

К.12  
1997  
ИЯФ

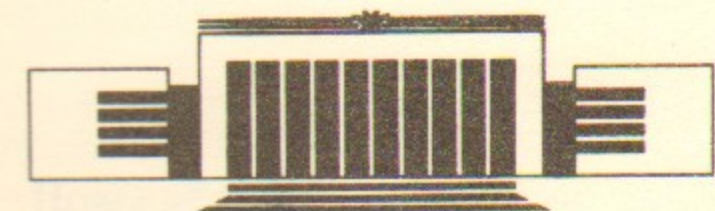
Государственный научный центр  
Российской Федерации  
Институт ядерной физики  
им. Г.И. Будкера

А.А. Кабанцев, В.Б. Рева, В.Г. Соколов

ТУРБУЛЕНТНОЕ ДИНАМО  
В ОТКРЫТЫХ ЛОВУШКАХ

Библиотечный фонд  
Института ядерной  
Физики СО АН СССР  
ИНВ. № 125

ИЯФ 97-37



НОВОСИБИРСК

## Турбулентное динамо в открытых ловушках

А.А.Кабанцев, В.Б.Рева, В.Г.Соколов

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН

630090 Новосибирск, Россия.

### Аннотация

Эффект генерации крупномасштабных магнитных полей и электрических токов мелкомасштабными турбулентными движениями проводящей среды играет важную роль не только в динамике астро/геофизических объектов, но и в физике лабораторной плазмы. В частности, этим явлением объясняется генерация тока, направленного вдоль силовой линии магнитного поля на оси тороидальных пинчей с обращенным магнитным полем (так называемый  $\alpha$ -эффект). Впервые показано, что подобный эффект имеет место и в открытых ловушках.

Согласно анти-динамо теореме Каулинга самоподдерживаемая генерация электрического тока и магнитного поля невозможна при осесимметричной конфигурации силовых линий и симметричном движении проводящей среды. Привлечение же "винтовой" турбулентности с отличной от нуля средней спиральностью  $h \equiv \langle u \cdot \text{rot} u \rangle \neq 0$  флуктуирующего поля скорости  $u$  позволяет построить уравнения, описывающие такую генерацию электрического тока и магнитного поля.

В открытых ловушках АМБАЛ-М и МАЛ развитая фоновая турбулентность, обладающая спиральностью, возбуждается в результате неустойчивого дифференциального вращения плазменного столба в скрещенных полях. Турбулентность характеризуется положительной средней спиральностью  $h = 6 \cdot 10^6 \text{ м/с}^2$ , значительным коэффициентом турбулентной поперечной диффузии  $D_T \approx 30 \text{ м}^2/\text{с}$  и довольно высоким значением магнитного числа Рейнольдса  $R_m \approx 16$ .

В экспериментах на указанных установках зарегистрировано при развитии турбулентности возникновение электродвижущей силы, параллельной силовым линиям магнитного поля, и приводящей к генерации продольных токов с плотностью на оси до  $100 \text{ А/см}^2$ . Феноменологически это соответствует закону Ома с турбулентным  $\alpha$ -эффектом:  $J = \sigma_T (E + \alpha V)$ , где  $\alpha < 0$ . Величина э.д.с. линейно растет с увеличением поля и на длине плазменного столба в ловушке АМБАЛ-М ( $L \approx 6 \text{ м}$ ) достигает  $300 \text{ В}$ , что согласуется с оценкой по  $\alpha$ -эффекту.

## Turbulent Dynamo Action in Mirror Traps

A.A.Kabantsev, V.B.Reva, V.G.Sokolov

Budker Institute of Nuclear Physics

Lavrentyev av. 11, Novosibirsk 630090, Russia

### Abstract

Generation of large-scale magnetic fields by turbulent motion of an electrically conducting fluids plays an important role not only for astrophysical applications, but also for magnetic fusion confinement phenomena. The well-studied turbulent dynamo is the  $\alpha$ -effect coming from helical properties of turbulent motion. Under this dynamo the mean electric current is produced in the direction parallel or antiparallel to the mean magnetic field. In particular, the  $\alpha$ -effect leads to the generation of plasma current along the magnetic field in a reversed field pinch. It has been found that the  $\alpha$ -effect takes place also in axisymmetric mirror traps. This phenomenon is of importance not only for today's physics reasons, but also from the standpoint that the mirror trap operation with high axial current may be expected to have many advantages for a fusion reactor.

In axisymmetric mirror traps AMBAL-M and MAL the electrostatic turbulence, having mean positive helicity, caused as a result of unstable differential rotation of plasma column in crossed  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  fields. By manipulating the trap's magnetic and plasma conditions we can produce the antiparallel to  $\mathbf{B}$  plasma electric current up to  $100 \text{ A/cm}^2$ . The mean turbulent electromotive force  $\mathbf{F}_{em} = \langle \mathbf{u} \times \mathbf{b} \rangle$  has linear growth with turbulent diffusion coefficient  $D_T$  and reaches up to  $50 \text{ V/m}$ .

## 2. Продольный ток в мишенной плазме

открытых ловушек

МАЛ, АМБАЛ-Ю, АМБАЛ-М, ГДЛ

В работе описаны экспериментальные исследования турбулентного динамо в мишенной плазме открытых ловушек. Показано, что в результате турбулентного движения плазмы в направлении, параллельном или антипараллельном среднему магнитному полю, возникает электрический ток. Этот эффект связан с наличием вращательного движения плазмы в поперечном направлении, что приводит к возникновению вихревой структуры. В результате этого возникает эффект, аналогичный  $\alpha$ -эффекту в турбулентной динамо. Показано, что эффект наблюдается в мишенной плазме открытых ловушек МАЛ, АМБАЛ-Ю, АМБАЛ-М, ГДЛ. Максимальная величина индуцированного тока достигает  $100 \text{ A/cm}^2$ . Эффект наблюдается при различных параметрах плазмы и магнитного поля. Показано, что эффект усиливается с увеличением турбулентности плазмы.

Введение 6

Продольный ток в мишенной плазме открытых ловушек  
МАЛ, АМБАЛ-Ю, АМБАЛ-М, ГДЛ 7

Основные положения теории турбулентного динамо 10

Достаточные условия и простые примеры альфа-эффекта 16

Модель альфа-эффекта в открытой ловушке 22

Сравнение предсказаний модели с экспериментом 33

Заключение. Альфа-эффект и физика открытых ловушек 46

Список литературы 50

В работе описаны экспериментальные исследования турбулентного динамо в мишенной плазме открытых ловушек. Показано, что в результате турбулентного движения плазмы в направлении, параллельном или антипараллельном среднему магнитному полю, возникает электрический ток. Этот эффект связан с наличием вращательного движения плазмы в поперечном направлении, что приводит к возникновению вихревой структуры. В результате этого возникает эффект, аналогичный  $\alpha$ -эффекту в турбулентной динамо. Показано, что эффект наблюдается в мишенной плазме открытых ловушек МАЛ, АМБАЛ-Ю, АМБАЛ-М, ГДЛ. Максимальная величина индуцированного тока достигает  $100 \text{ A/cm}^2$ . Эффект наблюдается при различных параметрах плазмы и магнитного поля. Показано, что эффект усиливается с увеличением турбулентности плазмы.

тока  $I$ , как тока  $I_{\text{прод}}$ , т.е. как части разрядного тока  $I_{\text{разр}}$ .

высшей из известных плазм. Наиболее перспективным из таких

фактов — это значительное падение (до 200-4) полного продольного

## 1. Введение

Вследствие нетрадиционности и объема содержание данной работы отличается многоплановым полифоническим характером и потому его изложение обладает следующими особенностями. Второй раздел содержит перечисление основных экспериментальных фактов, потребовавших пересмотра принятой ранее модели образования продольных токов, наблюдаемых в струях мишенной плазмы. Читатель, не интересующийся конкретной историей этой частной проблемы, может без ущерба для дальнейшего понимания пропустить эту часть работы. В третьем разделе кратко изложены основные положения теории турбулентного динамо, называемой обычно "электродинамикой средних полей". Для читателя, незнакомого с этим вопросом, раздел носит обязательный характер, равно как и четвертый раздел, где обращается внимание на достаточные условия реализации турбулентного альфа-эффекта и приводятся простые (зато наглядные) его примеры. Для более глубокого знакомства с теорией турбулентного динамо необходимо обратиться к указанной специальной литературе. Ключевое положение в данной работе занимает пятый раздел, где показано, что альфа-эффект может возникать в открытых ловушках совершенно естественным образом вследствие неустойчивого дифференциального вращения плазменного столба в скрещенных полях. Шестой раздел содержит сравнительный анализ предсказаний построенной для открытой ловушки модели альфа-эффекта и экспериментальных результатов, касающихся преимущественно установки АМБАЛ-М. И наконец, в заключительном разделе формулируются основные результаты, полученные в данной работе, и кратко обсуждаются возможности влияния альфа-эффекта на физику открытых ловушек.

## 2. Продольный ток в мишенной плазме

### открытых ловушек

#### МАЛ, АМБАЛ-Ю, АМБАЛ-М, ГДЛ

Уже в первых наших экспериментах по заполнению открытых магнитных ловушек плазменными струями, неустойчивыми относительно дифференциального вращения в скрещенных  $\vec{E} \times \vec{B}$  полях, было обнаружено возникновение в образующемся плазменном столбе значительного продольного тока [1, 2]. Величина этого тока достигает в отдельных случаях 3 кА, что составляет  $(20 \div 30)\%$  от разрядного тока в источнике плазмы. Первоначально это явление было полностью приписано токам, выносимым из дугового источника с кольцевой геометрией газоразрядного канала в аксиальном магнитном поле [3] вследствие замагниченности в нем плазмы и изолированности по магнитному потоку катодного кольца от анода [4].

Однако по мере накопления экспериментальных данных о пространственном и временном распределении этого продольного тока, его функциональных зависимостях от параметров плазмы и условий эксперимента, стали появляться факты, не укладывающиеся в рамки принятой модели для продольного тока  $I_{||}$  как тока выноса, т.е. как части разрядного тока  $I_{arc}$ , выносимой из источника плазмы. Наиболее патологические из таких фактов – это значительное падение (до 200 А) полного продольного

тока  $I_{\parallel}$  в протяженном плазменном столбе при инверсии в нем радиального электрического поля  $E_r$ , приводящей к подавлению неустойчивости дифференциального вращения [5] и падению аномального сопротивления плазменного столба; увеличение  $I_{\parallel}$  с ростом коэффициента турбулентной диффузии плазмы  $D_T$ , когда растет аномальное сопротивление плазмы, и наличие порога этого эффекта по  $D_T$ ; неизменность  $I_{\parallel}$  в течении макроскопического в условиях эксперимента времени  $\tau \approx 40$  мкс в случае быстрого выключения тока дуги в источнике и, соответственно, наличие периода, когда  $I_{\parallel} \geq I_{arc}$  (рис.1); быстрое (относительно скиновых времен) формирование профиля тока  $j_{\parallel}(r)$  с максимумом на оси [6].

Обобщая, можно сказать, что постепенно стала проявляться четкая связь величины наблюдаемого тока  $I_{\parallel}$  с уровнем турбулентности плазменного столба, количественной мерой которого может служить коэффициент турбулентной диффузии  $D_T$ , определяемый в эксперименте по скорости изменения радиального профиля плотности плазмы [4, 7]. В своей совокупности приведенные факты (их число было бы нетрудно увеличить, так как выбраны просто наиболее наглядные!) выявили физическую несовместимость принятой модели тока выноса с экспериментальными данными и потребовали коренного изменения представлений о физической

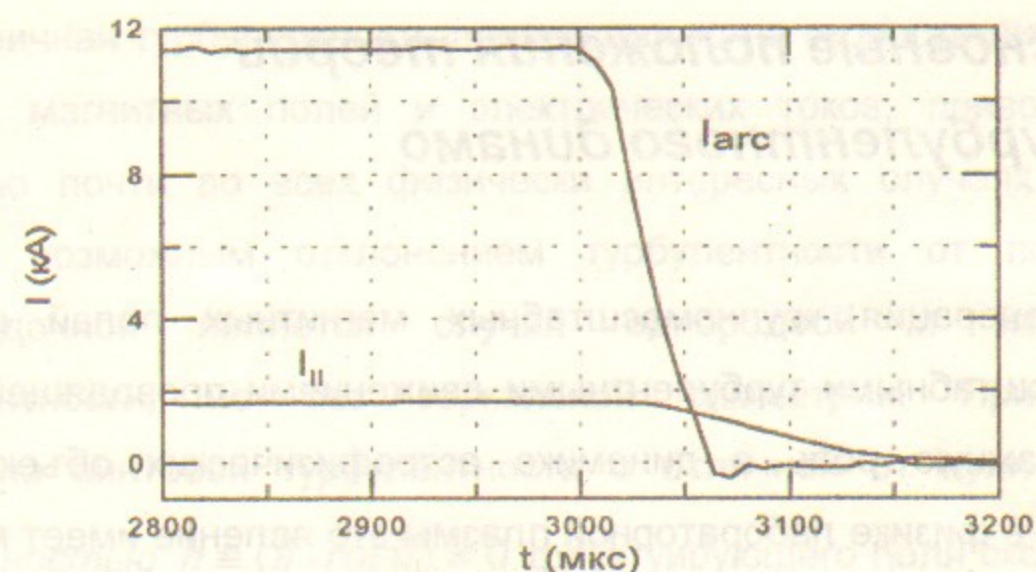


Рис.1. Динамика полного продольного тока  $I_{\parallel}$  и тока разряда  $I_{arc}$  при быстром ( $\tau \approx \tau_{cor}$ ) выключении плазменного источника.

природе основной части наблюдаемого продольного тока  $I_{\parallel}$ , ограничивая долю тока выноса уровнем  $(300 \pm 100) A$ , что соответствует величине обратного тока, возвращающегося непосредственно по периферии плазменного столба на анод источника плазмы [6]. В то же время, наблюдаемая зависимость  $I_{\parallel}$  от  $D_T$  дает несомненную подсказку в поисках возможного механизма генерации  $I_{\parallel}$  и, в конечном итоге, позволяет найти то единственное, что объясняет целое.

### 3. Основные положения теории турбулентного динамо

Генерация крупномасштабных магнитных полей и токов мелкомасштабными турбулентными движениями проводящей среды играет важную роль в динамике астрофизических объектов [8]. Однако и в физике лабораторной плазмы это явление имеет место. В частности, именно действием турбулентного динамо объясняется генерация тока, направленного *вдоль* силовой линии магнитного поля на оси тороидальных пинчей с обращенным магнитным полем [9] (так называемый *альфа-эффект*). Ниже мы покажем, что подобный эффект имеет место и в осесимметричных открытых магнитных ловушках.

Сравнительно общая теория турбулентного динамо была развита на основе теоретических идей Штеенбека [10, 11], который исследовал поведение средних электромагнитных полей, т.е. крупномасштабных компонент электромагнитных полей в электропроводящей среде с турбулентным движением. Эта теория называется обычно "электродинамикой средних полей". В рамках этой теории наиболее четко выявляются условия для генерации крупномасштабных полей мелкомасштабной турбулентностью. Согласно теореме Каулинга [12] самоподдерживающаяся генерация крупномасштабного электрического тока и магнитного поля невозможна при любой осесимметричной конфигурации силовых линий и симметричном движении проводящей среды. Полностью беспорядочная, т.е. однородная, изотропная и зеркально-

симметричная турбулентность влияет только на скорость диссипации средних магнитных полей и электрических токов, приводя к ее усилению почти во всех физически интересных случаях. Самым слабым возможным отклонением турбулентности от полностью беспорядочной является случай однородной и изотропной турбулентности, но без зеркальной симметрии. Привлечение феномена винтовой турбулентности с отличной от нуля *средней спиральностью*  $h \equiv \langle \bar{u} \cdot \text{rot } \bar{u} \rangle \neq 0$  флуктуирующего поля скорости  $\bar{u}$ , нарушающей зеркальную симметрию движений проводящей среды, позволяет построить уравнения, описывающие самогенерацию электрического тока и магнитного поля. В частности, однородная, изотропная, но зеркально-несимметричная турбулентность приводит к весьма необычному эффекту появления *средней электродвижущей силы* (э.д.с.)  $\bar{F}_{em}$ , коллинеарной среднему магнитному полю  $\bar{B}_0$ , — так называемому *альфа-эффекту* [10, 11]. Этот эффект по своей природе пропорционален квадрату пульсаций скорости и величине среднего магнитного поля. Он возрастает с увеличением магнитного числа Рейнольдса.

Несмотря на то, что основные представления теории альфа-эффекта для турбулентных движений проводящей среды были сформулированы более двадцати лет назад, результаты ее не получили широкого распространения среди физиков, работающих в области УТС, за исключением специалистов по тороидальным пинчам с обращенным магнитным полем. По этой причине целесообразно привести здесь ключевые положения этой теории и

элементарные, но наглядные, примеры альфа-эффекта. В изложении этого мы будем следовать преимущественно работам [13, 14].

Непосредственно из уравнений Максвелла следует уравнение индукции, которое линейно по  $\vec{B}$ :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{U} \times \vec{B}) + \eta \nabla^2 \vec{B}. \quad (1)$$

Здесь  $\eta \equiv 1/(\mu_0 \sigma_0)$  — коэффициент диффузии магнитного поля. Если поле скоростей  $\vec{U}(\vec{r}, t)$  задано, то в соответствии с граничными  $\vec{B}(\vec{g}, t)$  и начальными  $\vec{B}(\vec{r}, 0)$  условиями это уравнение совместно с уравнением  $\text{div} \vec{B} = 0$  полностью определяет эволюцию поля  $\vec{B}$ . Выделим у поля скорости и магнитного поля средние и пульсационные составляющие (двухмасштабный подход):

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = \vec{U}_0(\vec{r}, t) + \vec{u}(\vec{r}, t), \quad \langle \vec{u} \rangle = 0, \quad (2)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0(\vec{r}, t) + \vec{b}(\vec{r}, t), \quad \langle \vec{b} \rangle = 0. \quad (3)$$

Сдесь угловые скобки  $\langle \rangle$  означают усреднение по ансамблю пульсаций.

Тогда уравнение индукции также можно разделить на уравнения для среднего и пульсационного магнитных полей

$$\frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} = \nabla \times (\vec{U}_0 \times \vec{B}_0) + \nabla \times \vec{F}_{em} + \eta \nabla^2 \vec{B}_0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{U}_0 \times \vec{b}) + \nabla \times (\vec{u} \times \vec{B}_0) + \nabla \times \vec{G} + \eta \nabla^2 \vec{b}, \quad (5)$$

где

$$\vec{F}_{em} \equiv \langle \vec{u} \times \vec{b} \rangle, \quad (6)$$

$$\vec{G} \equiv \vec{u} \times \vec{b} - \langle \vec{u} \times \vec{b} \rangle. \quad (7)$$

Здесь  $\vec{F}_{em}$  — это и есть средняя электродвижущая сила, играющая главную роль в теории турбулентного динамо и появляющаяся в результате взаимодействия флуктуаций поля скорости  $\vec{u}$  и магнитного поля  $\vec{b}$ , а  $\vec{G}$  — пульсационная компонента этой э.д.с. Очевидно, что наша цель — нахождение  $\vec{F}_{em}$  как функционала от среднего магнитного поля  $\vec{B}_0$  и статистических свойств случайного поля  $\vec{u}$ . Перейдем в систему с  $\vec{U}_0 = 0$  и отбросим члены второго порядка по флуктуациям, что оправдано в приближении случайных волн (предел малых чисел Струхала  $Sh \ll 1$ , см. ниже). Получим:

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{u} \times \vec{B}_0) + \eta \nabla^2 \vec{b}. \quad (8)$$

Более того, пренебрежем диссипативными эффектами (предел больших магнитных чисел Рейнольдса  $Rm/Sh \gg 1$ , см. ниже). Останется:

$$\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{u} \times \vec{B}_0). \quad (9)$$

Откуда получаем следующее формальное решение :

$$\vec{b}(\vec{r}, t) = \int_0^t \nabla \times (\vec{u} \times \vec{B}_0) d\tau, \quad (10)$$

$$\vec{F}_{em}(\vec{r}, t) \equiv \langle \vec{u} \times \vec{b} \rangle = \int_0^\infty \langle \vec{u}(\vec{r}, t) \times \nabla \times [\vec{u}(\vec{r}, t - \tau) \times \vec{B}_0(\vec{r}, t)] \rangle d\tau. \quad (11)$$

Анализ общих свойств уравнений, описывающих пульсации, показывает, что в общем виде полярный вектор  $\vec{F}_{em}$  в случае однородной и изотропной турбулентности выглядит как

$$\vec{F}_{em} = \alpha \vec{B}_0 - \beta \text{rot} \vec{B}_0, \quad (12)$$

т.е. выражается через аксиальный вектор  $\vec{B}_0$  и полярный вектор  $\text{rot} \vec{B}_0$ . Соответственно параметры  $\alpha$  и  $\beta$  являются псевдоскаляром и истинным скаляром. Из последнего соотношения видно, что закон Ома для средних полей в турбулентной и проводящей средах существенно модифицируется и может быть записан в виде

$$\vec{j} = \sigma_T (\vec{E} + \alpha \vec{B}_0 + \vec{U}_0 \times \vec{B}_0), \quad (13)$$

где

$$\sigma_T = \frac{\sigma_0}{1 + \mu_0 \sigma_0 \beta} \quad (14)$$

– эффективная электропроводность турбулентной среды, которая оказывается меньше “номинальной” электропроводности  $\sigma_0$ . (В соответствии с такой модификацией закона Ома далее понятие турбулентной э.д.с. мы будем использовать, как правило, в более узком смысле, подразумевая под ней только первый член в правой части определения (12), т.е.  $\vec{F}_{em} = \alpha \cdot \vec{B}_0$ ). И уже как результат использованных выше приближений случайных волн и высокой проводимости среды находим окончательно следующие соотношения для параметров  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\alpha = -\frac{1}{3} \int_0^\infty \langle \vec{u}(\vec{r}, t) \cdot \text{rot} \vec{u}(\vec{r}, t - \tau) \rangle d\tau, \quad (15)$$

$$\beta = \frac{1}{3} \int_0^\infty \langle \vec{u}(\vec{r}, t) \cdot \vec{u}(\vec{r}, t - \tau) \rangle d\tau. \quad (16)$$

Оценивая значения интегралов (15) и (16), получим по порядку величины:

$$\alpha \approx -\frac{1}{3} \langle \vec{u} \cdot \text{rot} \vec{u} \rangle \tau_{cor} = -\frac{1}{3} h \tau_{cor}, \quad (17)$$

$$\beta \approx \frac{1}{3} \langle \vec{u}^2 \rangle \tau_{cor} = D_T. \quad (18)$$

Здесь параметр  $h \equiv \langle \vec{u} \cdot \text{rot} \vec{u} \rangle$  – средняя спиральность турбулентных движений проводящей среды.



Очевидно, что условие  $h \neq 0$  указывает на то, что турбулентность имеет спиральность. В случае зеркальной симметрии величина  $h$  должна быть, с одной стороны неизменной, так как все статистические свойства поля  $\vec{u}$  не изменяются при отражении, а с другой — должна изменить знак, так как  $h$  — псевдоскаляр. Поэтому для зеркально-симметричной турбулентности  $h = 0$  и, соответственно,  $\alpha = 0$ .

#### 4. Достаточные условия и простые примеры реализации альфа-эффекта

Возможность появления тока, параллельного локальному среднему полю  $\vec{B}_0$ , находится в разительном противоречии с привычной ситуацией, когда индуцированный движением проводника ток перпендикулярен полю  $\vec{B}$ . Кажется парадоксальным, что два векторных поля  $\vec{B}$  и  $\vec{u} \times \vec{B}$ , которые везде перпендикулярны друг другу, тем не менее могут иметь усредненные части, которые не перпендикулярны (и могут быть даже параллельны друг другу). Очевидно, что для создания альфа-эффекта необходима некоторая диссипация, роль которой сводится к сдвигу фазы возмущений поля  $\vec{B}$  относительно фазы индуцирующих их возмущений поля скорости  $\vec{u}$ , т.е. к операции, имеющей решающее значение для создания

отличной от нуля средней э.д.с.  $\vec{F}_{em} \equiv \langle \vec{u} \times \vec{b} \rangle$ , коллинеарной среднему магнитному полю  $\vec{B}_0$ .

С другой стороны, очевидно (из уравнения индукции (1)), что для превращения механической энергии в магнитную требуется такая деформация проводящей среды, которая существенно растягивает силовые линии магнитного поля. Необходимым условием для существования эффекта динамо при этом является достаточная интенсивность такой деформации, чтобы индукционный эффект этого движения уравновешивался или превосходил бы тоже необходимый, как отмечалось выше, диссипативный эффект. Их отношение выражается магнитным числом Рейнольдса  $Rm$ , представляющим собой ограничение снизу на скорость деформации. Следует ожидать, что в случае динамо это число должно превышать некоторое пороговое значение, близкое по порядку величины к единице. Теория дает значение  $Rm = \pi$  [13].

Прежде чем сформулировать условия, при которых обоснованы полученные выше результаты, заметим, что они (условия) не являются фундаментальной частью магнитной гидродинамики средних полей. Например, замечательное соотношение (12) на них не основано. Однако эти приближения позволяют вычислить некоторые реальные модели довольно простым образом.

Введем теперь два масштаба, характеризующих изменения поля турбулентных скоростей  $\vec{u}(\vec{r}, t)$  во времени и пространстве, т.е.

время корреляции  $\tau_{cor}$  и длину корреляции  $\lambda_B$ . Поскольку флуктуационная часть магнитного поля  $\vec{b}$  возникает вследствие взаимодействия поля  $\vec{u}$  со средним магнитным полем  $\vec{B}_0$ , которое слабо зависит от времени и координат, то масштабы  $\tau_{cor}$  и  $\lambda_B$  характеризуют также поле  $\vec{b}$ . Заметим, что длину корреляции здесь мы сразу обозначили несколько необычным символом  $\lambda_B$ . Дело в том, что в интересующем нас случае, как это будет показано ниже, корреляции между одновременными флуктуациями в открытой ловушке распространяются на длины порядка масштаба характерной неоднородности магнитного поля  $\lambda_B \equiv \langle |B_0 \cdot (dB_0/dz)^{-1}| \rangle$ . Вопрос же о временных корреляциях флуктуаций требует учета диссипативных процессов.

Наше первое приближение, которым мы неявно пользовались при нахождении турбулентной э.д.с.  $\vec{F}_{em}$  как функционала от среднего магнитного поля  $\vec{B}_0$ , является *двухмасштабность* турбулентности, т.е. что характерные времена  $\tau_{cor}$  и длины  $\lambda_B$  корреляции флуктуаций малы по сравнению с соответствующими масштабами изменения для средних полей:

$$\tau_{cor} \ll T, \quad \lambda_B \ll L. \quad (19)$$

Наше второе приближение – отбрасывание членов второго порядка по флуктуациям в (5) оправдано при наличии *достаточно быстрой диссипации*, обеспечивающей приближение случайных волн

или малость числа Струхаля  $Sh$  (и, соответственно, сдвиг фаз между пульсациями  $\vec{u}$  и  $\vec{b}$ ):

$$Sh \equiv \frac{u_0 \tau_{cor}}{\lambda_B} \ll 1. \quad (20)$$

Здесь мы использовали обозначение  $u_0$  для среднеквадратичной флуктуации скорости, т.е.  $u_0 \equiv \langle \vec{u}^2 \rangle^{1/2}$ .

Наше третье приближение – пренебрежение диссипативным членом в уравнении (8) будет вполне оправдано в случае *преобладания индукции над диссипацией* (предел большой проводимости или значительность магнитного числа Рейнольдса  $Rm$ ) [14]:

$$Rm \equiv \mu_0 \sigma_0 u_0 R \geq \pi. \quad (21)$$

Четвертым условием, безусловно необходимым для реализации альфа-эффекта, как это следует из выражений (15) и (17), является наличие *средней спиральности*  $h$  турбулентных движений плазмы:

$$h \equiv \langle \vec{u} \cdot \text{rot} \vec{u} \rangle \neq 0. \quad (22)$$

В своей совокупности эти четыре условия (19)-(22) являются, как было показано выше, достаточными для реализации альфа-эффекта в турбулентной проводящей среде.

Обосновав возможность альфа-эффекта в пределе большой проводимости, приведем также его простую и общепринятую иллюстрацию (рис.2). В этом случае силовая трубка среднего магнитного поля  $\vec{B}_0$  под действием локального спирального движения приобретает форму скрученной буквы  $\Omega$ . Появление магнитной петли сопровождается током  $\vec{J}$ , который в случае правовинтовых спиральных движений имеет компоненту, антипараллельную среднему магнитному полю. Левовинтовое спиральное движение приводит к току, параллельному среднему магнитному полю.

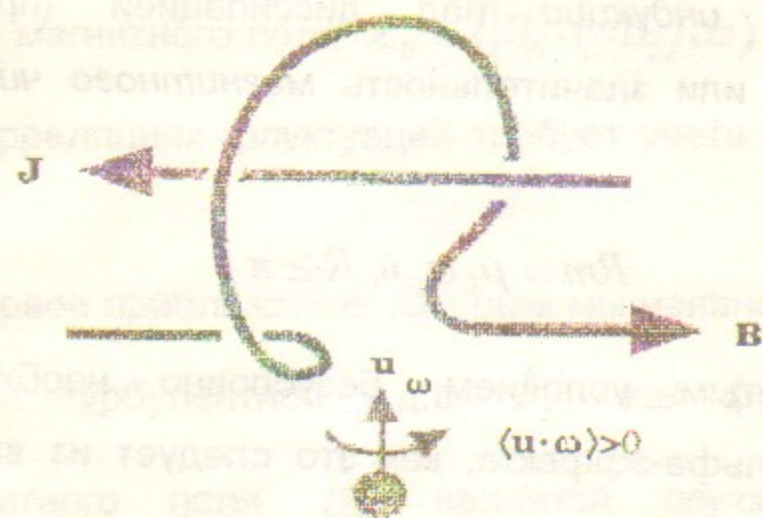


Рис.2. Скручивание силовой трубки магнитного поля в среде с локальным спиральным движением.

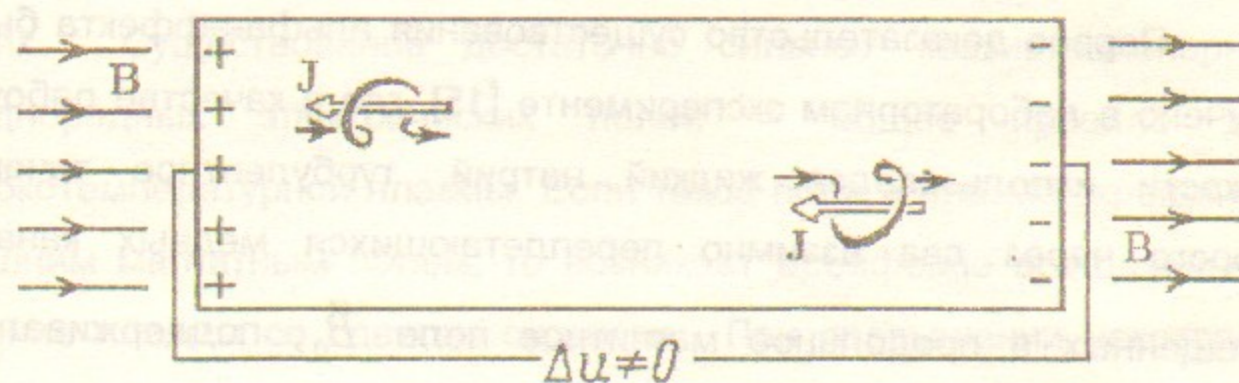


Рис.3. Возникновение разности потенциалов  $\Delta U$  в турбулентном плазменном столбе с мелкомасштабными спиральными движениями.

Рассмотрим теперь плазменный столб (рис.3), находящийся в состоянии мелкомасштабного турбулентного движения, поддерживаемого внешним источником энергии. Турбулентность может быть однородной и изотропной, но иметь среднюю спиральность, т.е. один из видов спирального движения должен быть более вероятен, чем другой. Примем, например, что большую вероятность имеют правовинтовые спиральные движения, а магнитное поле направлено слева направо. В этих условиях должен проявиться альфа-эффект, приводящий к возникновению положительного заряда на левом торце плазменного столба и отрицательного — на правом. Снаружи мы можем измерить возникшую разность потенциалов  $\Delta U$  в направлении, параллельном магнитному полю. Если же перемкнуть между собой снаружи оба торца плазменного столба, то по плазме потечет электрический ток, величина которого будет определяться внутренним сопротивлением плазменного столба и сопротивлением внешней "перемычки".

Первое доказательство существования альфа-эффекта было получено в лабораторном эксперименте [15], где в качестве рабочей жидкости использовался жидкий натрий, турбулентное течение которого через два взаимно переплетающихся медных канала, помещенных в продольное магнитное поле  $\vec{B}_0$ , поддерживалось зеркально-несимметричным. Были исследованы зависимости возникающей между торцевыми электродами э.д.с.  $\Delta U$  от величины магнитного поля  $B_0$  и параметра  $\alpha$ . Этот эксперимент убедительно подтвердил линейную связь между  $\Delta U$  и  $\alpha$ ,  $B_0$ , и явился принципиальной основой теории самовозбуждения электромагнитного поля за счет наличия в законе Ома (13) члена, коллинеарного среднему магнитному полю  $\vec{B}_0$ .

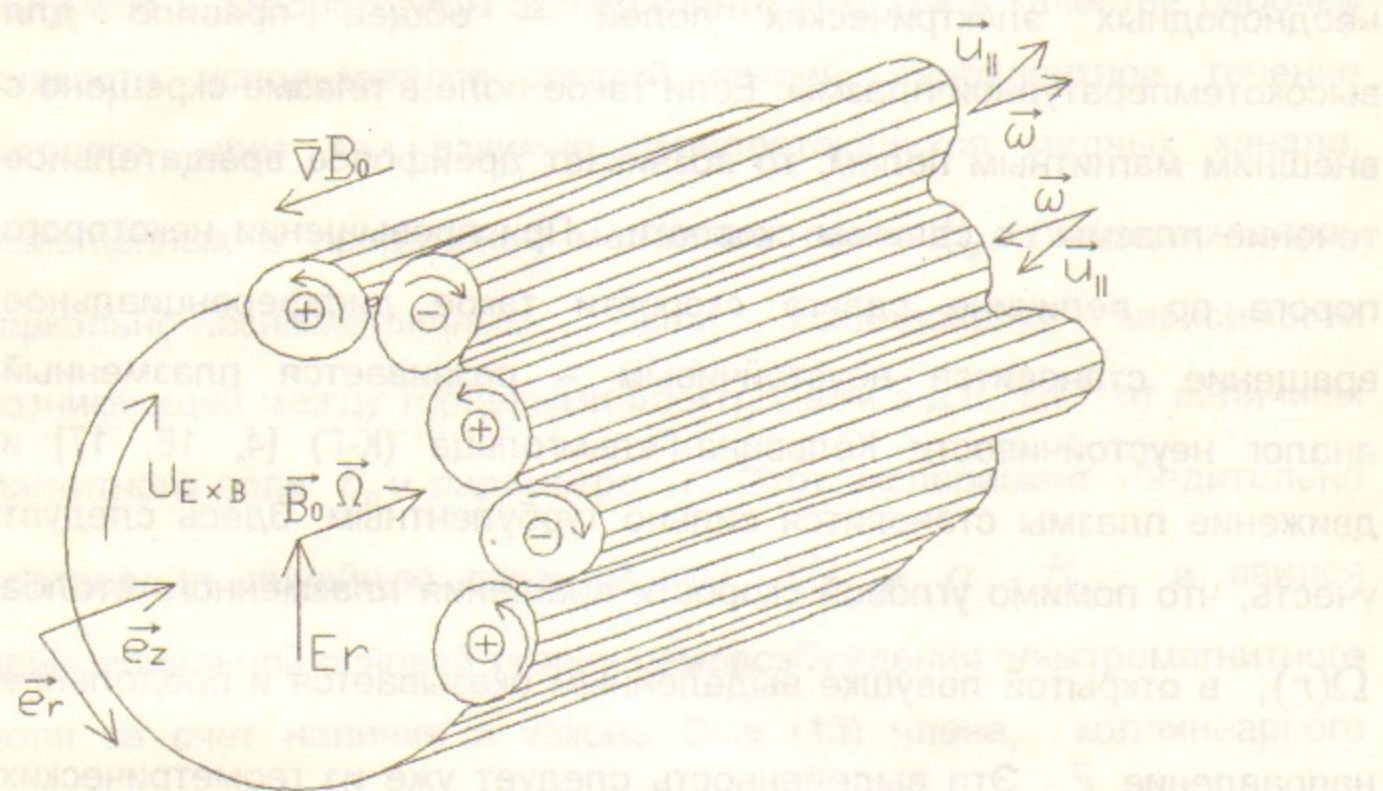
## 5. Модель альфа-эффекта в открытой ловушке

Известно, что ненулевую спиральность можно ожидать только при наличии среднего вращательного движения. Турбулентное движение, не обладающее изначальной спиральностью, приобретает ее, если участвует во вращении. Замечательной особенностью открытых магнитных ловушек для удержания высокотемпературной плазмы является то, что и турбулентность, и спиральность возникают в них совершенно естественным образом благодаря неоднородному азимутальному вращению плазменного столба в скрещенных  $\vec{E} \times \vec{B}$

полях. Существование достаточно сильных квазистационарных неоднородных электрических полей – общее правило для высокотемпературной плазмы. Если такое поле в плазме скрещено с внешним магнитным полем, то возникает дрейфовое вращательное течение плазмы со сдвигом скорости. При превышении некоторого порога по величине сдвига скорости такое дифференциальное вращение становится неустойчивым – развивается плазменный аналог неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (К-Г) [4, 16, 17] и движение плазмы становится сильно турбулентным. Здесь следует учесть, что помимо угловой скорости вращения плазменного столба  $\vec{\Omega}(r)$ , в открытой ловушке выделенным оказывается и продольное направление  $\vec{e}_z$ . Эта выделенность следует уже из геометрических соображений, т.е. из наличия значительных продольных градиентов полей и параметров плазмы. Таким образом, имеем турбулентность при наличии аксиального вектора  $\vec{\Omega}$  и полярного вектора  $g\vec{e}_z$ , из которых естественным образом составляется псевдоскаляр  $g(\vec{e}_z \cdot \vec{\Omega})$ , отвечающий за появление средней э.д.с.  $\vec{F}_{em}$ , коллинеарной среднему магнитному полю  $\vec{B}_0$ .

Рис.4 схематически иллюстрирует образование и движение дрейфовых вихрей в неоднородном магнитном поле на участке между соседними экстремумами  $\vec{B}_0(z)$  и поясняет механизм появления средней спиральности  $h \equiv \langle \vec{u} \cdot \text{rot} \vec{u} \rangle \neq 0$  турбулентных движений в

плазменной струе, неустойчивой относительно дифференциального



$$\vec{\omega}(\omega_r, \omega_z), \vec{u}_{||}(u_r, u_z)$$

$$\langle \vec{u}_{||} \cdot \vec{\omega} \rangle = \langle u_r \cdot \omega_r \rangle + \langle u_z \cdot \omega_z \rangle$$

$$\langle u_z \cdot \omega_z \rangle \neq 0$$

Рис.4. Схематическое изображение динамики дрейфовых вихрей, образующихся при развитии неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, на участке между соседними сечениями максимума и минимума  $B_0(z)$ .

вращения в скрещенных полях. Ранее нами было показано [4], что при заполнении открытой ловушки плазмой из дугового источника с изолированными по магнитному потоку кольцевыми электродами в образующийся плазменный столб "выносятся" крайне неоднородное радиальное электрическое поле  $E_r(r)$  и развивается неустойчивость

К-Г. Развитие неустойчивости приводит к образованию вытянутых вдоль магнитного поля дрейфовых вихрей (вихревых трубок, конвективных ячеек), формирующихся вокруг локальных минимумов и максимумов возмущенного потенциала. Форма поперечного сечения дрейфовых вихрей определяется в общем случае формой образующихся эквипотенциалей. Другими словами, единичный вихрь представляет собой вытянутую вдоль среднего магнитного поля  $\vec{B}_0$  конвективную ячейку, в которой с помощью внешних граничных условий создан экстремум потенциала (или область с немонотонным электрическим полем, скрещенным с магнитным полем). Отметим, что данное определение вовсе не предполагает чтобы поперечное сечение плазменного вихря было округлым по форме. Оно может иметь и более сложную структуру при том лишь условии, что эта форма определяется, как было сказано выше, формой образующихся эквипотенциалей. На рис.4 для простоты дрейфовые траектории  $\vec{E} \times \vec{B}$  движения частиц плазмы по эквипотенциалам во вращающейся системе отсчета представлены в виде развернутых эллипсов. Знак завихренности этого движения при заданном направлении магнитного поля  $\vec{B}_0$  определяется направлением электрического поля в конвективной ячейке. В случае неустойчивости К-Г флуктуации плотности и потенциала в возникающем ансамбле азимутальных электростатических волн оказываются в противофазе [4], т.е. при  $\partial n / \partial r < 0$  всплывающие (по радиусу) вихри образуются вокруг локальных минимумов потенциала и вращаются по часовой стрелке вокруг своей оси, а погружающиеся – вокруг максимумов

потенциала и вращаются против. Таким образом, с учетом направления вектора среднего радиального электрического поля в плазменном столбе  $\vec{E}_r$  (рис.4), развитие неустойчивости К-Г можно рассматривать как процесс образования дрейфовых плазменных вихрей циклонической и антициклонической полярности.

Движение плазмы дрейфовых вихрей в неоднородном магнитном поле открытой ловушки происходит таким образом, что при этом сохраняется продольный адиабатический инвариант  $J = \int_x^y (\vec{U} \cdot d\vec{s})$ , где интегрирование ведется вдоль силовой линии магнитного поля по периоду его гофрировки для пролетных частиц, и между точками остановки – для захваченных. Другими словами, продольное течение плазмы в таком дрейфовом вихре, совершающем в целом малые ( $Sh \ll 1$ ) радиальные смещения, является потенциальным. Поэтому в выражении (22) для средней спиральности будет удобным сразу разделить пульсационную скорость  $\vec{u}$  на потенциальную (“продольную”) и вихревую (поперечную) части  $\vec{u}_{\parallel}$  и  $\vec{u}_{\perp}$  согласно определению

$$\vec{u} = \vec{u}_{\parallel} + \vec{u}_{\perp}, \quad \text{div} \vec{u}_{\perp} = 0, \quad \text{rot} \vec{u}_{\perp} = \vec{\omega}, \quad \text{rot} \vec{u}_{\parallel} = 0. \quad (23)$$

Обратим внимание, что определенные таким образом вектора  $\vec{u}_{\parallel}$  и  $\vec{u}_{\perp}$  не всегда являются взаимно ортогональными, а вектор  $\vec{u}_{\parallel}$  всегда (см. рис.4) направлен по касательной  $d\vec{s} \parallel \vec{\omega}$  к силовой линии магнитного поля. Воспользовавшись этим разложением, представим

полную среднюю спиральность  $h$  турбулентных движений плазмы в виде

$$h \equiv \langle \vec{u} \cdot \text{rot} \vec{u} \rangle = \langle \vec{u}_{\parallel} \cdot \text{rot} \vec{u}_{\perp} \rangle = \langle u_r \cdot \omega_r \rangle + \langle u_z \cdot \omega_z \rangle, \quad (24)$$

где  $u_r, u_z$  – составляющие пульсационной скорости  $\vec{u}_{\parallel}$  потенциальных движений плазмы в дрейфовом вихре.

Здесь уже необходимо отметить, что, как видно из рис.4, составляющая  $\langle u_r \cdot \omega_r \rangle \approx \langle u_r \cdot \omega \cdot (B_r/B_z) \rangle$  будет антисимметрична относительно плоскости локального минимума  $B_0(z)$ , и при усреднении между симметричными пробками ее вклад в полную среднюю спиральность  $h$  оказывается равен нулю. Тем не менее, эта составляющая полной спиральности создает разность потенциалов между центром пробкотрона и пробками, равную (см. ниже) по порядку величины  $(D_T \cdot B) \ln \mathcal{R}$ , где  $\mathcal{R}$  – пробочное отношение. Наличие такой разности потенциалов в случае  $(D_T \cdot B) \geq (T_e/e)$ , что обычно имеет место при развитии неустойчивости К-Г [4], может оказывать существенное влияние на характеристики продольного удержания плазмы в открытой ловушке. Однако подробное рассмотрение этого эффекта выходит за рамки данной работы.

Таким образом, при наличии в открытой ловушке макроскопического течения плазмы со средней скоростью  $U_z \neq 0$  полная средняя спиральность  $h$  между симметричными пробками

определяется, главным образом, составляющей  $\langle u_z \cdot \omega_z \rangle$ . Из

условия  $rot \vec{u}_{\parallel} = 0$  (или  $J = \int_x^y (\vec{U} \cdot d\vec{s}) = const$ ) следует очевидное

соотношение  $u_z / \delta r \approx u_r / \lambda_B$ , т.е. в неоднородном вдоль  $\vec{e}_z$

магнитном поле во всплывающем вихре, переходящем на силовые линии с бóльшим пробочным отношением, средняя продольная

скорость течения плазмы  $U_z$  увеличивается на величину

$u_z \approx u_r (\delta r / \lambda_B)$ , а в погружающемся, соответственно, уменьшается.

Здесь  $\delta r = u_r \cdot \tau_{cor}$  — характерная амплитуда радиальных смещений

дрейфового вихря,  $\lambda_B \equiv \left\langle \left| B_0 \cdot (dB_0/dz)^{-1} \right| \right\rangle$  — характерный

пространственный масштаб неоднородности магнитного поля. Так как

вектор  $\vec{\omega}$  угловой скорости вращения вихрей, образующихся в

результате развития неустойчивости К-Г, изменяет знак при

изменении направления радиального движения вихря (т.е. при

изменении знака  $u_r$  и, следовательно,  $u_z$ ), то, используя условие

развитой турбулентности  $\omega \delta r / u_r \sim 1$ , получаем следующую простую

оценку для полной средней спиральности

$$h \equiv \langle \vec{u} \cdot rot \vec{u} \rangle = \langle u_z \cdot \omega_z \rangle \approx \left\langle u_r \cdot \omega \cdot \frac{\delta r}{\lambda_B} \right\rangle \cong \frac{\langle u_r^2 \rangle}{\lambda_B} \quad (25)$$

Откуда, используя соотношения (17) и (18), определяем искомый

псевдоскалярный параметр

$$\alpha \approx -\frac{1}{3} \langle \vec{u} \cdot rot \vec{u} \rangle \tau_{cor} \cong -\frac{1}{3} \frac{\langle u_r^2 \rangle}{\lambda_B} \tau_{cor} = -\frac{D_T}{\lambda_B} \quad (26)$$

и характерную величину средней э.д.с.

$$\vec{F}_{em} = \alpha \vec{B}_0 \cong -\frac{D_T \vec{B}_0}{\lambda_B} \quad (27)$$

Таким образом, параметр  $\alpha$  и, следовательно, величина

турбулентной э.д.с.  $\vec{F}_{em}$  действительно оказываются

пропорциональны интенсивности турбулентности, выраженной через

$D_T$ , деленной на некоторый пространственный масштаб

неоднородности среднего магнитного поля  $\vec{B}_0$ .

Прежде чем мы перейдем к сравнению предсказаний

построенной здесь модели альфа-эффекта для открытой ловушки,

покажем, что в нашем случае имеют место именно те физические

условия (19)-(22) для реализации альфа-эффекта, которые были

рассмотрены выше. Эти оценки необходимы для представления

общей физической ситуации в обсуждаемом эксперименте. Выберем

временной интервал  $T = (1000 \div 1300) \text{ мкс}$  от начала рабочего

импульса источника, когда параметры плазмы в ловушке

оказываются близки в совокупности к некоторому квазистационарному

уровню. В этот момент максимум мощности в спектре флуктуаций

плазмы на внутренних радиусах плазменного столба приходится на

область частот вблизи  $16 \text{ кГц}$ , что соответствует первой

азимутальной моде  $m=1$ ,  $\omega_1 = 2\pi f_1 \approx 10^5 \text{ с}^{-1}$ . Время корреляции

флуктуаций  $\tau_{cor}$  определяем аппроксимируя экспериментально полученную автокорреляционную функцию (рис.5) с помощью соотношения:

$$\psi(\tau) = \langle x(t) \cdot x(t + \tau) \rangle = \langle x^2(t) \rangle \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_{cor}}\right). \quad (28)$$

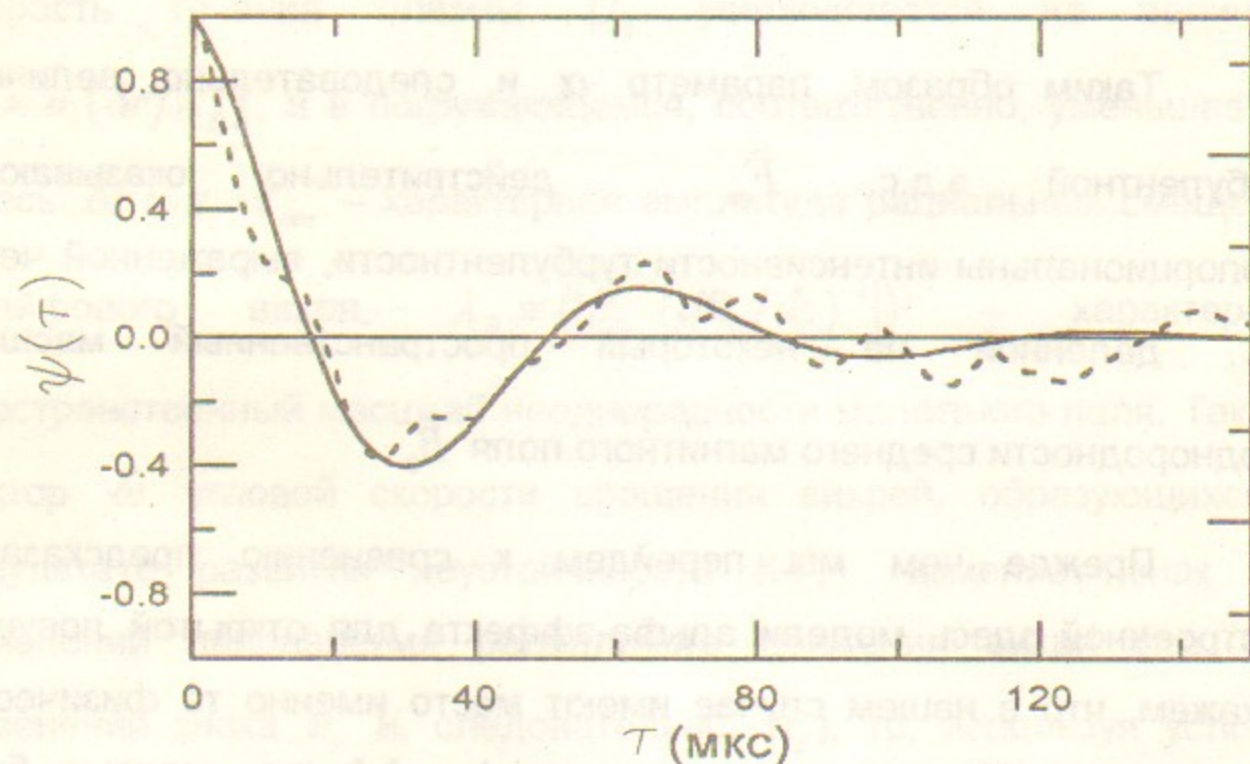


Рис.5. Автокорреляционная функция флуктуаций потенциала :

пунктирная линия - экспериментальная зависимость,

сплошная - расчет по формуле (28) с  $\tau_{cor}=34$  мкс.

Получаем, что  $\tau_{cor} \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ с} \cong \pi/\omega_1 \ll T$ . Отсюда следует, что время диссипации по порядку величины соответствует обратной частоте энергосодержащей моды, что, впрочем, вполне естественно в нашем случае развитой турбулентности. Также с использованием

экспериментальных результатов ( $\delta r \approx 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  $U_z \approx 0,6 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ ) [7] и заданного распределения магнитного поля в ловушке АМБАЛ-М получаем оценки на среднеквадратичную величину пульсаций радиальной скорости  $u_r \approx 1,7 \cdot 10^3 \text{ м/с}$  и их характерный масштаб длины  $\lambda_B \approx 0,5 \text{ м} \ll L \approx 6 \text{ м}$ . Отсюда следуют оценки на число Струхала:

$$Sh \equiv \frac{u_r \tau_{cor}}{\lambda_B} \approx 0,1 \ll 1, \quad (29)$$

на магнитное число Рейнольдса (при  $T_e \approx 50 \text{ эВ}$ ):

$$Rm \equiv \mu_0 \sigma_0 u_r \delta r \approx 16 > \pi, \quad (30)$$

на среднюю спиральность турбулентных движений плазмы:

$$h \equiv \langle \vec{u} \cdot \text{rot} \vec{u} \rangle \approx \frac{\langle u_r^2 \rangle}{\lambda_B} \approx 6 \cdot 10^6 \text{ м/с}^2 \neq 0, \quad (31)$$

а также на коэффициент турбулентной диффузии:

$$D_T = \frac{1}{3} \langle u_r^2 \rangle \tau_{cor} \approx 30 \text{ м}^2/\text{с}. \quad (32)$$

Заметим, что полученное таким образом значение  $D_T$  согласуется с его средней по сечению плазменного столба величиной, определенной по скорости изменения радиального распределения  $n(r, z(t))$  [4,7], что подтверждает надежность сделанных здесь оценок. Таким образом, в эксперименте



действительно реализуются условия (19)-(22), в совокупности достаточные, как было показано выше, для осуществления альфа-эффекта.

Для получения оценок основных интересующих нас величин обратимся к соотношениям (26)-(27), справедливым в предельном случае высокой проводимости. Находим

$$\alpha \approx -\frac{D_T}{\lambda_B} \approx 60 \text{ м/с}, \quad (33)$$

$$F_{em} = \alpha B_0 \approx -\frac{D_T \cdot B_0}{\lambda_B} \approx -45 \text{ В/м}. \quad (34)$$

Здесь и далее мы используем значение коэффициента  $D_T$ , полученное при номинальном магнитном поле в источнике  $B_0 = 0,75 \text{ Тл}$ . В силу же бомовского характера зависимости  $D_T(B)$  [4, 7] произведение  $D_T \cdot B_0$  оказывается постоянным вдоль плазменного столба (при условии постоянства градиента электрического потенциала по магнитному потоку  $\Omega(z) = -\partial\phi/(rB_0 \partial r) = \text{const}$ ).

## 6. Сравнение предсказаний модели с экспериментом

Теперь, когда мы показали, что в открытой ловушке в экспериментах с плазменной струей, неустойчивой относительно дифференциального вращения, выполняются все оговоренные выше условия для действия альфа-эффекта, на первый план выходит вопрос о поиске конкретных доказательств его проявления. Эффект возникновения в плазменном столбе значительных продольных токов и его зависимость от уровня турбулентности плазмы, о чем говорилось во втором разделе, является, несомненно, наблюдаемым фактом и обсуждению может подлежать только интерпретация этого результата. Безусловно, одним из таких доказательств было бы прямое измерение разности потенциалов  $\Delta U$  в направлении вдоль магнитного поля, возникающей на всей длине плазменного столба в результате действия альфа-эффекта. Для параметров турбулентности и магнитного поля в ловушке АМБАЛ-М ( $D_T \approx 30 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $B_0 = 0,75 \text{ Тл}$ ) получаем следующую оценку на величину этой разности потенциалов

$$\Delta U = \int_0^L F_{em} dz \approx -(D_T \cdot B) \int_0^L \frac{dz}{\lambda_B(z)} \approx -270 \text{ В}. \quad (35)$$

Однако кроме турбулентной э.д.с. в плазме присутствует и квазистационарное электрическое поле  $E_z(r, z)$ , связанное с наличием продольных градиентов плотности и температуры плазмы,

вклад которого в измеряемую разность потенциалов может достигать нескольких  $(T_e/e)$ , т.е. оказывается одного порядка с (35). Поэтому такое непосредственное измерение величины турбулентной э.д.с. во всем временном интервале ее действия оказывается невозможным. Тем не менее, косвенная экспериментальная оценка величины  $\Delta U$  все-таки возможна. Примем во внимание, что область действия турбулентной э.д.с. находится внутри (по магнитному потоку) цилиндрической зоны радиуса  $r < R_c$ , где  $R_c = 5,5 \text{ см}$  – внутренний радиус катодного кольца источника плазмы. Также учтем, что продольные градиенты плотности и температуры относительно мало изменяются по сечению плазменного столба внутри зоны  $r < R_a$ , где  $R_a = 6,5 \text{ см}$  – внутренний радиус анодного кольца. Тогда возникающую разность потенциалов между центральным “плавающим” электродом источника ( $r < R_c$ ) и катодом ( $R_c \leq r < R_a$ ) можно отнести преимущественно на счет действия турбулентной э.д.с. Как видно из рис.6 эта разность действительно близка к полученной выше (35) оценке  $\Delta U$ . Отметим, что при подавлении (внешними средствами) уровня турбулентности в плазменном столбе потенциал центрального электрода в источнике приближается к потенциалу катода.

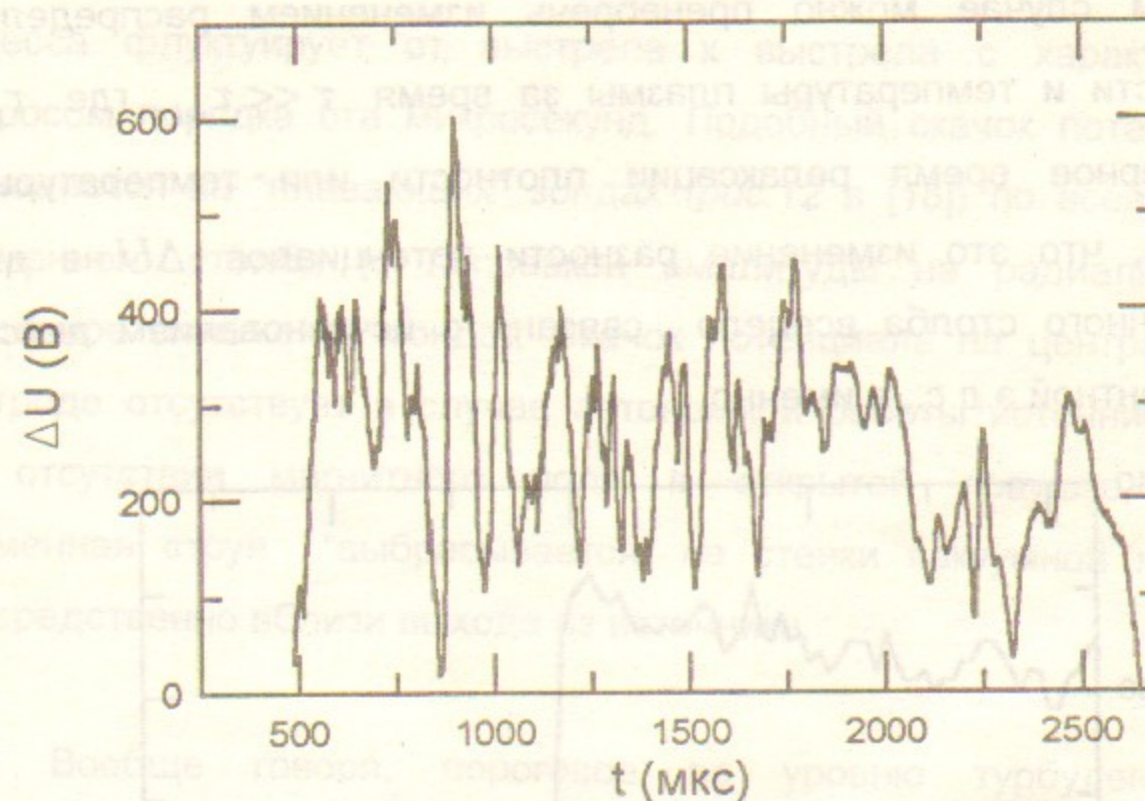


Рис.6. Осциллограмма разности потенциалов между центральным электродом и катодом плазменного источника.

Однако возможность более точной проверки в эксперименте предсказаний формулы (27) связана с пороговым характером действия альфа-эффекта в зависимости от интенсивности турбулентных движений (21). Поэтому, в случае “медленного” выключения источника энергии турбулентных движений плазмы (дугового разряда) можно ожидать скачкообразного изменения потенциала центрального электрода при прохождении уровня турбулентности через зону  $Rm \approx \pi$ . На рис.7 представлен такой резкий скачок ( $\tau < \tau_{cor}$ ) “плавающего” потенциала центрального электрода на выходе из источника, наблюдаемый в установке АМБАЛ-М в момент порогового “выключения” э.д.с. при  $Rm \approx \pi$ , т.е. на спаде турбулентности по окончании разряда в источнике плазмы.

В этом случае можно пренебречь изменением распределений плотности и температуры плазмы за время  $\tau \ll \tau_{rel}$ , где  $\tau_{rel}$  — характерное время релаксации плотности или температуры, и считать, что это изменение разности потенциалов  $\Delta U$  на длине плазменного столба всецело связано с исчезновением действия турбулентной э.д.с., а именно

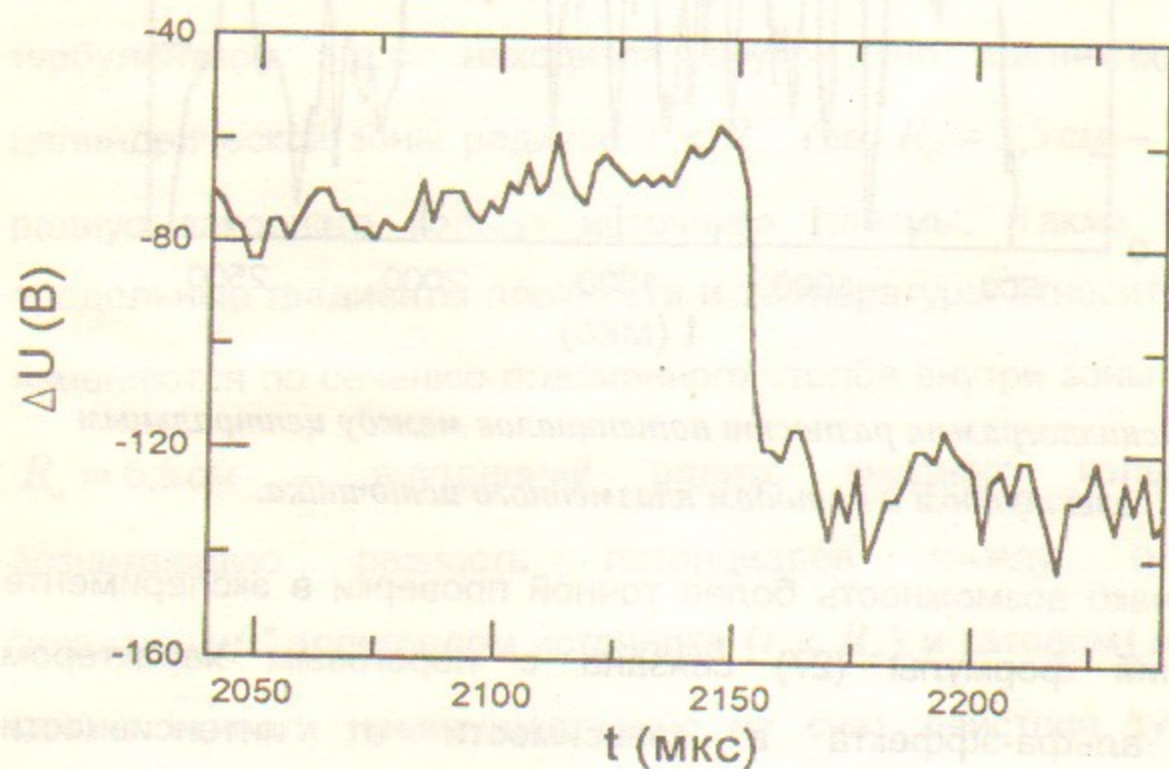


Рис.7. Скачок разности потенциалов на длине плазменного столба в ловушке АМБАЛ-М при прохождении уровня турбулентности через зону  $R_m \approx \pi$ .

$$\Delta U = \int_0^L F_{em}(R_m = \pi) dz \approx -60 \text{ В}, \quad (36)$$

что хорошо согласуется с экспериментом. Временная привязка этого скачка в соответствии с статистической природой определяющего его

процесса флуктуирует от выстрела к выстрелу с характерным разбросом порядка ста микросекунд. Подобный скачок потенциала наблюдается на "плавающих" зондах (рис.12 в [18]) по всей длине плазменного столба (с поправкой амплитуды на радиальное и аксиальное положение зонда). Скачок потенциала на центральном электроде отсутствует в случае автономной работы источника, т.е. при отсутствии магнитного поля в открытой ловушке, когда плазменная струя "выбрасывается" на стенки вакуумной камеры непосредственно вблизи выхода из источника.

Вообще говоря, пороговое по уровню турбулентности "включение" э.д.с. наблюдается и на переднем фронте рабочего импульса. Однако в это время присутствуют большие шумы в потенциалах плазмы и электродов источника, которые отражаются даже в высокочастотной наводке на ток дуги (рис.2 в [6]). Связаны они с "микроробойным" формированием проводящего промежутка между вакуумной камерой и анодом источника (источник как целое "плавает"), — необходимым процессом для замыкания возникающего продольного тока. Все это делает момент "включения" турбулентной э.д.с. менее наглядным для ее количественного анализа.

Для проверки в эксперименте предсказаний теории относительно радиальной зависимости турбулентной э.д.с. был выбран участок плазменного столба протяженностью  $\Delta z = 40 \text{ см}$  с центром во входной по течению струи пробке концевой системы АМБАЛ-М ( $z = -86 \text{ см}$ ), где продольные градиенты плотности и температуры плазмы минимальны. Измерялась радиальная

В этом случае можно предположить, что зависимость разности потенциалов между двумя зондами с аксиальными координатами  $z = -106$  см и  $z = -66$  см, находящимися на одной силовой линии магнитного поля. На рис.8 представлена полученная таким методом зависимость  $\Delta U(r)$  и экспериментальная же зависимость величины среднеквадратичных флуктуаций потенциала  $\tilde{\varphi}(r) \propto D_T(r)$ . Видно неплохое соответствие их профилей. Что касается абсолютной величины турбулентной э.д.с., к примеру, в максимуме распределения  $\Delta U(r)$ , то теория предсказывает:

$$\Delta U = (D_T \cdot B) \int_{-106}^{-66} \frac{dz}{\lambda_B(z)} = -0,74 \cdot (D_T \cdot B) \approx -17 \text{ В}. \quad (37)$$

Это несколько меньше ее экспериментального значения, что, впрочем, объясняется все-таки присутствием (см. ниже) положительного продольного градиента температуры электронов порядка  $\partial T_e / \partial z \sim 0,1$  эВ/см.

Перейдем теперь к рассмотрению пространственных распределений плотности тока  $j_{\parallel}(r, z) = \sigma_T \cdot F_{em}$ , мощности джоулевой диссипации  $P_j = j_{\parallel} \cdot F_{em}$  и температуры электронов  $T_e(r, z)$ , обусловленных действием турбулентной э.д.с.  $F_{em}$ .

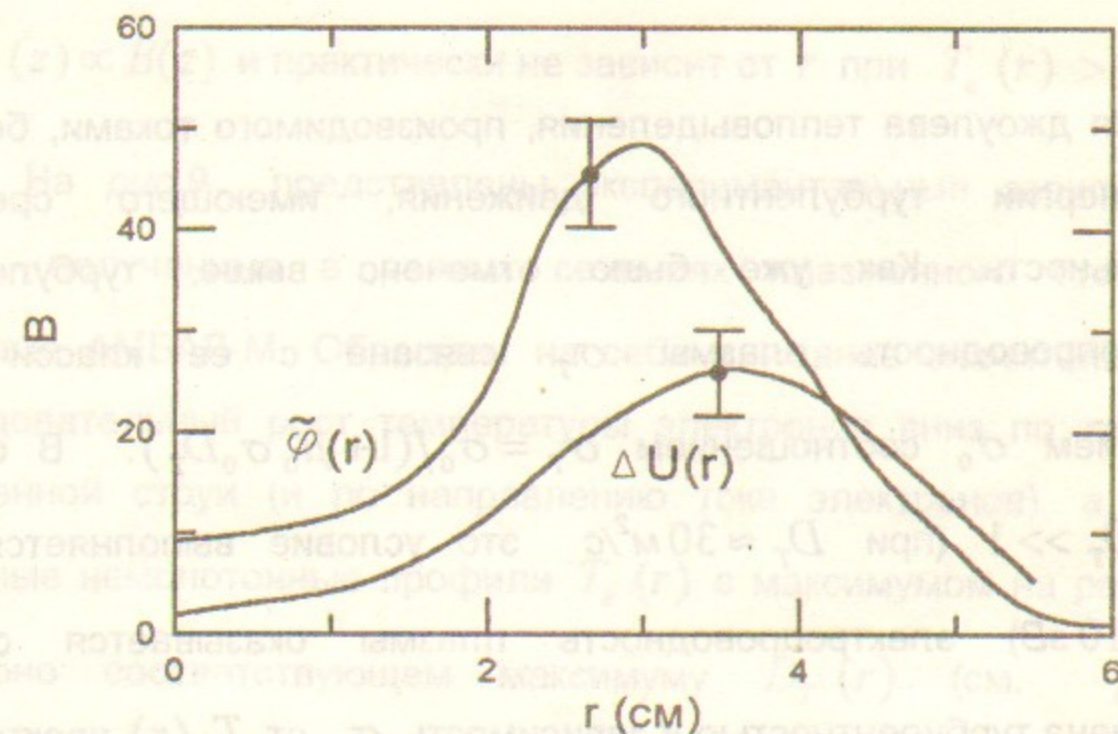


Рис.8. Измеренные радиальные зависимости турбулентной э.д.с. ( $\Delta U$ ) и коэффициента диффузии ( $D_T \sim \varphi$ ) во входной пробке АМБАЛ-М.

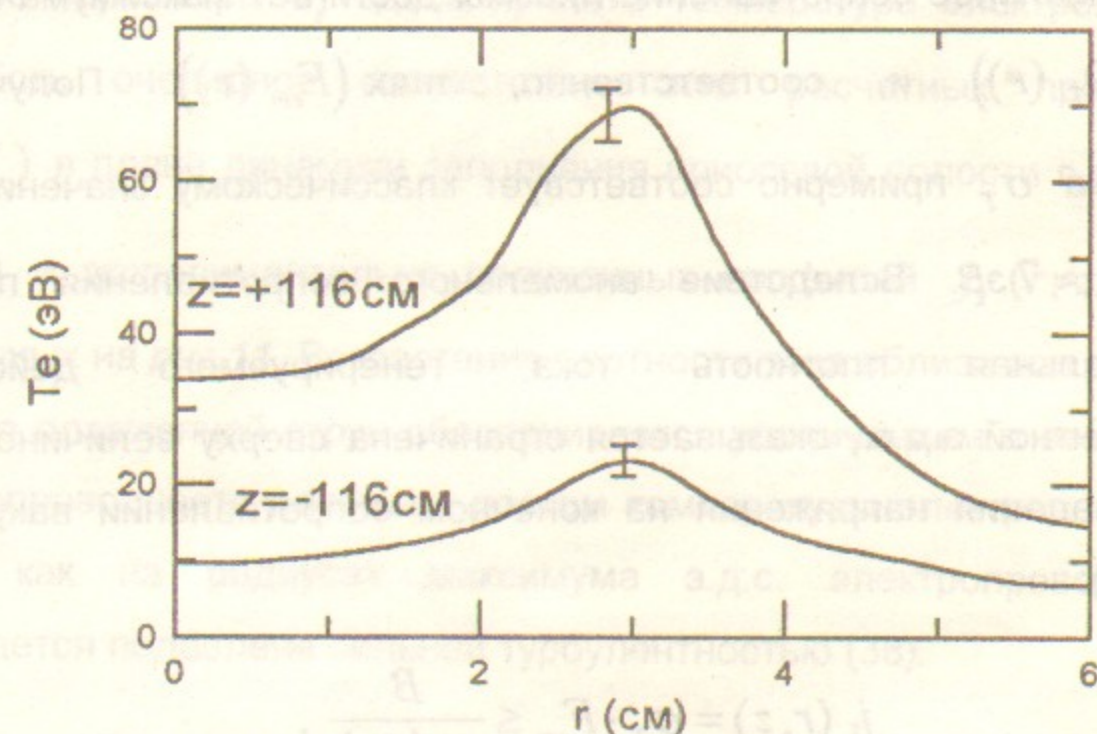


Рис.9. Измеренные радиальные зависимости электронной температуры во входной ( $z = 116$  см) и выходной ( $z = -116$  см) пробках АМБАЛ-М.

Энергия джоулева тепловыделения, производимого токами, берется из энергии турбулентного движения, имеющего среднюю спиральность. Как уже было отмечено выше, турбулентная электропроводность плазмы  $\sigma_T$  связана с ее классическим значением  $\sigma_0$  соотношением  $\sigma_T = \sigma_0 / (1 + \mu_0 \sigma_0 D_T)$ . В случае  $\mu_0 \sigma_0 D_T \gg 1$  (при  $D_T \approx 30 \text{ м}^2/\text{с}$  это условие выполняется для  $T_e > 10 \text{ эВ}$ ) электропроводность плазмы оказывается сильно подавлена турбулентностью и зависимость  $\sigma_T$  от  $T_e(r)$  практически выпадает, так что получаем следующую оценку:

$$\sigma_T \leq (\mu_0 D_T)^{-1} \approx 2,7 \cdot 10^4 \text{ ом}^{-1} \text{ м}^{-1}, \quad (38)$$

т.е. аномальное сопротивление плазмы достигает максимума в слое  $\max(D_T(r))$  и, соответственно,  $\max(F_{em}(r))$ . Полученная величина  $\sigma_T$  примерно соответствует классическому значению  $\sigma_0$  при  $T_e \approx 7 \text{ эВ}$ . Вследствие аномального сопротивления плазмы максимальная плотность тока, генерируемого действием турбулентной э.д.с., оказывается ограничена сверху величиной (без учета падения напряжения на конечном сопротивлении вакуумной камеры):

$$j_{\parallel}(r, z) = \sigma_T \cdot F_{em} \leq \frac{B}{\mu_0 \langle \lambda_B \rangle}, \quad (39)$$

т.е.  $j_{\parallel}(z) \propto B(z)$  и практически не зависит от  $r$  при  $T_e(r) > 10 \text{ эВ}$ .

На рис.9 представлены экспериментальные зависимости  $T_e(r)$ , полученные в разных сечениях плазменного столба в установке АМБАЛ-М. Обращает на себя внимание значительный и последовательный рост температуры электронов вниз по течению плазменной струи (и по направлению тока электронов), а также подобные немонотонные профили  $T_e(r)$  с максимумом на радиусе, примерно соответствующем максимуму  $D_T(r)$  (см. рис.8). Используя указанные профили  $T_e(r)$  и  $D_T(r)$  в качестве входных параметров, получаем параметрические зависимости  $j_{\parallel}(r, T_e) = \sigma_T(r, T_e) F_{em}(r)$ , представленные на рис.10. В качестве параметра  $T_e$  здесь принята температура электронов на оси. Есть очевидное соответствие этих расчетных \* профилей  $j_{\parallel}(r, T_e)$  в плане динамики заполнения приосевой полости с ростом  $T_e(z_k)$  и экспериментально полученных профилей  $j_z(r, z_k)$  [6], показанных на рис.11. Возрастание плотности тока вблизи оси вниз по течению плазменной струи обеспечивается увеличением в этой зоне электропроводности плазмы с ростом температуры электронов, в то время как на радиусах максимума э.д.с. электропроводность оказывается подавлена сильной турбулентностью (38).

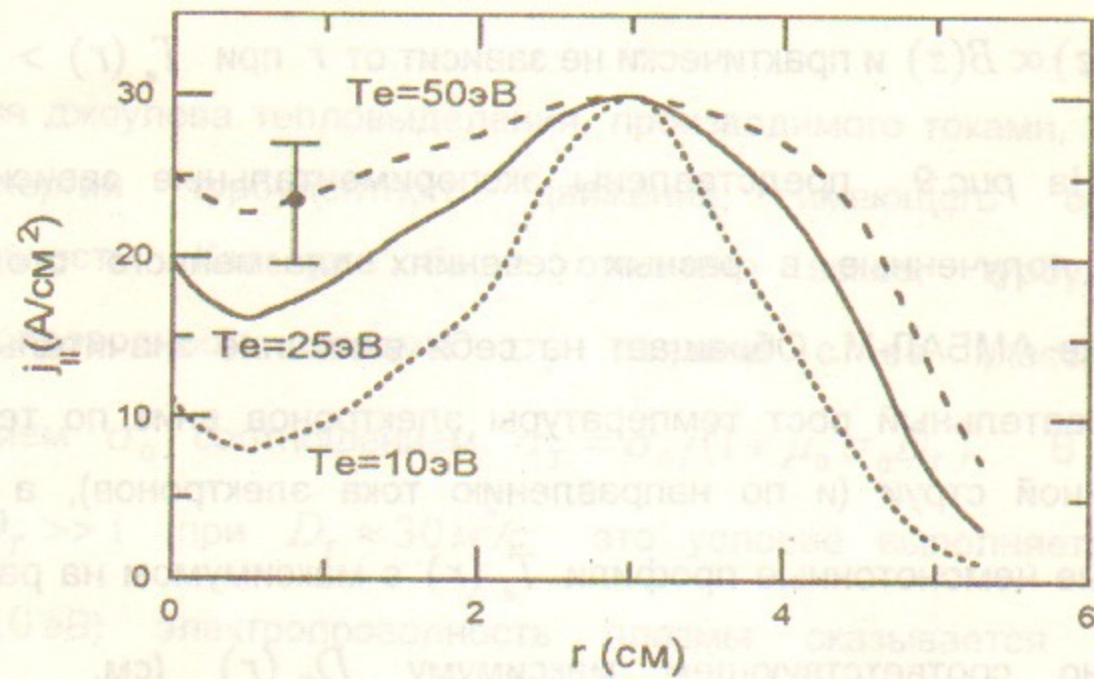


Рис.10. Расчетные профили плотности продольного тока для различных нормировок распределений электронной температуры.

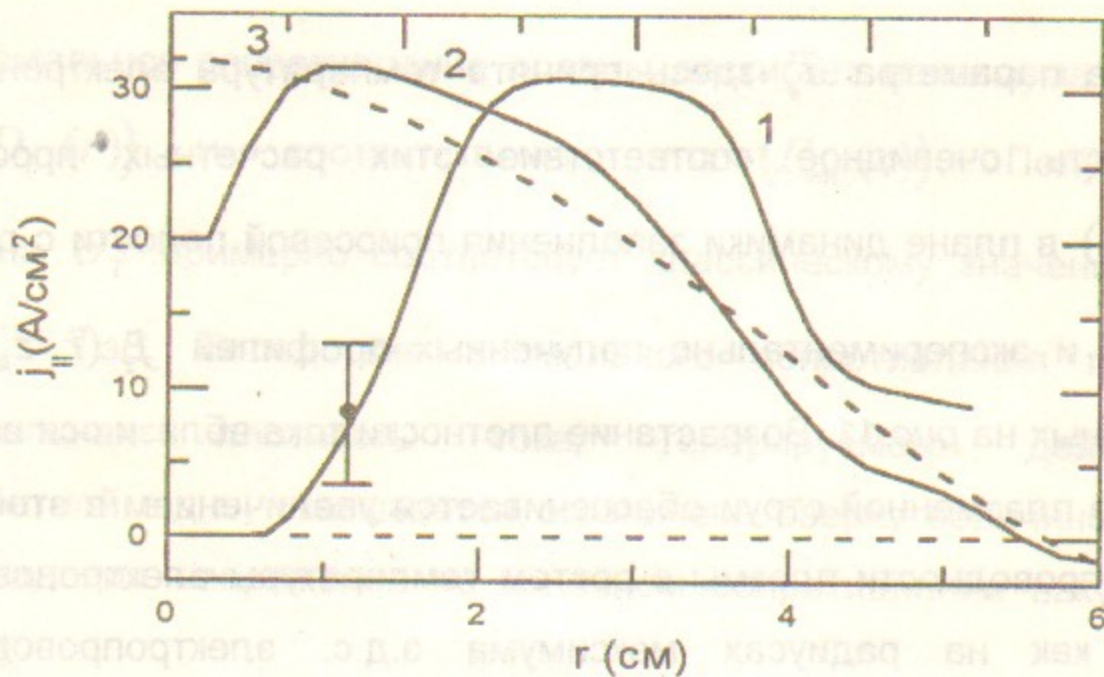


Рис.11. Экспериментальные распределения плотности продольного тока в различных сечениях установки АМБАЛ-М [6]:

1 -  $z = -243$  см, 2 -  $z = -168$  см, 3 -  $z = -116$  см.

Высокая плотность тока и anomalно низкая турбулентная проводимость плазмы приводят к значительной плотности мощности джоулевой диссипации  $P_J = j_{||} \cdot F_{em} \leq 30 \text{ Вт/см}^3$ , что при плотности плазмы  $n_e \sim 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  соответствует темпу нагрева электронов  $dT_e/dt \sim 20 \text{ эВ/мкс}$ . Эта мощность на порядки превышает мощность, получаемую в данных условиях электронами от более горячих ионов в результате парных столкновений [18] и, следовательно, полностью определяет изменение энергосодержания в электронной компоненте. С другой стороны, и вкладом поперечной электронной теплопроводности, оцениваемой как  $n_e D_T (\partial T_e / \partial r) \sim 1 \text{ Вт/см}^2$ , и вкладом продольной электронной теплопроводности, подавленной как и электропроводность действием турбулентной э.д.с., а также и потенциальным барьером во входной пробке [18], в процесс тепловых потерь можно пренебречь. Таким образом, мощность потерь из единицы объема определяется, главным образом, дивергенцией плотности потока энергии в электронной компоненте, определенной как  $Q = (5/2) j_{||} (\partial T_e / \partial z) / e$ . Приравнявая дивергенцию плотности потока энергии плотности мощности джоулева нагрева, получаем следующее простое условие на продольный градиент температуры электронов для установившегося квазистационарного их течения

$$\frac{\partial T_e}{\partial z} = \frac{2}{5} e F_{em} \quad (40)$$

Как видно, с учетом  $F_{em}(z) = (D_T \cdot B)/\lambda_B \approx const$ , следует ожидать линейного роста  $T_e(r, z)$  по длине плазменного столба с характерным продольным градиентом в максимуме  $T_e(r)$  около 0,2 эВ/см. На рис.12 дается сравнение расчетного профиля  $P_J(r)$  и

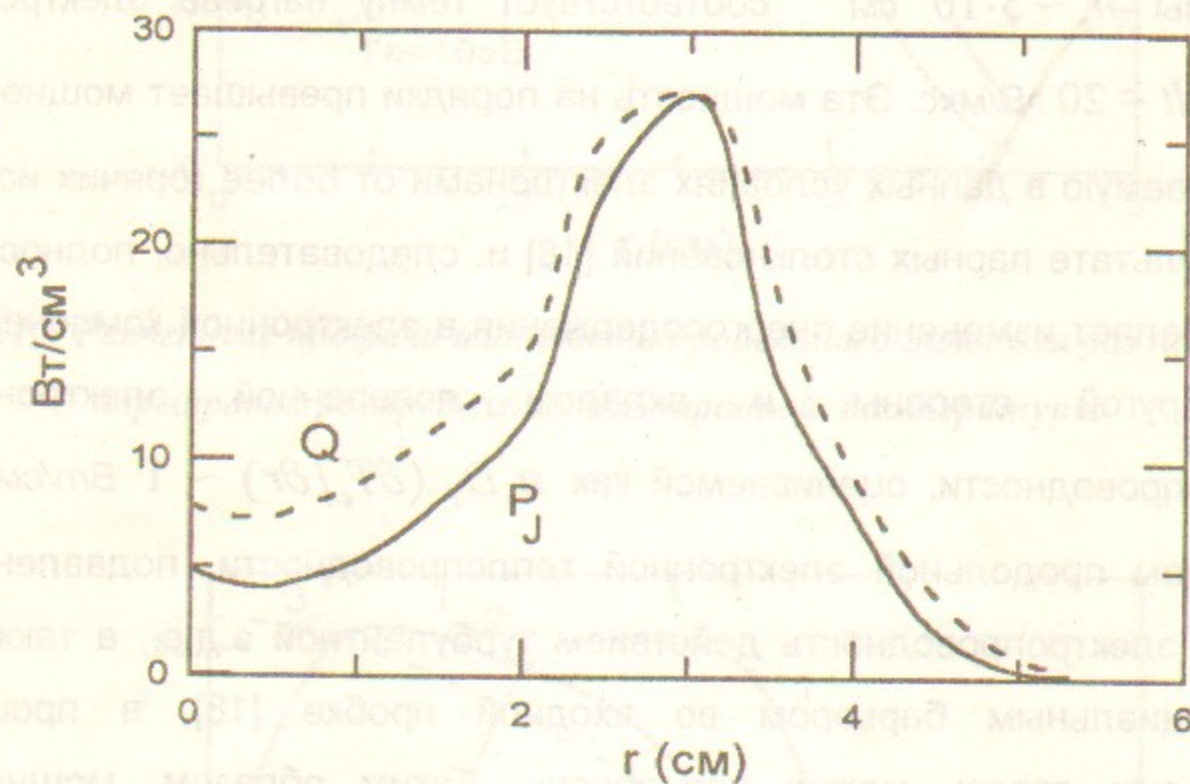


Рис.12. Расчетный профиль джоулева тепловыделения  $P_J$  и дивергенция плотности потока энергии в электронной компоненте  $Q$ .

профиля  $Q(r)$  дивергенции плотности потока энергии в электронной компоненте, полученного с использованием экспериментальных данных (рис.9, рис.11) на участке  $-116 \leq z \leq +116$  см установившегося профиля плотности тока  $j_{||}(r, z) \approx const$ . Очевидно их неплохое (поразительное) соответствие, что позволяет

сделать вывод об адекватности экспериментальных профилей  $T_e(r, z_k)$  (рис.9) внутренней структуре принятой модели турбулентного альфа-эффекта. Таким образом, система связей определяющих физических параметров замкнулась, и мы получили самосогласованную модель, позволяющую рассчитать основные параметры плазмы в концевой системе АМБАЛ-М, задавшись распределениями  $B(z)$  и  $D_T(r)$ , – параметром, контролируемым источником энергии дифференциального вращения плазменного столба.

Итак, построенная модель турбулентного альфа-эффекта в открытой ловушке позволяет получить результаты, согласующиеся с экспериментальными данными, касающимися ее внутренней структуры, т.е. с экспериментальными фактами, для объяснения которых эта модель альфа-эффекта, собственно, и строилась. Это вызывает безусловное удовлетворение. Однако истинная плодотворность любой модели заключается в том, что она позволяет объяснить не только этот определенный круг явлений и фактов, но и явления, лежащие, как казалось прежде, вне этого круга. Не является в этом отношении исключением и построенная нами модель альфа-эффекта. С привлечением ее результатов появляется возможность объяснить такие прежде загадочные факты из экспериментальной биографии неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, как преобладание низших нечетных мод в спектре азимутальных гармоник [18], кубическую зависимость турбулентного коэффициента диффузии  $D_T$  от напряженности квазистационарного

поля  $E_r$  [7], или "неклассический" вид электронной ветви ВАХ ленгмюровского зонда в нашей турбулентной плазме [19]. И это приносит, конечно, уже особое удовлетворение. Однако подробное изложение этих и других подобных неочевидных связей выходит за рамки настоящей работы.

## 7. Заключение. Альфа-эффект и физика открытых ловушек

Впервые показано, что неустойчивое дифференциальное вращение плазмы в открытой ловушке приводит к появлению средней турбулентной э.д.с.  $\vec{F}_{em} = \alpha \vec{B}_0$ , коллинеарной среднему магнитному полю  $\vec{B}_0$ , и возбуждению аксиального тока  $\vec{j}_{||}$  в результате действия альфа-эффекта. Возникающее при этом азимутальное магнитное поле  $B_\theta$  оказывается порядка радиальной компоненты  $B_r$  создаваемого катушками поля  $\vec{B}$ . Физическая природа источника энергии такого термодинамически неравновесного движения не играет принципиальной роли. Наблюдается удовлетворительное количественное соответствие результатов экстраполяции теории альфа-эффекта к условиям эксперимента и экспериментальных фактов. Это впервые позволило без введения свободных параметров определить основные пространственные характеристики квазистационарных распределений плотности электрического тока

$j_{||}(r, z)$ , плотности мощности джоулевой диссипации  $\vec{j}_{||} \cdot \vec{F}_{em}$  и температуры электронов  $T_e(r, z)$ , а также объяснить наблюдаемую асимметрию потерь ионов и электронов из концевой пробкотрона АМБАЛ-М.

Построена модель альфа-эффекта для открытых ловушек, показывающая, что турбулентное динамо может появляться в них совершенно естественным образом вследствие неустойчивого дифференциального вращения плазменного столба в скрещенных полях. Неустойчивое дифференциальное вращение плазмы в общем случае может задаваться как радиальным распределением потенциала на торцах открытой ловушки, так и возникать "внутренним" путем при ВЧ-нагреве плазмы или мощной атомарной инжекции, приводящих к значительному возмущению распределения потенциала плазмы  $\varphi(r)$  относительно его магнитогидродинамически равновесной формы.

Таким образом, возбуждение аксиального тока турбулентным альфа-эффектом может быть общим явлением в экспериментах по удержанию высокотемпературной плазмы в открытых магнитных ловушках, аналогично подобному эффекту в тороидальных пинчах с обращенным магнитным полем или бутстрэп-току в токамаках и стеллараторах. Однако в отличие от тороидальных систем, влияние альфа-эффекта на физику удержания в открытых ловушках значительно многообразнее. Альфа-эффект оказывает влияние на устойчивость плазмы в открытой ловушке посредством изменения топологии удерживающего магнитного поля, а также обеспечивая



хороший токовый контакт плазмы с проводящими торцами ловушки; на ее нагрев и продольное удержание, включая возможность очистки термобарьеров; а также может быть использован для прямого преобразования энергии турбулентного движения плазмы в электрическую. Однако, подробное рассмотрение всех возможных факторов влияния альфа-эффекта на физику открытых ловушек несомненно представляет самостоятельный интерес и выходит за рамки данной работы.

Замечательный результат теории турбулентного динамо состоит в том, что турбулентность и диссипация не всегда являются причиной разрушения крупномасштабных структур, но в определенных условиях могут и создавать их. При наличии источника и стока (энергии, вещества или информации) физическая система является *открытой* и способной к *самоорганизации* и образованию *диссипативных структур*. Под термином "*открытая система*" мы здесь понимаем *термодинамически открытую систему*, в отличие от *открытой* (зеркальной) магнитной ловушки. С термодинамической точки зрения плазма в зеркальной магнитной ловушке с непрерывно вводимым веществом и мощностью является *открытой системой*, а в таких системах довольно типичным является образование упорядоченных структур (*самоорганизация*). Способность той или иной структуры к *самоорганизации* характеризуется количеством энергии, диссипируемой при этом в среде за единицу времени. Формирование крупномасштабных структур в магнитных ловушках с дифференциальным вращением плазменного столба может быть обусловлено как процессами диссипации, связанными с вязкостью (в

т.ч. и коллективной) при дифференциальном вращении, так и с чисто плазменными коллективными механизмами диссипации. В рассмотренном нами случае такой плазменный механизм (альфа-эффект) обеспечивает большой темп (джоулевой) диссипации энергии дифференциального вращения, – и плазменные *эффекты самоорганизации* следуют за вязкостными гидродинамическими (вихревые ячейки). Таким образом, наблюдаемые переходы мелкомасштабного турбулентного состояния плазмы сначала к формированию вихревых ячеек, а затем и крупномасштабных магнитных и токовых *диссипативных структур* можно рассматривать как *процессы самоорганизации* или *неравновесные фазовые переходы* [20] в *открытой системе* турбулентного плазменного столба, а данную работу можно рассматривать фактически как первое исследование физики *процессов самоорганизации* плазмы в таких *открытых системах*, какими являются зеркальные ловушки.

Пользуясь возможностью авторы выражают признательность Г.И.Димову за проявленный интерес и стимулирующие дискуссии о физической наглядности построенной в работе модели турбулентного альфа-эффекта для открытых ловушек.

## Список литературы

- [1] А.А.Кабанцев, С.Ю.Таскаев. *Стабилизация баллонных возмущений плазменной струи радиальными токами.* Физика плазмы, 1989, т.15, вып.6, с.724-730.
- [2] E.D.Bender, V.E.Chupriyanov et al. *The "AMBAL-U"-experiment.* ISPP-8 "Piero Caldirola", Physics of Alternative Magnetic Confinement Schemes, SIF, Bologna, 1991, p.157-170.
- [3] Г.И.Димов, А.А.Иванов, Г.В.Росляков. *Получение и исследование струи мишенной плазмы для открытой ловушки.* Физика плазмы, 1982, т.8, вып.5, с.970-978.
- [4] А.А.Кабанцев, С.Ю.Таскаев. *Низкочастотная дрейфовая неустойчивость плазменной струи желобкового типа.* Физика плазмы, 1990, т.16, вып.6, с.700-709.
- [5] А.А.Кабанцев. *Подавление неустойчивости Кельвина-Гельмгольца обращением электрического поля плазменной струи.* Труды Всесоюзного совещания по открытым ловушкам, М., 1989, с.40-50.
- [6] Т.Д.Ахметов, В.И.Давыденко и др. *Продольный ток и магнитные флуктуации в стартовой плазме установки АМБАЛ-М.* Препринт ИЯФ СО РАН 97-4, Новосибирск, 1997, 27 с.
- [7] А.А.Кабанцев. *Экспериментальное исследование процессов поперечного переноса в турбулентной плазменной струе.* Препринт ИЯФ СО РАН 95-80, Новосибирск, 1995, 16 с.
- [8] Е.Паркер. *Космические магнитные поля.* М.: Мир, 1982, т.1, 450 с.; т.2, 480 с.
- [9] C.G.Gimblet, M.L.Watkins. *MHD turbulence theory and its implications for the reversed field pinch.* Proceedings of the 7th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Lausanne, 1975, v.1, p.103.

- [10] M.Steenbeck, F.Krause. *A calculation of the mean electromotive force in an electrically conducting fluid in turbulent motion, under the influence of Coriolis forces.* Z. Naturforsch., 1966, v.21a, p.369-376.
- [11] M.Steenbeck, F.Krause. *The generation of stellar and planetary magnetic fields by turbulent dynamo action.* Z. Naturforsch., 1966, v.21a, p.1285-1296.
- [12] T.G.Cowling. *The magnetic field of sunspots.* Mon. Not. Roy Astr. Soc., 1934, v.94, p.39-48.
- [13] Г.Моффат. *Возбуждение магнитного поля в проводящей среде.* М.: Мир, 1980, 340 с.
- [14] Ф.Краузе, К.Х.Рэдлер. *Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо.* М.: Мир, 1984, 314 с.
- [15] М.Штеенбек, И.М.Кирко и др. *Экспериментальное обнаружение электродвижущей силы вдоль внешнего магнитного поля, индуцированной течением жидкого металла ( $\alpha$ -эффект).* ДАН, 1968, т.180, №2, с.326-329.
- [16] D.L.Jassby. *Transverse velocity shear instabilities within a magnetically confined plasma.* Phys. Fluids, 1972, v.15, №9, p.1590-1604.
- [17] D.V.Iliè, T.D.Rognlien et al. *Low-frequency flute instabilities of a hollow arc discharge: Theory and experiment.* Phys. Fluids, 1973, v.16, №7, p.1042-1053.
- [18] Т.Д.Ахметов, В.С.Белкин и др. *Создание горячей стартовой плазмы в концевой системе АМБАЛ-М.* Препринт ИЯФ СО РАН 96-81, Новосибирск, 1996; 31с.
- [19] E.V.Shun'ko. *V-A characteristic of a cylindrical probe in a plasma with electron flow.* Phys. Lett. A, 1990, v. 147, № 1, p.37-42.
- [20] Ю.Л.Климонтович. *Критерии относительной степени упорядоченности открытых систем.* УФН, 1966, т.166, №11, с.1231-1243.

**А.А. Кабанцев, В.Б. Рева, В.Г. Соколов**

**Турбулентное динамо в открытых ловушках**

**ИЯФ 97-37**

**Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев**

**Работа поступила 30.04.1997 г.**

---

**Сдано в набор 6.05.1997 г.**

**Подписано в печать 6.05.1997 г.**

**Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 3.1 печ.л., 2.5 уч.-изд.л.**

**Тираж 160 экз. Бесплатно. Заказ N 37.**

---

**Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ГИЦ РФ "ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН",**

**Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.**