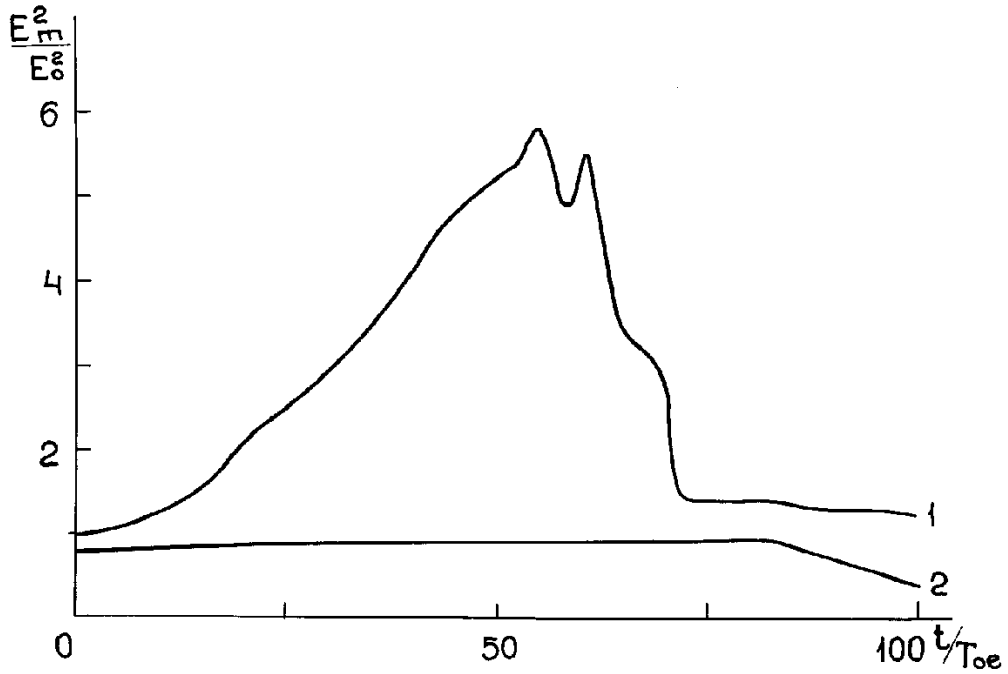


Рис. 4: Зависимость от времени плотности энергии поля. 1 – случай 1-0, 2 – случай 1-2. $E_0 = 17,7$. E_m – максимальное значение $E(x)$ в данный момент времени.

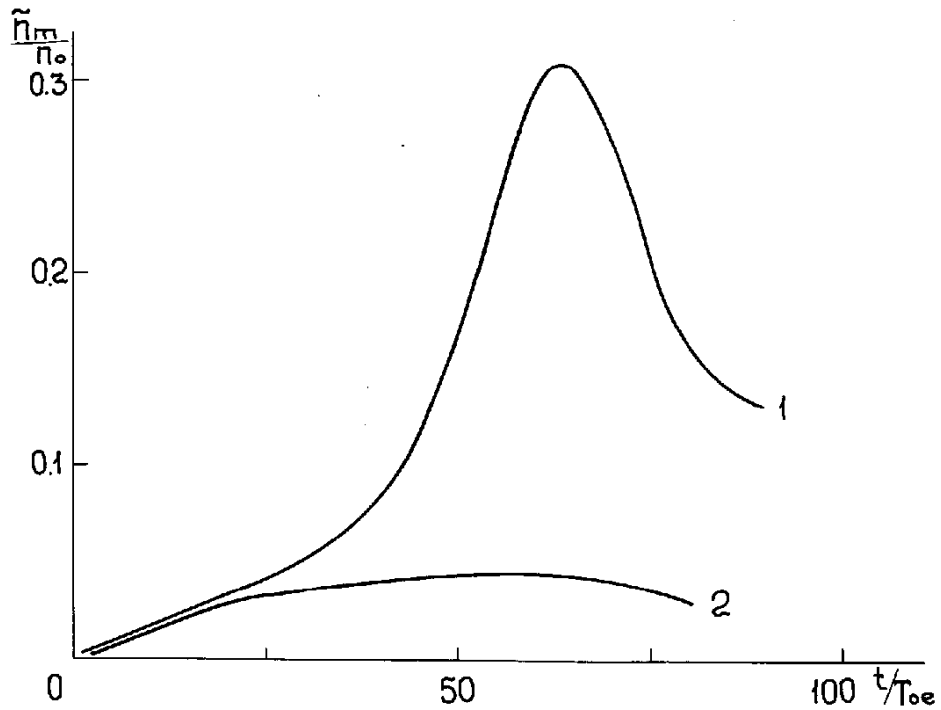


Рис. 5: Зависимость от времени максимального возмущения плотности плазмы. 1 – случай 1-0, 2 – случай 1-2. \tilde{n}_m – глубина впадины плотности в данный момент времени.

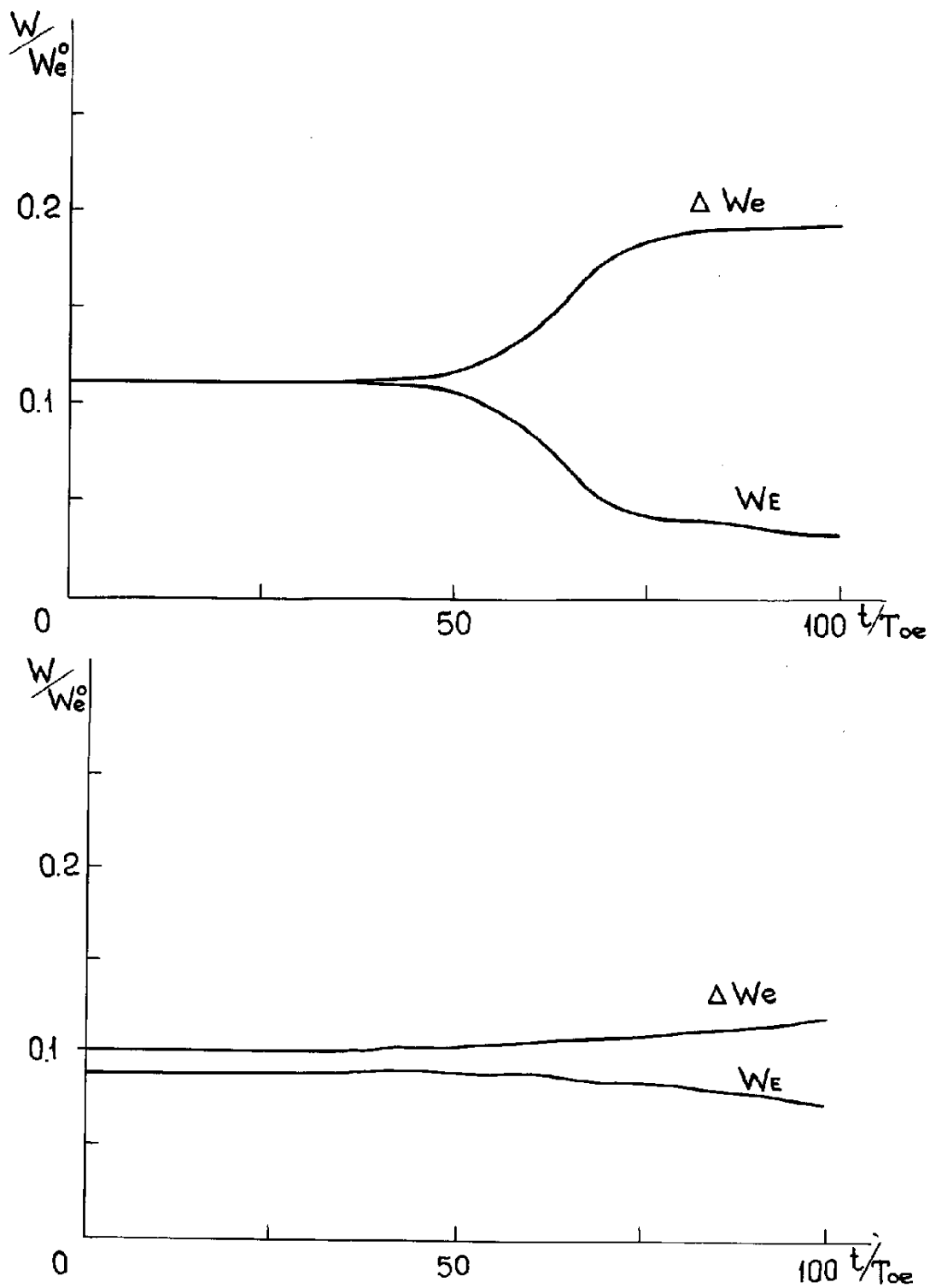


Рис. 6: Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$. Случай 1-0 (рис. 6а), случай 1-2 (рис. 6б).

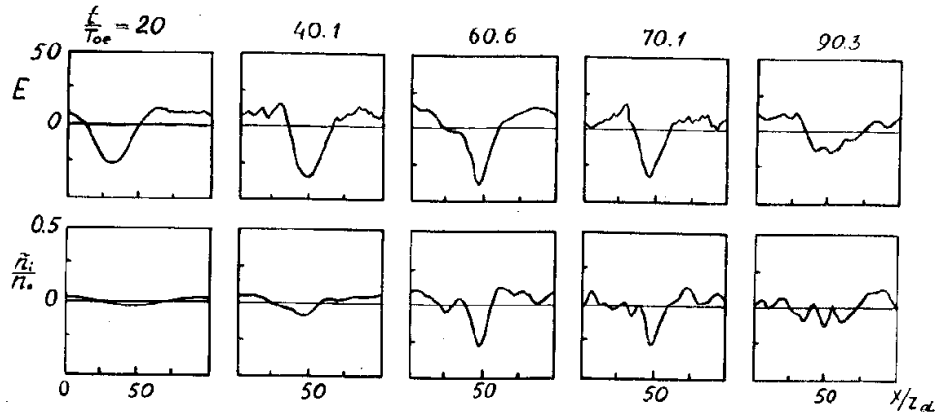


Рис. 7: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени. Случай 1-0. E нормирована на mr_d/eT_{oe}^2 .

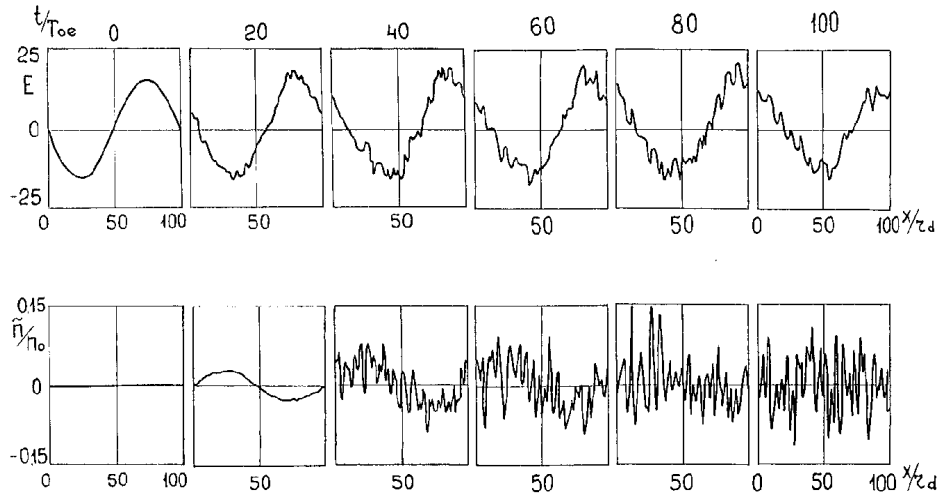


Рис. 8: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени. Случай 1-2. E нормирована на mr_d/eT_{oe}^2 .

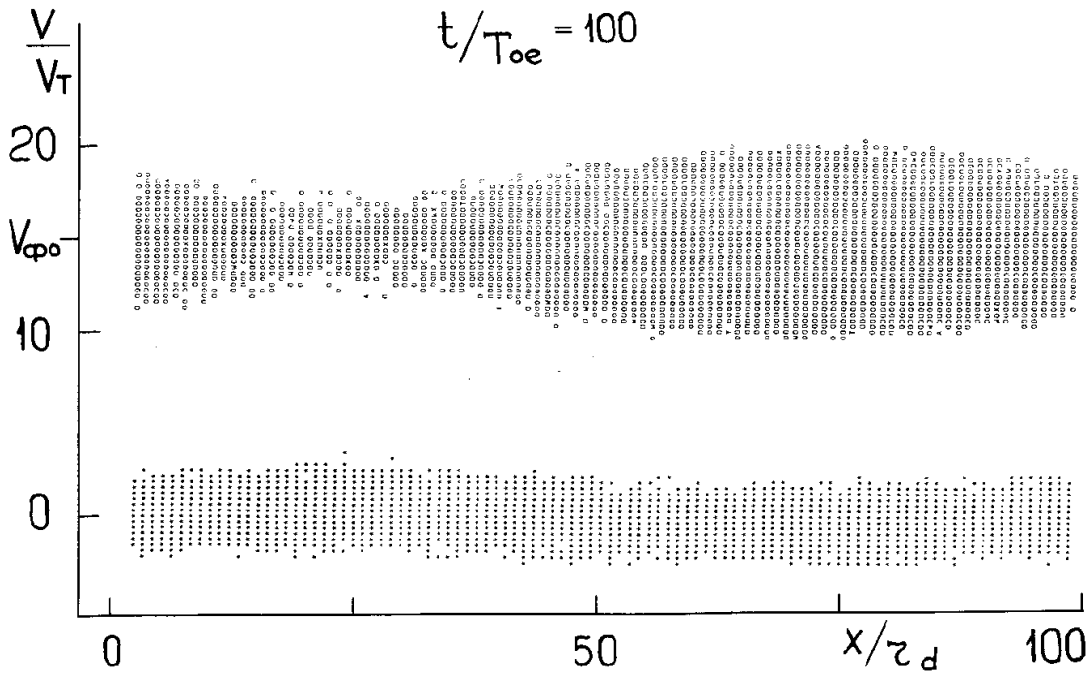
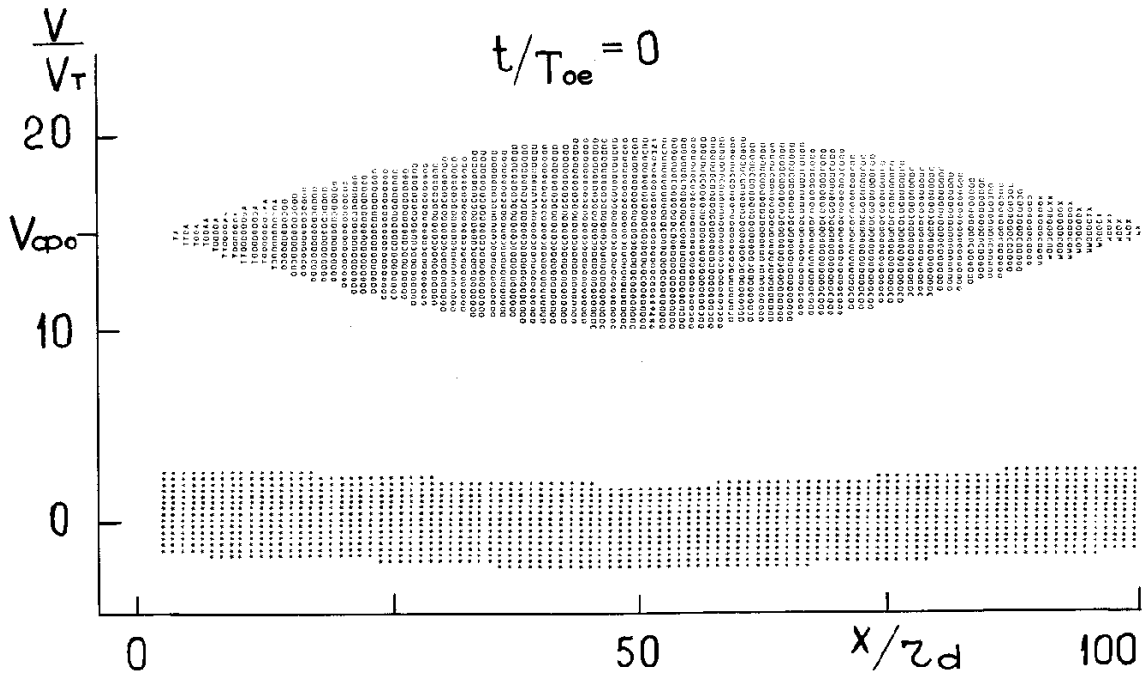


Рис. 9: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-2.

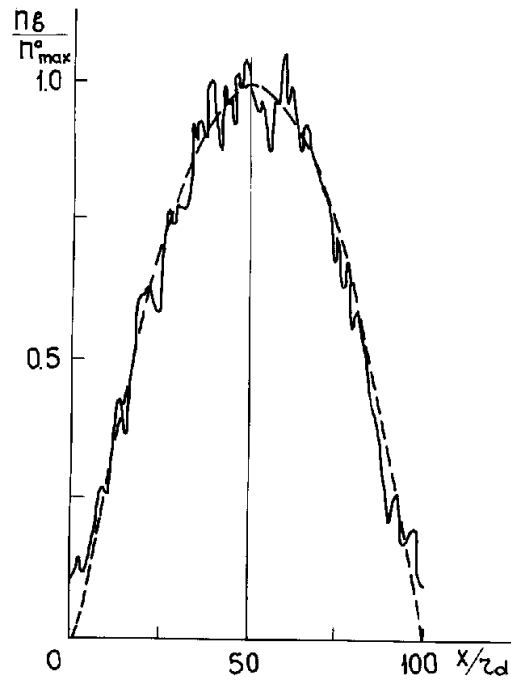
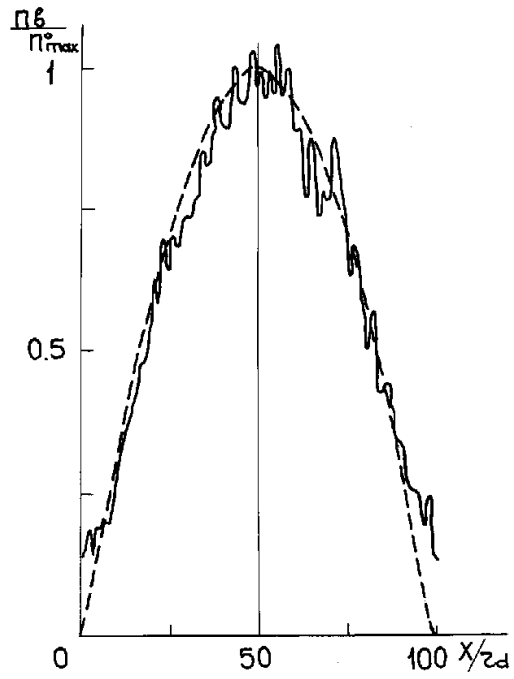


Рис. 10: Распределение плотности b -электронов $n_b(x)$ в $t/T_{oe} = 100$ и $t = 0$ (пунктир). Случай 1-2 (рис. 10а) и случай 1-1 (рис. 10б). $n_{\max}^0/n_b^0 = 1,6$; $n_b^0/n_0 = 5 \cdot 10^{-3}$.

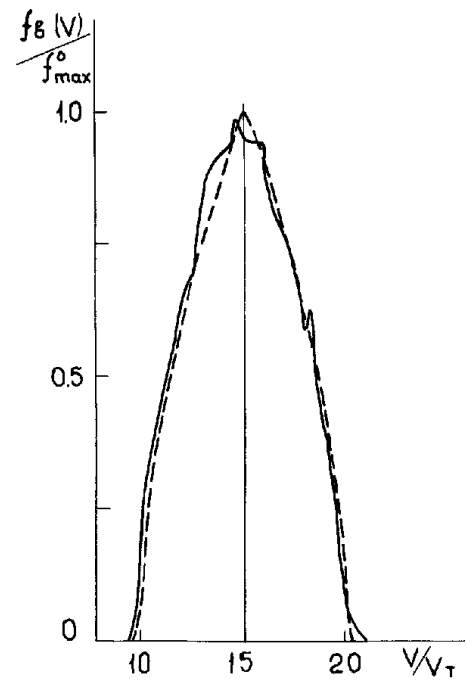
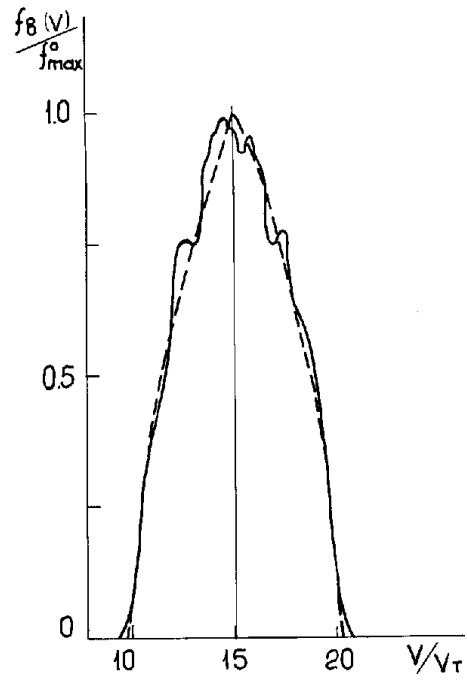


Рис. 11: Функция распределения по скорости b -электронов $f_b(V)$ в $t/T_{oe} = 100$ и $t = 0$ (пунктир). Случай 1-2 (рис. 11а) и случай 1-1 (рис. 11б). $f_{\max}^0 = 331$.

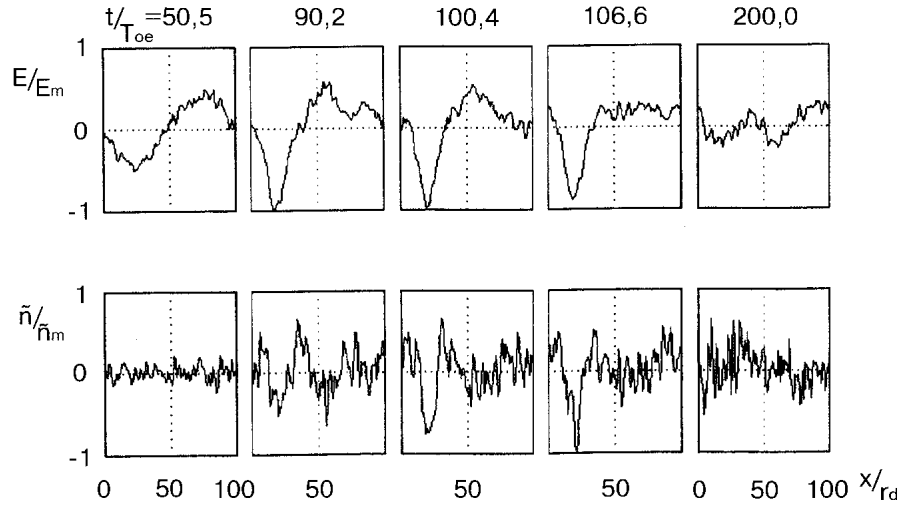


Рис. 12: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ в разные моменты времени. Случай 1-0К. $E_m/E_0 = 2,21$; $E_0 = 17,7$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,30$; E_m, \tilde{n}_m – максимальное значение $|E(x)|, |\tilde{n}(x)|$.

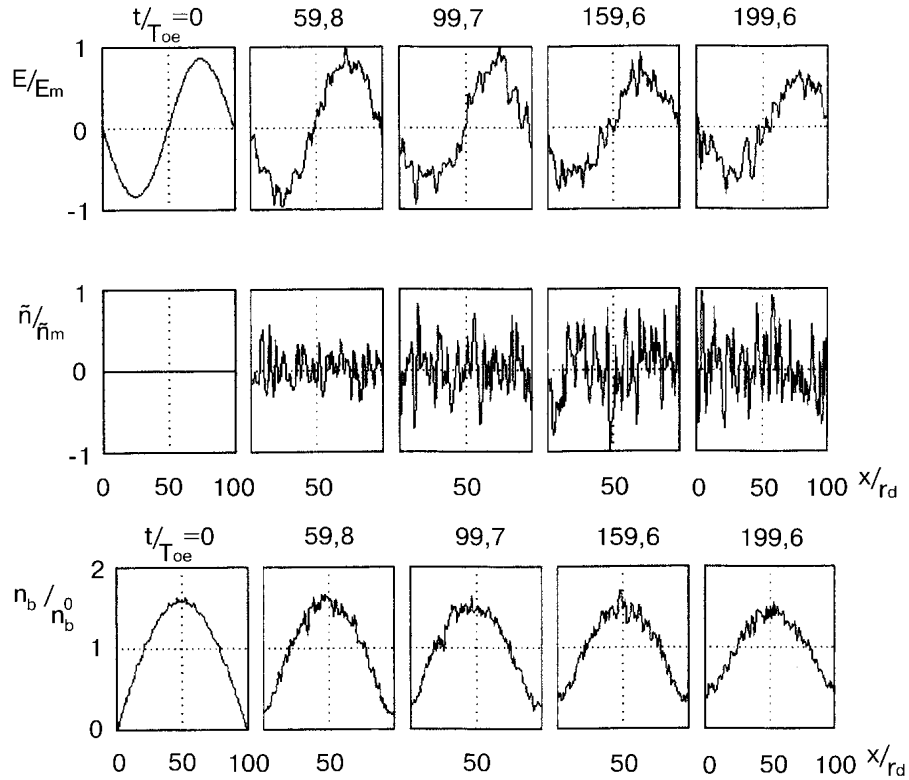


Рис. 13: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Случай 1-2К. $E_m/E_0 = 1,18$; $E_0 = 15,6$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,18$; $n_b^0/n_0 = 5 \cdot 10^{-3}$, $n_b^0 = N_b^0/L$, E_m, \tilde{n}_m – максимальное значение $|E(x)|, |\tilde{n}(x)|$.

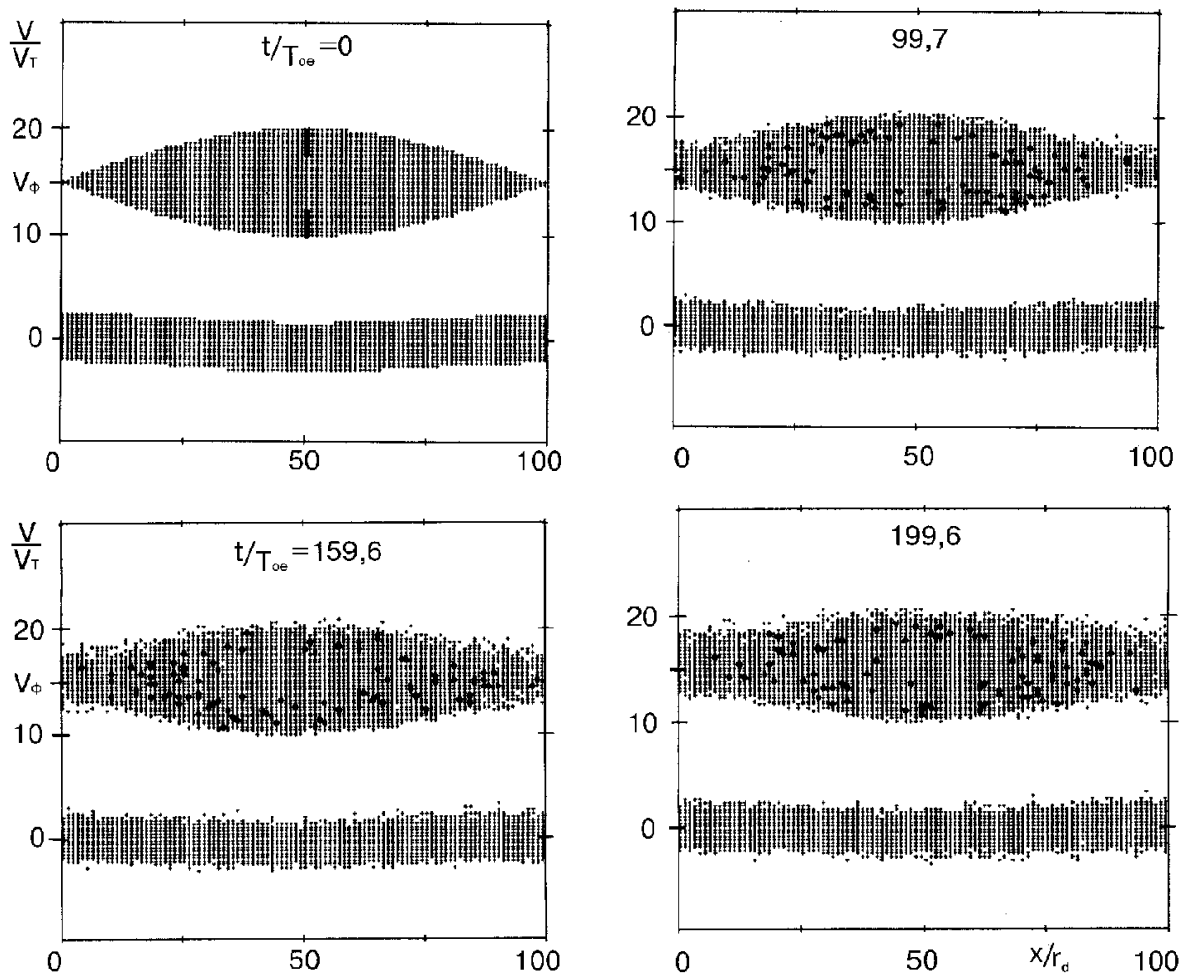


Рис. 14: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-2К.

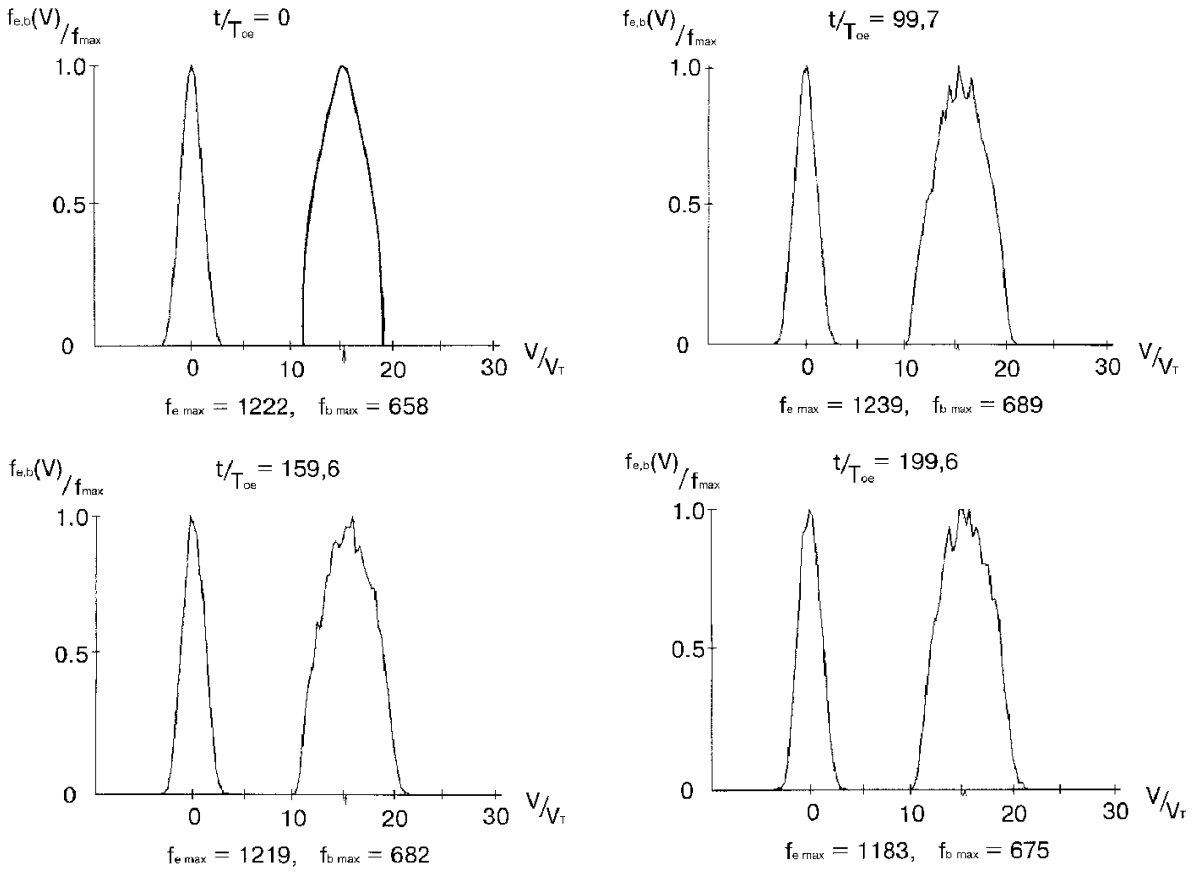


Рис. 15: Функции распределения электронов плазмы и b -электронов. Случай 1–2К. Стрелкой отмечена начальная фазовая скорость волны БГК $V_{\phi}^B/V_T = 15,2$.

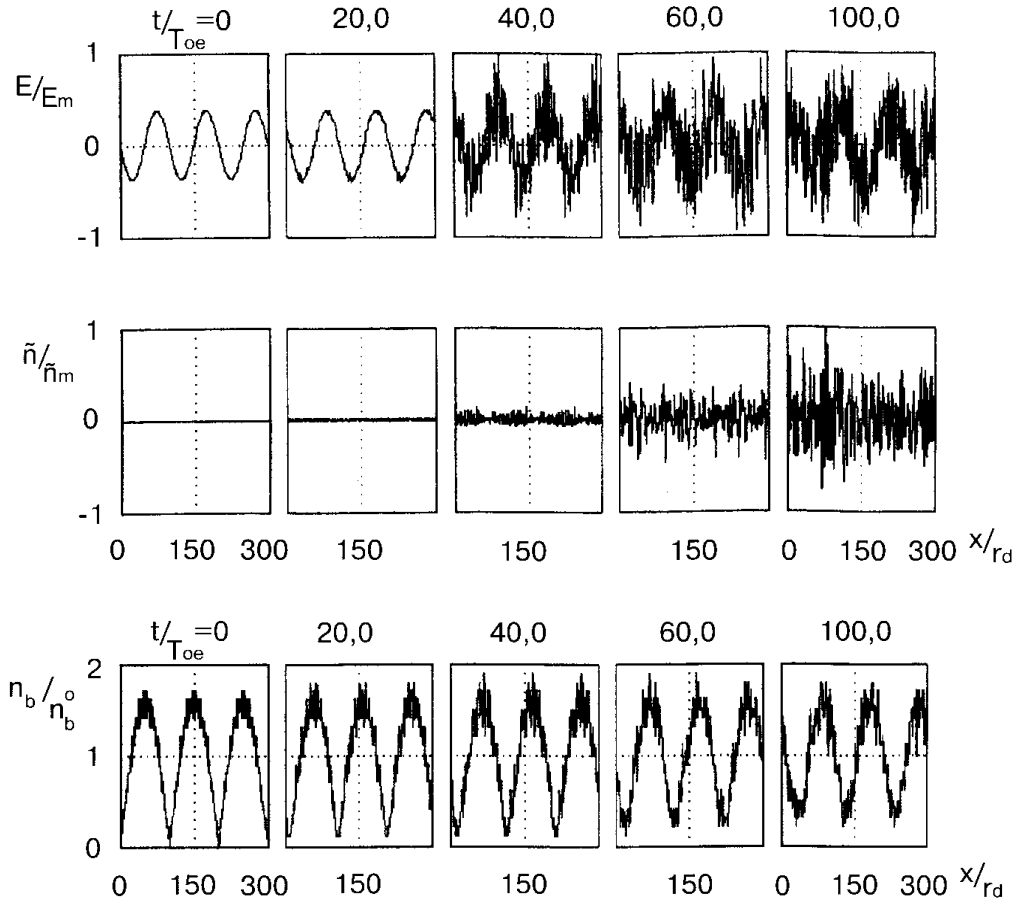


Рис. 16: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности b – электронов $n_b(x)$. Случай 1–3К. $E_m/E_0 = 2,65$; $E_0 = 1,96$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,17$; $n_b^0/n_0 = 1 \cdot 10^{-4}$, $n_b^0 = N_b^0/L$, E_m, \tilde{n}_m – максимальное значение $|E(x)|$, $|\tilde{n}(x)|$.

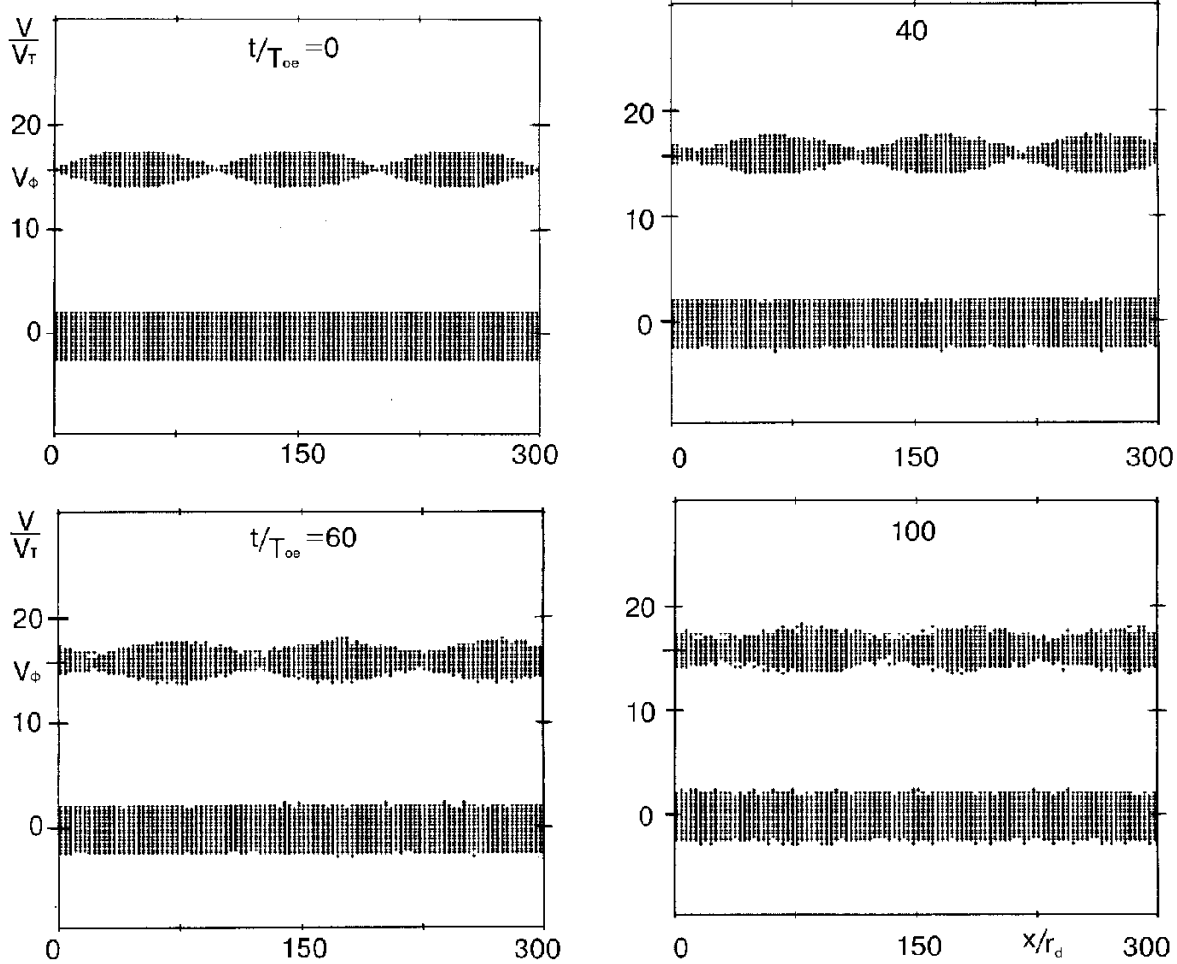


Рис. 17: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-3К.

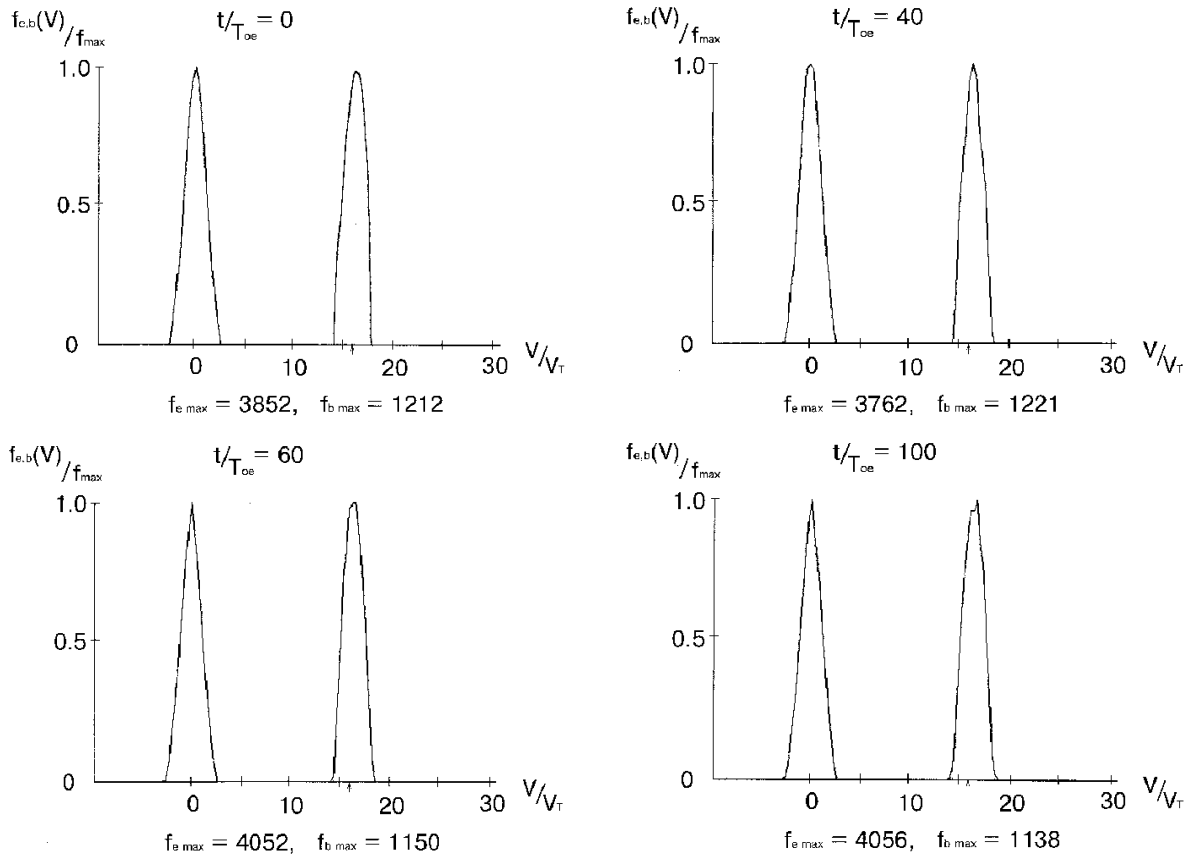


Рис. 18: Функции распределения электронов плазмы и b -электронов. Случай 1-3К. Стрелкой отмечена начальная фазовая скорость волны БГК $V_{\phi}^B/V_T = 16$.