

Государственный научный центр
Российской Федерации

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И. Будкера СО РАН

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Волна Бернштейна-Грина-Крускала.
Конверсия и модуляционная неустойчивость. III

ИЯФ 97-30

НОВОСИБИРСК
1997

Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Конверсия и модуляционная неустойчивость. III

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию взаимодействия волны БГК ($\lambda/r_d = 200$; $N_e = L/\lambda = 1$; $V_\phi/V_T \sim 28$; $E_o/(\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}) = 25$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0, 20$ и $V_\phi/V_T \sim 30$; $E_o/(\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}) = 30$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0, 29$) с ионно-звуковой волной ($N_i = \lambda/\lambda_i = 3$; $\tilde{n}/n_o \sim 0,01 \div 0,04$). Проведено сравнение со случаем ленгмюровской волны с такими же параметрами.

Показано, что это взаимодействие в обоих случаях приводит к конверсии в ленгмюровские волны с номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, \dots$. В случае ленгмюровской волны развитие конверсии при любых амплитудах \tilde{n}/n_o сопровождается модуляционной неустойчивостью, которая приводит к коллапсу и затуханию волны.

В случае волны БГК конверсия подавлена — максимальная амплитуда гармоник конверсии мала по сравнению со случаем ленгмюровской волны. В результате волна БГК с амплитудой $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0, 2$ при амплитудах ионно-звуковой волны $\tilde{n}/n_o \leq 0,01$ устойчива.

С ростом \tilde{n}/n_o и E_o максимальная амплитуда гармоник конверсии растёт. В результате в случае $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0, 2$ при $\tilde{n}/n_o \geq 0,04$, а в случае $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0, 3$ при $\tilde{n}/n_o \geq 0,01$ развивается модуляционная неустойчивость, которая приводит к коллапсу, затуханию поля и разрушению волны БГК.

**The Bernstein-Greene-Kruskal wave.
The conversion and the modulational instability.III.**

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

Budker Institute of Nuclear Physics
630090 Novosibirsk, Russia

Abstract

The interaction of the BGK wave ($\lambda/r_d = 200$; $N_e = L/\lambda = 1$; $V_{ph}/V_T \sim 28$; $E_o/(\frac{mr_d}{eT_o^2}) = 25$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,20$ and $V_{ph}/V_T \sim 30$; $E_o/(\frac{mr_d}{eT_o^2}) = 30$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,29$) with the ion-sound wave ($N_i = \lambda/\lambda_i = 3$; $\tilde{n}/n_o \sim 0,01 \div 0,04$) was studied in numerical experiments (PIC-method). The case of the BGK wave was compared with the case of the Langmuir wave with the same parameters.

It was shown, that in the both cases the interaction leads to the conversion into the Langmuir waves with the wave numbers $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, \dots$. In the case of the Langmuir wave the conversion is followed by the modulational instability, which leads to the collapse and the damping of the wave.

In the case of the BGK wave the conversion is suppressed — the maximum amplitudes of the conversion modes are low in comparison with the case of the Langmuir wave. As a result the BGK wave with $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ is stable, if the ion-sound wave amplitude is $\tilde{n}/n_o \leq 0,01$.

If \tilde{n}/n_o and E_o increase, the maximum amplitudes of the conversion modes increase too. As a result, if $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ and $\tilde{n}/n_o \geq 0,04$ or $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ and $\tilde{n}/n_o \geq 0,01$, the conversion is followed by the modulational instability, which leads to the collapse and the damping of the electric field which destroys the BGK wave.

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию устойчивости волны БГК (ленгмюровская волна, область захвата которой заполнена электронами) при взаимодействии с ионно-звуковой волной. Работа является продолжением работы [1].

В работе [1] исследуется волна БГК с параметрами $\lambda = L = 200r_d$; $V_\phi/V_T \sim 28$; $E_o/(\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}) = 13,6$; $E_o^2/8\pi n_o T = 5,9 \cdot 10^{-2}$ и ионно-звуковая волна с $\lambda_i = 66,67r_d$, $N_i = \lambda/\lambda_i = 3$; $\tilde{n}/n_o \sim 0,01 \div 0,1$. В настоящей работе исследуется волна БГК с теми же λ и V_ϕ , но с большей амплитудой $E_o/(\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}) = 25$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,20$ и $E_o/(\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}) = 30$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,29$ и ионно-звуковая волна с теми же λ_i , N_i , в интервале $\tilde{n}/n_o \sim 0,01 \div 0,04$.

В работе [1] сравнивается развитие волны БГК и ленгмюровской волны с теми же параметрами ($E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$) при взаимодействии с ионно-звуковой волной. Найдено, что в обоих случаях это взаимодействие приводит к конверсии, при которой возбуждаются прямые и обратные ленгмюровские волны с номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. В случае ленгмюровской волны модуляция её поля гармониками конверсии приводит к модуляционной неустойчивости, а её развитие приводит к формированию солитоноподобной структуры. В случае волны БГК конверсия подавлена — максимальные амплитуды гармоник конверсии и модуляция поля много меньше, чем в случае ленгмюровской волны. В результате модуляционная неустойчивость практически не играет роли и волна БГК устойчива при амплитудах ионно-звуковой волны $\tilde{n}/n_o \leq 0,1$ [1]. При увеличении амплитуды — $\tilde{n}/n_o \geq 0,3$ волна БГК становится неустойчивой [2].

В настоящей работе сравнивается развитие волны БГК и ленгмюровской волны с амплитудой $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ и $0,3$. Найдено, что в случае ленгмюровской волны при любых \tilde{n}/n_o развитие конверсии и модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу и затуханию волны. В отличие от этого в случае волны БГК с $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ и ионно-звуковой волны с

амплитудой $\tilde{n}/n_o = 0,01$ конверсия подавлена, модуляционная неустойчивость не играет роли и волна БГК устойчива. Однако, при рассматриваемых параметрах волны БГК область её устойчивости сужается по сравнению с [1]. Из-за большей, чем в [1], плотности энергии волны БГК уже при $\tilde{n}/n_o \geq 0,04$ в случае $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ и при $\tilde{n}/n_o \geq 0,01$ в случае $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ развитие конверсии приводит к модуляционной неустойчивости, коллапсу и разрушению волны БГК.

Описание численного эксперимента приведено в работе [1].

Для анализа основных процессов при заданных параметрах основной и ионно-звуковой волны (возмущения плотности) рассматриваются четыре случая (серия): ленгмюровская волна в плазме с неподвижными $M/m = 10^{10}$ (случаи 13-1, 15-1, 17-1) и подвижными $M/m = 10^2$ (случаи 13-2, 15-2, 17-2) ионами и волна БГК в плазме с неподвижными (случаи 14-1, 16-1, 18-1) и подвижными (случаи 14-2, 16-2, 18-2) ионами. Параметры основной и ионно-звуковой волны (возмущения плотности) в разных случаях приведены в таблице 1.

Таблица 1. Начальные параметры волн.

Серии 7,8 и 9: $L/r_d = \lambda/r_d = 200$; $N = L/\lambda = 1$; $\lambda_i/r_d = 66,67$;
 $N_i = \lambda/\lambda_i = 3$; $T_e/T_i = 30$. Серии 7 и 8: $E_o/(mr_d/eT_{oe}^2) = 25$;
 $V_z/V_T = 8,98$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,20$; $\alpha^{I-II} \sim 0,86$; $N_b^0 = 100$; $N_b' = 2 \cdot 10^4$.
 Серия 9: $E_o/(mr_d/eT_{oe}^2) = 30$; $V_z/V_T = 9,84$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,29$;
 $\alpha^{I-II} \sim 0,76$; $N_b^0 = 50$; $N_b' = 2 \cdot 10^4$.

Серия	Серия 7. $\tilde{n}/n_o = 0.1$				Серия 8. $\tilde{n}/n_o = 0.4$				Серия 9. $\tilde{n}/n_o = 0.1$			
Случай	13-1	13-2	14-1	14-2	15-1	15-2	16-1	16-2	17-1	17-2	18-1	18-2
Тип	Л	Л	БГК	БГК	Л	Л	БГК	БГК	Л	Л	БГК	БГК
волны												
M/m	10^{10}	10^2	10^{10}	10^2	10^{10}	10^2	10^{10}	10^2	10^{10}	10^2	10^{10}	10^2
V_ϕ/V_T	31.88	32.04	27.72	27.87	31.88	32.04	27.72	27.87	31.88	32.04	29.98	30.14

L, λ – длина системы и длина волны; N – номер гармоники; $\lambda_i, N_i, \tilde{n}/n_o$ – длина волны, номер гармоники и амплитуда ионно-звуковой волны (возмущения плотности); T_e, T_i – температура электронов и ионов (плазмы); E_o – начальная амплитуда; $V_z = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$; $\alpha^{I-II} = \frac{V_z^I + V_z^{II}}{V_\phi^I - V_\phi^{II}}$ ($V_\phi^{II}/V_T = 16,01$ при $M/m = 10^{10}$; $V_\phi^{II}/V_T = 16,09$ при $M/m = 10^2$); N_b^0, N_b' – число захваченных электронов и число ”взвешенных” b -электронов на длине

λ ; тип волны – ленгмюровская (Л) или БГК волна; M, m – масса ионов и электронов; V_ϕ – фазовая скорость волны.

Отметим, что нумерация серий и случаев общая для работ [1, 2] и настоящей работы.

Отметим также, что случаи серии 1 в работе [1] и серий 7, 9 в настоящей работе (ионно-звуковая волна с амплитудой $\tilde{n}/n_o \sim 0,01$), а также серии 2 в работе [1] и серии 8 в настоящей работе ($\tilde{n}/n_o \sim 0,04$) отличаются только амплитудой основной волны — $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$ в работе [1] и $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ или $0,3$ в настоящей работе.

Рассмотрим развитие ленгмюровской волны и волны БГК при взаимодействии с возмущением плотности — ионно-звуковой волной.

Серия 7. $E_o = 25$ (здесь и далее E_o нормировано на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$), $\tilde{n}/n_o = 0,01$.
Случаи 13-1, 13-2 (ленгмюровская волна, $M/m = 10^{10}, 10^2$), 14-1, 14-2 (волна БГК, $M/m = 10^{10}, 10^2$). Кривые, описывающие случаи серии 7, приведены на рис. 1-17.

Во всех этих случаях, подобно [1], взаимодействие основной волны с ионно-звуковой (возмущением плотности) приводит к конверсии — возбуждению гармоник — ленгмюровских волн с номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$

На рис. 1, 2 показаны кривые $E^N(t)$ для случаев 13-1 и 13-2. Видно, что в обоих случаях на начальной стадии в $t/T_{oe} \sim 0 - 25$ возбуждаются только гармоники $N = N_e \pm N_i$ — $N = -2$ и $N = 4$ (знаком “-” обозначены обратные волны с $V_\phi^N < 0$, на рисунках знак “-” не пишется) и кривые $E^N(t)$ практически одинаковы. В дальнейшем кривые $E^N(t)$ различаются.

Возбуждение гармоник конверсии приводит к модуляции поля волны и локализации энергии в районе впадин плотности (рис. 8, 9). Распределение поля $E(x)$ в случаях 13-1 и 13-2 до $t/T_{oe} \sim 20$ практически одинаково, однако, в дальнейшем кардинально различается.

В случае 13-1 развитие конверсии практически не отличается от случая 1-1 в работе [1]. Действительно, кривые $E^N/E_o(t)$ (рис. 1 и рис.1 в работе [1]) практически одинаковы, хотя E_o и E^N в случаях 13-1 и 1-1 различны ($E_o = 25$ и $13,6$ соответственно). В обоих случаях возбуждаются только гармоники $N = N_e \pm N_i$, $\beta = 1$, процесс имеет периодический характер и не приводит к затуханию (рис. 11).

В случае 13-2 характер процесса меняется. Это связано с развитием модуляционной неустойчивости. Действительно, по распределению плотности

$\tilde{n}(x)$ (рис. 8) и кривым $\tilde{n}^N(t)$ (рис. 5) видно, что в $t/T_{oe} > 20 \div 25$ начинает расти глубина впадин плотности и соответственно амплитуда гармоник плотности $N_i = 3; 6; 9$. Одновременно растёт модуляция поля и концентрация энергии во впадинах плотности (рис. 8). Рост возмущения плотности приводит к увеличению скорости конверсии и возбуждению новых гармоник $N = -5$ и 7 (рис. 2).

Развитие модуляционной неустойчивости и конверсии приводит к коллапсу — амплитуда гармоник (рис. 2), плотность энергии во впадинах плотности (рис. 8) достигает максимальной величины ($E_{max}^2/8\pi n_o T \sim 1, 0$) в $t_{max}/T_{oe} \sim 33$. После этого поле затухает, а энергия поля поглощается электронами плазмы (рис. 12).

Ранее [3] было показано, что при коллапсе ленгмюровской волны затухание поля обусловлено развитием сильной стохастической неустойчивости движения электронов в районе областей захвата коротковолновых гармоник, возбуждающихся при модуляционной неустойчивости и конверсии. По фазовым плоскостям в случае 13-2 (рис. 15, 16) видно, что в $t/T_{oe} \geq 30 - 35$ начинается захват электронов плазмы, свидетельствующий о развитии сильной стохастической неустойчивости. Ускорение электронов при этой неустойчивости приводит к затуханию поля. По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100$ ($V_{max}/V_T \sim 6, 4$, $V_{min}/V_T \sim -8, 1$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 6$, $N \geq |-5|$ (предельное N оценивается из условия $V_{max} \geq V_{\phi}^N$, $|V_{min}| \geq |V_{\phi}^{-N}|$).

Отметим, что развитие ленгмюровской волны в случае 13-2 ($E_o^2/8\pi n_o T \sim 0, 2$) отличается от случая 1-2 ($E_o^2/8\pi n_o T \sim 0, 06$) в работе [1]. Из-за большей плотности энергии в случае 13-2 развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу, а в случае 1-2 формируется солитоноподобная структура.

Развитие волны БГК в случаях 14-1, 14-2 кардинально отличается от ленгмюровской волны. По кривым $E^N(t)$ (рис. 3, 4) видно, что в случаях 14-1, 14-2 конверсия подавлена — хотя гармоники $N = -2$ и 4 возбуждаются, их максимальная амплитуда $E^N/E_o \sim 0, 08$ много меньше, чем в случаях 13-1 и 13-2. Отметим, что максимальные E^N/E_o в случаях 14-1 и 14-2 (рис. 3, 4) практически не отличаются от случаев 2-1 и 2-2 (рис. 3, 4 в работе [1]), хотя E_o и E^N в этих случаях различны ($E_o = 25$ и $13, 6$).

Из-за малой амплитуды гармоник конверсии поле волны в случаях 14-1 и 14-2 практически не модулируется (рис. 7, 10) максимальная плотность энергии не превышает величины $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0, 25$ и модуляционная неустойчивость в случае 14-2 не развивается. Действительно, из рис. 6,

10 видно, что амплитуда гармоники $N_i = 3$, хотя и растёт, но не выходит за пределы уровня шумов, а впадины плотности скрыты шумами.

Сравнение кривых $E^N(t)$ (рис. 3, 4), $W(t)$ (рис. 13, 14) в случаях 14-1, 14-2 показывает, что до $t/T_{oe} \sim 50 - 60$ они практически не различаются. Небольшое различие — затухание гармоники $N = 1$ (рис. 4) и поля (рис. 14) в $t/T_{oe} > 50$ в случае 14-2 обусловлено паразитной конверсией на ионно-звуковых шумах, достигающих в это время заметной величины $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,04$ (рис. 6), $\tilde{n}/n_o \sim 0,26$ (рис. 10).

Сравнение кривых $E^N(t)$ (рис. 3, 4), распределения поля $E(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$ (рис. 7, 10), фазовых плоскостей в $t/T_{oe} = 0$ и 100 (рис. 17) в случаях 14-1 и 14-2 показывает, что, несмотря на паразитные эффекты в случае 14-2, эти случаи почти не различаются. Сохранение амплитуды и распределения поля (рис. 10), распределения b -электронов на фазовой плоскости (рис. 17), распределения плотности b -электронов (рис. 10) показывает, что и в случае 14-2 волна БГК остаётся устойчивой, подобно случаю 2-2 в работе [1].

Сравнение кривых $E^N(t)$ (рис. 2, 4), $E(x)$, $\tilde{n}(x)$ (рис. 8, 10), $\tilde{n}^N(t)$ (рис. 5, 6), $W(t)$ (рис. 12, 14) для случаев ленгмюровской волны 13-2 и волны БГК 14-2 показывает, что они кардинально различаются: при взаимодействии с ионно-звуковой волной с амплитудой $\tilde{n}/n_o \sim 0,01$ волна БГК остаётся устойчивой, а развитие ленгмюровской волны приводит к коллапсу и затуханию волны.

Серия 8. $E_o = 25$; $\tilde{n}/n_o = 0,04$. Случаи 15-1, 15-2 (ленгмюровская волна, $M/m = 10^{10}, 10^2$), 16-1, 16-2 (волна БГК, $M/m = 10^{10}, 10^2$). Кривые, описывающие случаи серии 8, приведены на рис. 18-37.

На рис. 18, 19 показаны кривые $E^N(t)$ для случаев 15-1 и 15-2. Видно, что в обоих случаях на начальной стадии в $t/T_{oe} \sim 0 \div 15$ возбуждаются гармоники конверсии $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2$ — $N = -2$ и 4, $N = -5$ и 7 и кривые $E^N(t)$ практически одинаковы. На этой стадии одинакова и модуляция поля волны (рис. 25, 26). Однако, в дальнейшем случаи 15-1 и 15-2 различаются.

В случае 15-1 развитие определяется конверсией. Процесс имеет периодический характер (рис. 18, 26) и не приводит к затуханию волны (рис. 28). Отметим, что кривые $E^N/E_o(t)$ в случае 15-1 (рис. 1) практически не отличаются от случая 3-1 (рис. 11 в работе [1]), хотя E_o и E^N в этих случаях различны.

В случае 15-2 развитие определяется конверсией и модуляционной неустойчивостью, развитие которой видно по росту впадин плотности и концентрации в них поля (рис. 25) и росту амплитуды гармоник плотности

$N_i = 3; 6; 9; 12$ (рис. 22). Развитие модуляционной неустойчивости, так же как и в случае 13-2, приводит к коллапсу — амплитуда гармоник (рис. 19), плотность энергии во впадинах плотности (рис. 25) достигает максимальной величины ($E_{max}^2/8\pi n_o T \sim 1,0$) в $t_{max}/T_{oe} \sim 17-20$. После этого поле затухает, а энергия поля поглощается электронами плазмы (рис. 29). К затуханию приводит сильная стохастическая неустойчивость, развитие которой начинается с захвата электронов коротковолновыми гармониками в $t/T_{oe} \geq 20-25$ (рис. 36). По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100$, рис. 33 ($V_{max}/V_T \sim 6,9$, $V_{min}/V_T \sim -9,4$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость в случае 15-2 развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 5; 6$, $N \geq |-4|; |-5|$.

Отметим, что развитие ленгмюровской волны в случае 15-2 ($E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$) отличается от случая 3-2 ($E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$) в работе [1]. Из-за большей плотности энергии в случае 15-2 развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу, а в случае 3-2 формируется солитоноподобная структура.

Развитие волны БГК в плазме с неподвижными ионами в случае 16-1 кардинально отличается от ленгмюровской волны в случае 15-1 и близко к случаю 4-1 в работе [1]. Действительно, по кривым $E^N(t)$ (рис. 20 и рис. 13 в работе [1]) видно, что конверсия в случае 16-1, так же как и в случае 4-1, подавлена — максимальная амплитуда гармоник $N = -2$ и 4 не превышает величины $E^N/E_o \sim 0,2$, значительно меньшей, чем в случае 15-1 (рис. 18). В результате модуляция поля невелика (рис. 24), распределение b -электронов на фазовой плоскости (рис. 34), распределение плотности b -электронов (рис. 24) практически не меняются, амплитуда волны (рис. 20), энергия поля (рис. 30) постоянны, т.е. волна БГК остаётся устойчивой.

Развитие волны БГК в плазме с подвижными ионами в случае 16-2 на начальной стадии в $t/T_{oe} \sim 0 \div 20$ (рис. 21) практически не отличается от случая 16-1 (рис. 20) и случая 4-2 (рис. 14 в работе [1]). На этой стадии конверсия подавлена — максимальная амплитуда гармоник $N = -2$ и 4 не превышает величины $E^N/E_o \sim 0,2$. Невелика и модуляция поля (рис. 27). Однако, из-за большей начальной амплитуды волны в случае 16-2 максимальная плотность энергии при модуляции ($E^2/8\pi n_o T \sim 0,48$ в $t/T_{oe} \sim 17$, рис. 27) значительно больше, чем в случае 4-2 ($E^2/8\pi n_o T \sim 0,18$ в $t/T_{oe} \sim 18,5$, рис. 19 в работе [1]). В результате в случае 4-2 модуляционная неустойчивость не играет роли [1], а в случае 16-2 становится существенной.

Действительно, из рис. 27, 23 видно, что в $t/T_{oe} > 20$ глубина впадин

плотности и амплитуда гармоник плотности $N_i = 3; 6; 9$ растут. Одновременно растёт модуляция поля и концентрация энергии во впадинах плотности (рис. 27). Растут и амплитуда, и число гармоник конверсии (рис. 21). Развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу — амплитуда гармоник (рис. 21), плотность энергии во впадинах плотности (рис. 27) достигает максимальной величины ($E_{max}^2/8\pi n_o T \sim 1, 2$) в $t_{max}/T_{oe} \sim 61-65$. В $t/T_{oe} > 55-60$ начинается захват электронов плазмы и развитие сильной стохастической неустойчивости (рис. 37, 35). По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100$, рис. 35 ($V_{max}/V_T \sim 7, 4$, $V_{min}/V_T \sim -7, 5$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 5$, $N \geq | - 5 |$. Ускорение электронов при сильной стохастической неустойчивости приводит к затуханию поля и поглощению энергии электронами плазмы (рис. 31).

Рост возмущения плотности при модуляционной неустойчивости приводит к уменьшению фазовой скорости волны БГК и перестройке распределения b -электронов (этот процесс рассмотрен в работах [2] и [4]). Перестройка приводит к росту потерь энергии b -электронов (рис. 31) и передаче части их энергии в поле. В результате конверсии и эта энергия поглощается электронами плазмы, так что максимальная энергия электронов ΔW_e в случае волны БГК 16-2 (рис. 31) больше, чем в случае ленгмюровской волны 15-2 (рис. 29), хотя начальная энергия поля одинакова.

В результате коллапса и поглощения поля электронами плазмы в $t/T_{oe} \geq 70$ волна БГК разрушается — её амплитуда падает (рис. 21), а распределение b -электронов на фазовой плоскости (рис. 37, 35) и распределение плотности b -электронов (рис. 27) становится равномерным.

Сравнение кривых $E^N(t)$ (рис. 19, 21), $E(x)$, $\tilde{n}(x)$ (рис. 25, 27), $\tilde{n}^N(t)$ (рис. 22, 23), $W(t)$ (рис. 29, 31) для случаев ленгмюровской волны 15-2 и волны БГК 16-2 показывает, что их различие определяется только начальной стадией. В случае 16-2 на начальной стадии в $t/T_{oe} \sim 0 \div 20$ конверсия подавлена, модуляция поля невелика и модуляционная неустойчивость развивается медленнее, чем в случае 15-2. Однако, в обоих случаях модуляционная неустойчивость приводит к коллапсу, в результате

которого ленгмюровская волна затухает к $t/T_{oe} \geq 50$, волна БГК — к $t/T_{oe} \geq 70$.

Сравнение случая 16-2 и 4-2 в работе [1] с разными $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0, 2$ и $0, 06$ показывает, что взаимодействие волны БГК с ионно-звуковой волной с амплитудой $\tilde{n}/n_o \sim 0, 04$ при “большой” амплитуде в случае 16-2 приводит к коллапсу, а при “малой” в случае 4-2 волна БГК остаётся

устойчивой. Таким образом, при увеличении амплитуды волны БГК область её устойчивости сужается .

Рассмотрим волну БГК (серия 9) с ещё большей, чем в сериях 7, 8 амплитудой — $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$.

Серия 9. $E_o = 30$; $\tilde{n}/n_o = 0,01$. Случаи 17-1, 17-2 (ленгмюровская волна, $M/m = 10^{10}, 10^2$), 18-1, 18-2 (волна БГК, $M/m = 10^{10}, 10^2$). Кривые, описывающие случаи серии 9, приведены на рис. 38-53.

На рис. 38, 39 показаны кривые $E^N(t)$ для случаев 17-1 и 17-2. Видно, что в обоих случаях на начальной стадии в $t/T_{oe} \sim 0 \div 10$ возбуждаются гармоники конверсии $N = N_e \pm N_i$ — $N = -2$ и 4 и кривые $E^N(t)$ практически одинаковы. Однако, в дальнейшем кривые различаются.

В случае 17-1 развитие определяется конверсией. Процесс имеет периодический характер (рис. 38) и не приводит к затуханию (рис. 42). Кривые $E^N/E_o(t)$ в случае 17-1 практически не отличаются от случая 13-1 (рис. 1) и случая 1-1 (рис. 1 в работе [1]), хотя E_o и E^N в этих случаях различны.

В случае 17-2 развитие определяется конверсией и модуляционной неустойчивостью, развитие которой видно по росту впадин плотности и концентрации в них поля (рис. 46) и по росту амплитуды гармоник плотности $N_i = 3; 6; 9; 12$ (рис. 48). Развитие модуляционной неустойчивости, подобно случаю 13-2 приводит к коллапсу — амплитуда гармоник (рис. 39), плотность энергии во впадинах плотности (рис. 46) достигает максимальной величины ($E_{max}^2/8\pi n_o T \sim 1,4$) в $t_{max}/T_{oe} \sim 31$. После этого поле затухает, а энергия поля поглощается электронами плазмы (рис. 43). К затуханию приводит сильная стохастическая неустойчивость, развитие которой начинается в $t/T_{oe} \geq 30 - 35$ (рис. 52). По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100$, рис. 50 ($V_{max}/V_T \sim 9,3$, $V_{min}/V_T \sim -6,8$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость в случае 17-2 развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 4$, $N \geq |-5|$.

Развитие волны БГК в плазме с неподвижными ионами в случае 18-1 кардинально отличается от ленгмюровской волны в случае 17-1 и близко к случаям 14-1 и 2-1 в работе [1]. Действительно, по кривым $E^N(t)$ в этих случаях (рис. 40, рис. 3 и рис. 3 в работе [1]) видно, что конверсия подавлена — максимальная амплитуда гармоник $N = -2$ и 4 в случае 18-1 не превышает величины $E^N/E_o \sim 0,09$ (в случаях 2-1 [1] и 14-1 $E^N/E_o \sim 0,08$), значительно меньшей, чем в случае 17-1. В результате в случае 18-1 амплитуда волны БГК постоянна (рис. 40), затухания нет (рис. 44) и волна БГК устойчива.

Развитие волны БГК в плазме с подвижными ионами в случае 18-2 на

начальной стадии в $t/T_{oe} \sim 0 \div 15$ (рис. 41) близко к случаю 18-1 (рис. 40) и к случаям 14-2 (рис. 4) и 2-2 (рис. 4 в работе [1]). На этой стадии конверсия подавлена — максимальная амплитуда гармоник $N = -2$ и 4 в случае 18-2 не превышает величины $E^N/E_o \sim 0,08$ (рис. 41), невелика и модуляция поля. Однако, из-за большей начальной амплитуды волны в случае 18-2 максимальная плотность энергии при модуляции ($E^2/8\pi n_o T \sim 0,4$ в $t/T_{oe} < 15$) заметно больше, чем в случаях 14-2 и 2-2 [1] ($E^2/8\pi n_o T \sim 0,25$ и $\sim 0,08$ соответственно). В результате в случаях 14-2 и 2-2 [1] модуляционная неустойчивость практически не играет роли, а в случае 18-2 становится существенной.

Действительно, из рис. 47, 49 видно, что в $t/T_{oe} > 20$ растут глубина впадин плотности и концентрация в них поля, а также амплитуда гармоник плотности $N_i = 3; 6; 9$. Растут и амплитуда, и число гармоник конверсии (рис. 41). Развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу — амплитуда гармоник (рис. 41), плотность энергии во впадинах плотности (рис. 47) достигает максимальной величины ($E_{max}^2/8\pi n_o T \sim 2,7$) в $t_{max}/T_{oe} \sim 46$. После этого поле затухает, а энергия поля поглощается электронами плазмы (рис. 45) в результате развития в $t/T_{oe} \geq 40 - 45$ сильной стохастической неустойчивости (рис. 53). По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100$, рис. 51 ($V_{max}/V_T \sim 7,7$, $V_{min}/V_T \sim -6,5$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 5$, $N \geq |-5|; |-6|$.

Рост возмущения плотности при модуляционной неустойчивости, как и в случае 16-2, приводит к уменьшению фазовой скорости волны БГК и перестройке распределения b -электронов (см. [2] и [4]). Перестройка приводит к росту потерь энергии b -электронов (рис. 45) и передаче части их энергии в поле волны. В результате конверсии и эта энергия поглощается электронами плазмы, так что максимальная энергия электронов ΔW_e в случае волны БГК 18-2 (рис. 45) больше, чем в случае ленгмюровской волны 17-2 (рис. 43), хотя начальная энергия поля одинакова.

В результате коллапса и поглощения энергии поля электронами плазмы в $t/T_{oe} \geq 55 - 60$ волна БГК разрушается — её амплитуда падает (рис. 41), а распределение b -электронов на фазовой плоскости (рис. 53, 51) и распределение плотности b -электронов (рис. 47) становится равномерным.

Сравнение кривых $E^N(t)$ (рис. 39, 41), $E(x)$, $\tilde{n}(x)$ (рис. 46, 47), $\tilde{n}^N(t)$ (рис. 48, 49), $W(t)$ (рис. 43, 45) для случаев ленгмюровской волны 17-2 и волны БГК 18-2 показывает, что в случае 18-2 из-за подавленной конверсии на начальной стадии модуляционная неустойчивость начинает развиваться позже. Однако, в обоих случаях её развитие приводит к коллапсу, в результате которого ленгмюровская волна затухает к $t/T_{oe} \geq$

40, волна БГК — к $t/T_{oe} \geq 55 - 60$.

Сравнение случаев 2-2 [1], 14-2 и 18-2 с разными амплитудами волны БГК ($E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$; $\sim 0,2$ и $\sim 0,3$) показывает, что при взаимодействии волны БГК с ионно-звуковой волной с амплитудой $\tilde{n}/n_o \sim 0,01$ в случаях 2-2 [1] и 14-2 волна БГК остаётся устойчивой, а в случае 18-2 развивается коллапс и волна затухает.

Сравнение результатов настоящей работы и работы [1] показывает, что развитие волны БГК и ленгмюровской волны при взаимодействии с ионно-звуковой волной различно. Волна БГК при “малой” амплитуде $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$ и амплитудах ионно-звуковой волны $\tilde{n}/n_o \leq 0,1$ практически устойчива, так как конверсия подавлена, модуляция поля мала и модуляционная неустойчивость не играет роли. Развитие ленгмюровской волны с такими же параметрами определяется конверсией, которая приводит к модуляционной неустойчивости и образованию солитоноподобных структур.

При увеличении начальной амплитуды (плотности энергии) волны относительная роль модуляционной неустойчивости возрастает. При амплитудах ленгмюровской волны $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2 - 0,3$ развитие конверсии при любых амплитудах \tilde{n}/n_o сопровождается модуляционной неустойчивостью, которая приводит к коллапсу и затуханию волны.

В отличие от этого у волны БГК с амплитудой $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ есть область устойчивости, хотя и более узкая, чем в случае $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$. Благодаря подавленной конверсии и отсутствию модуляционной неустойчивости волна БГК устойчива при амплитудах ионно-звуковой волны $\tilde{n}/n_o \leq 0,01$.

При всех исследованных амплитудах волны БГК $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06 - 0,2 - 0,3$ и при малых амплитудах ионно-звуковой волны $\tilde{n}/n_o \leq 0,04$ конверсия подавлена. При этом при одинаковых \tilde{n}/n_o относительные максимальные амплитуды конверсии E^N/E_o и относительная модуляция поля практически одинаковы. Однако, абсолютные величины E^N и модулированного поля растут с ростом E_o , соответственно растёт и плотность энергии. В результате в случае $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ уже при $\tilde{n}/n_o \geq 0,04$, а в случае $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ при $\tilde{n}/n_o \geq 0,01$ развивается модуляционная неустойчивость, которая приводит к коллапсу, затуханию поля, разрушению волны БГК и поглощению энергии поля электронами плазмы.

Рост возмущения плотности при развитии модуляционной неустойчивости приводит к уменьшению фазовой скорости волны БГК и перестройке распределения b -электронов на фазовой плоскости [2, 4]. В результате этого процесса часть энергии b -электронов передаётся в поле волны и при

коллапсе поглощается электронами плазмы. В результате при коллапсе волны БГК энергия, поглощённая электронами плазмы, больше, чем при коллапсе ленгмюровской волны с теми же параметрами.

References

- [1] *Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова.* Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Конверсия и модуляционная неустойчивость. I. — Препринт ИЯФ N28, 1997, Новосибирск.
- [2] *Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова.* Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Конверсия и модуляционная неустойчивость. II. — Препринт ИЯФ N29, 1997, Новосибирск.
- [3] *Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин.* — Препринты ИЯФ N 84-149, N 84-150, 1984. — *Phys. Letters* 112A, 330, 1985.
- [4] *Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев.* Конверсия волны Бернштейна-Грина-Крускала на возмущении плотности. I. — Препринт ИЯФ N 94-48, 1994.

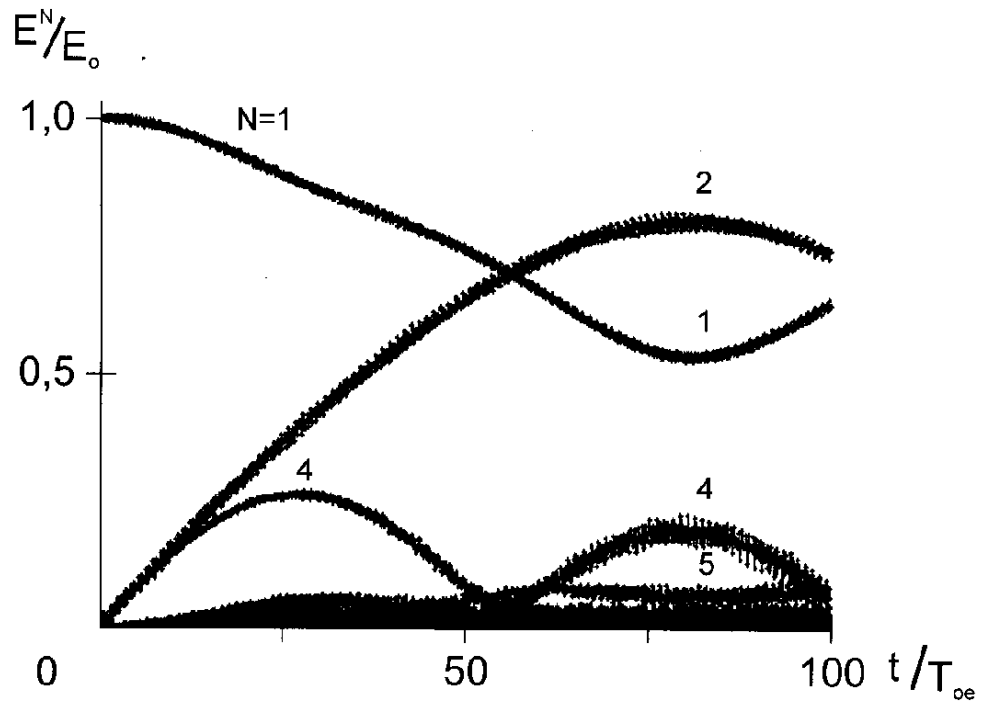


Рис. 1: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 13-1. $E_0 = 25$; $M/m = 10^{10}$.

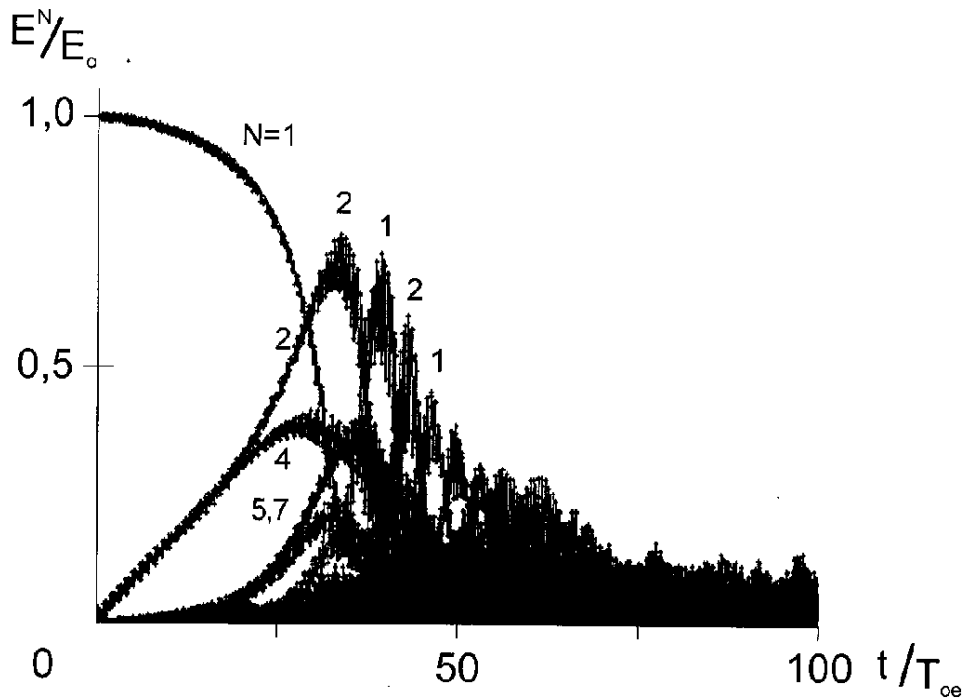


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 13-2. $E_0 = 25$; $M/m = 10^2$.

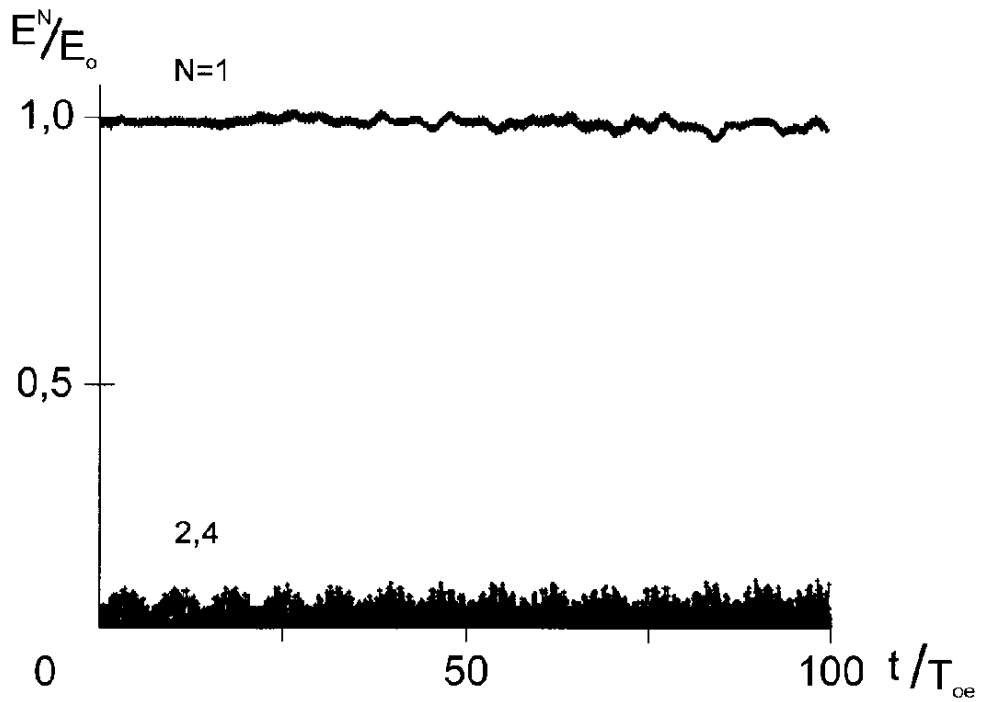


Рис. 3: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 14-1. $E_0 = 25$; $M/m = 10^{10}$.

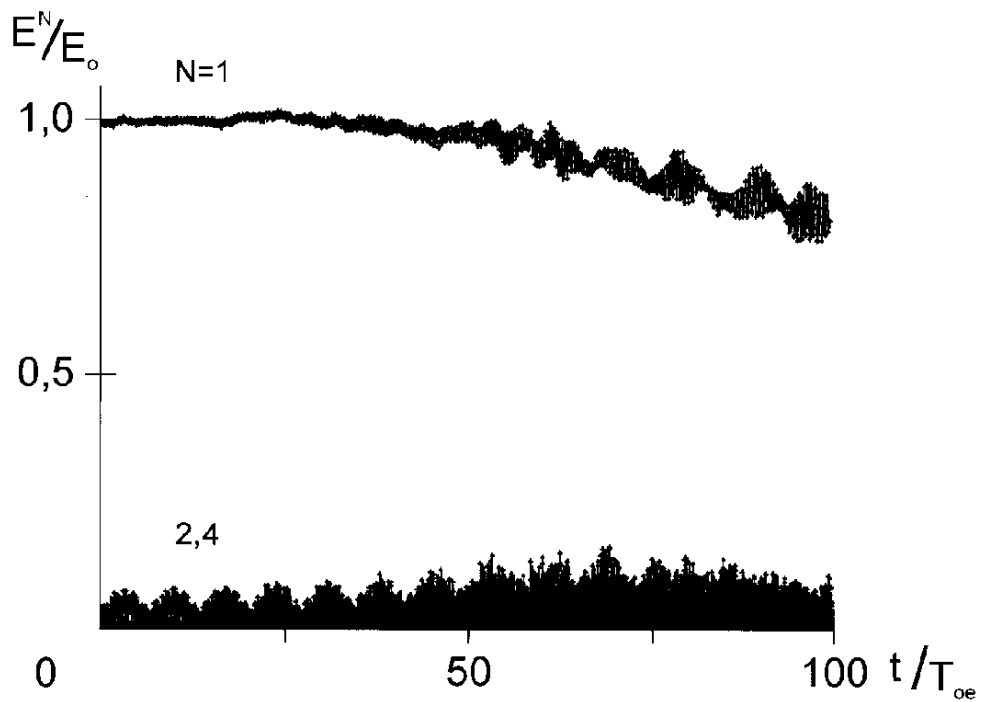


Рис. 4: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 14-2. $E_0 = 25$; $M/m = 10^2$.

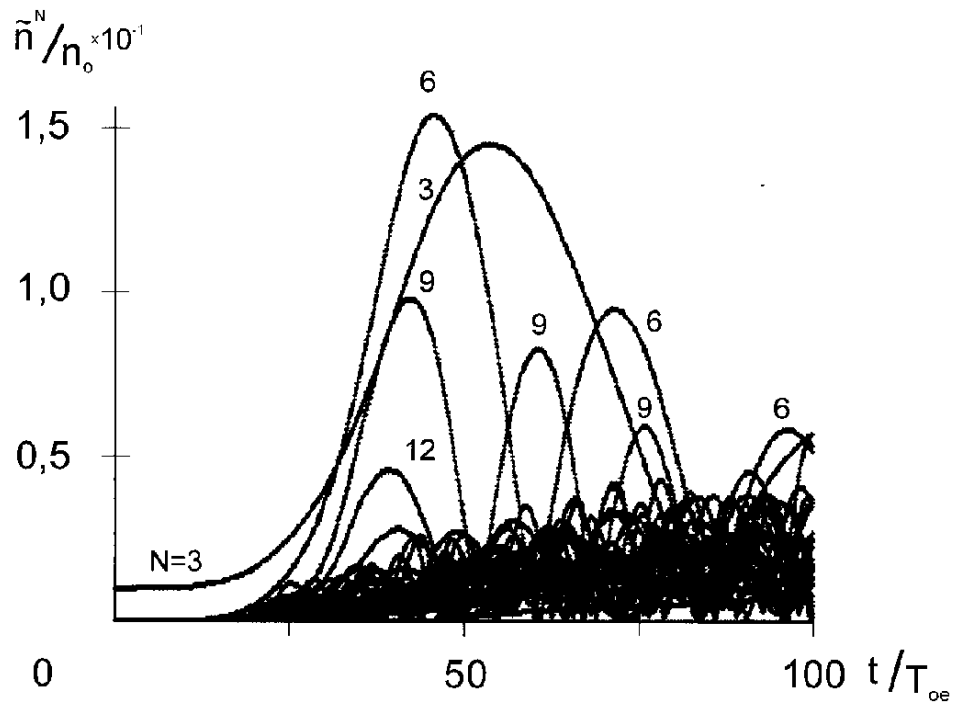


Рис. 5: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 13-2.

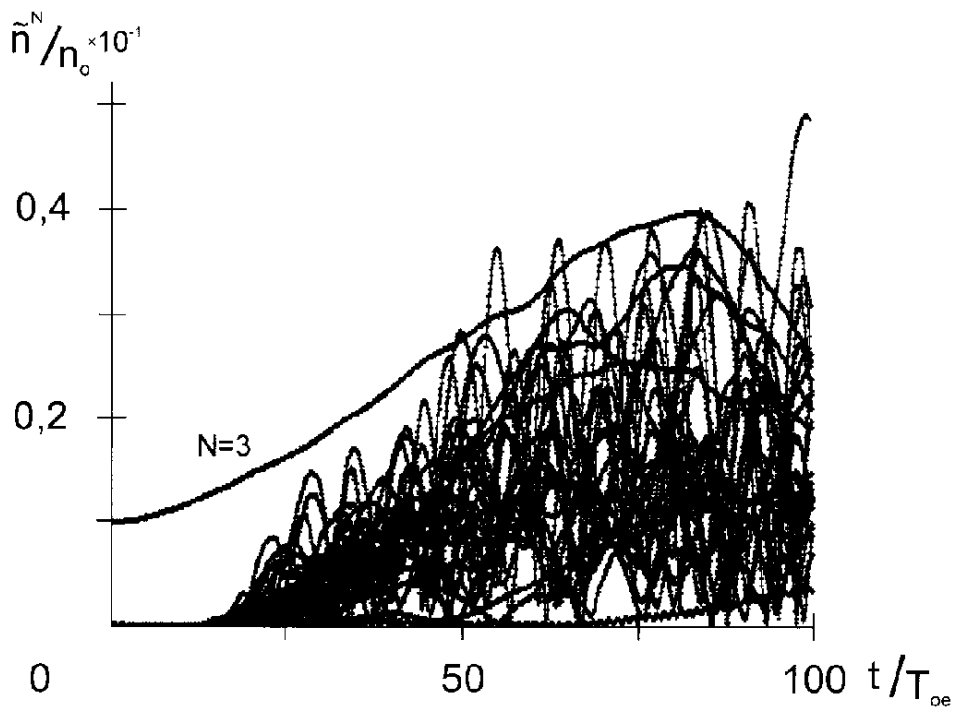


Рис. 6: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 14-2.

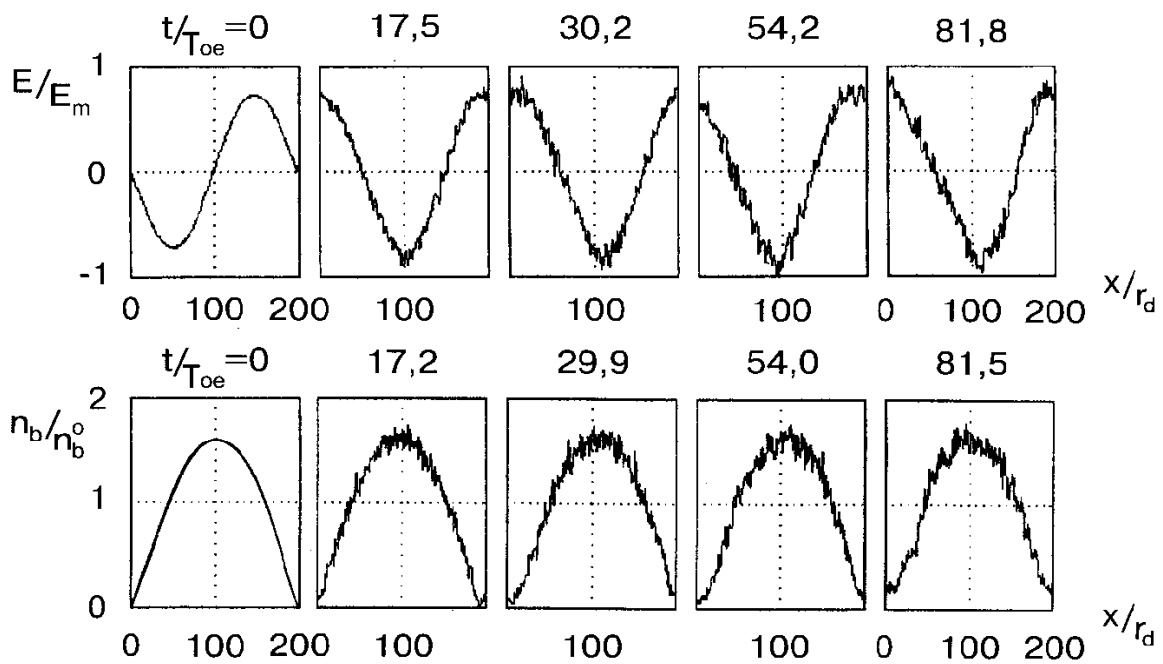


Рис. 7: Распределение поля $E(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Случай 14-1. $E_m/E_0 = 1,38$; $E_0 = 25$; $n_b^0/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$.

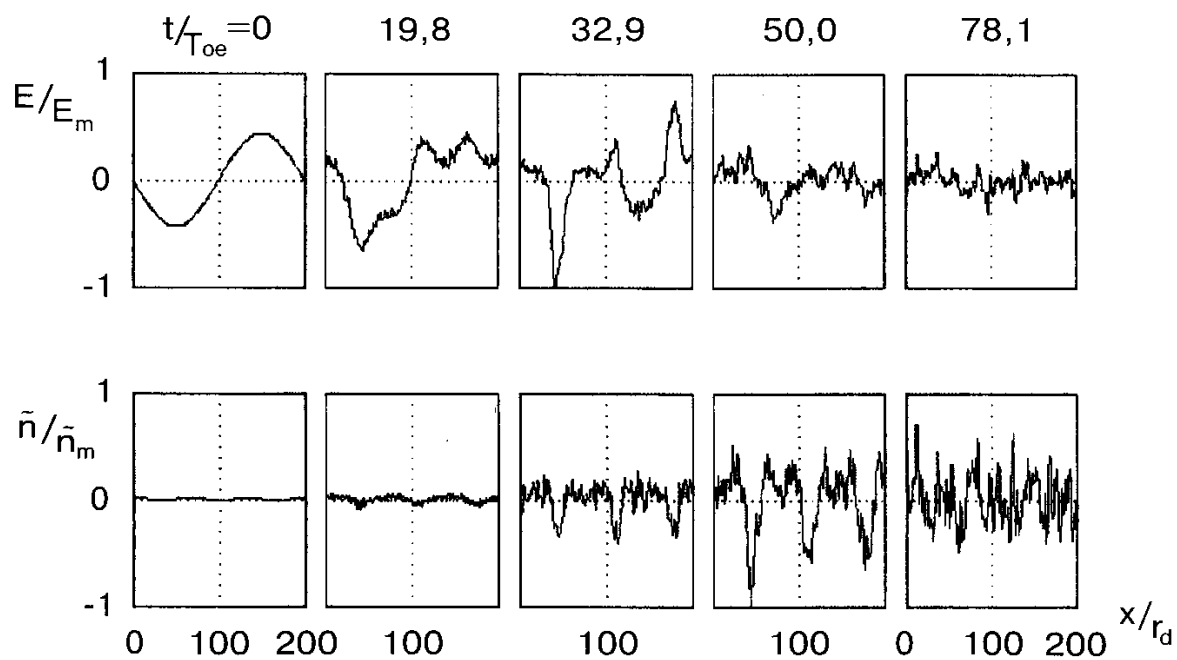


Рис. 8: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$.
Случай 13-2. $E_m/E_0 = 2,29$; $E_0 = 25$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,51$.

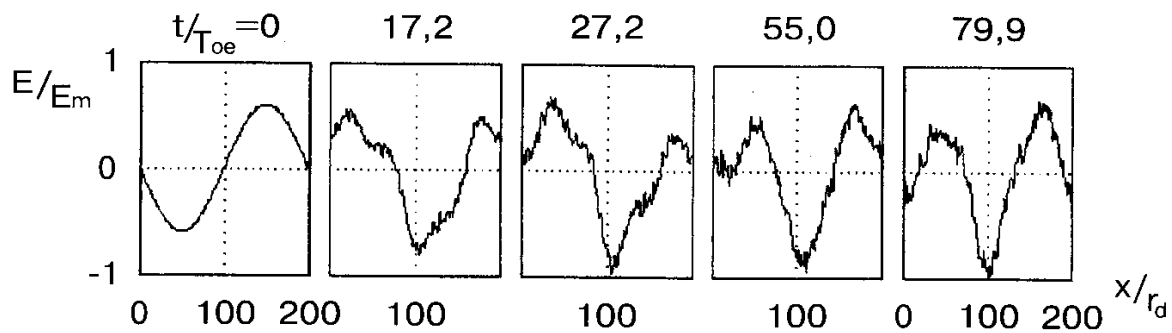


Рис. 9: Распределение поля $E(x)$. Случай 13-1. $E_m/E_0 = 1,68$; $E_0 = 25$.

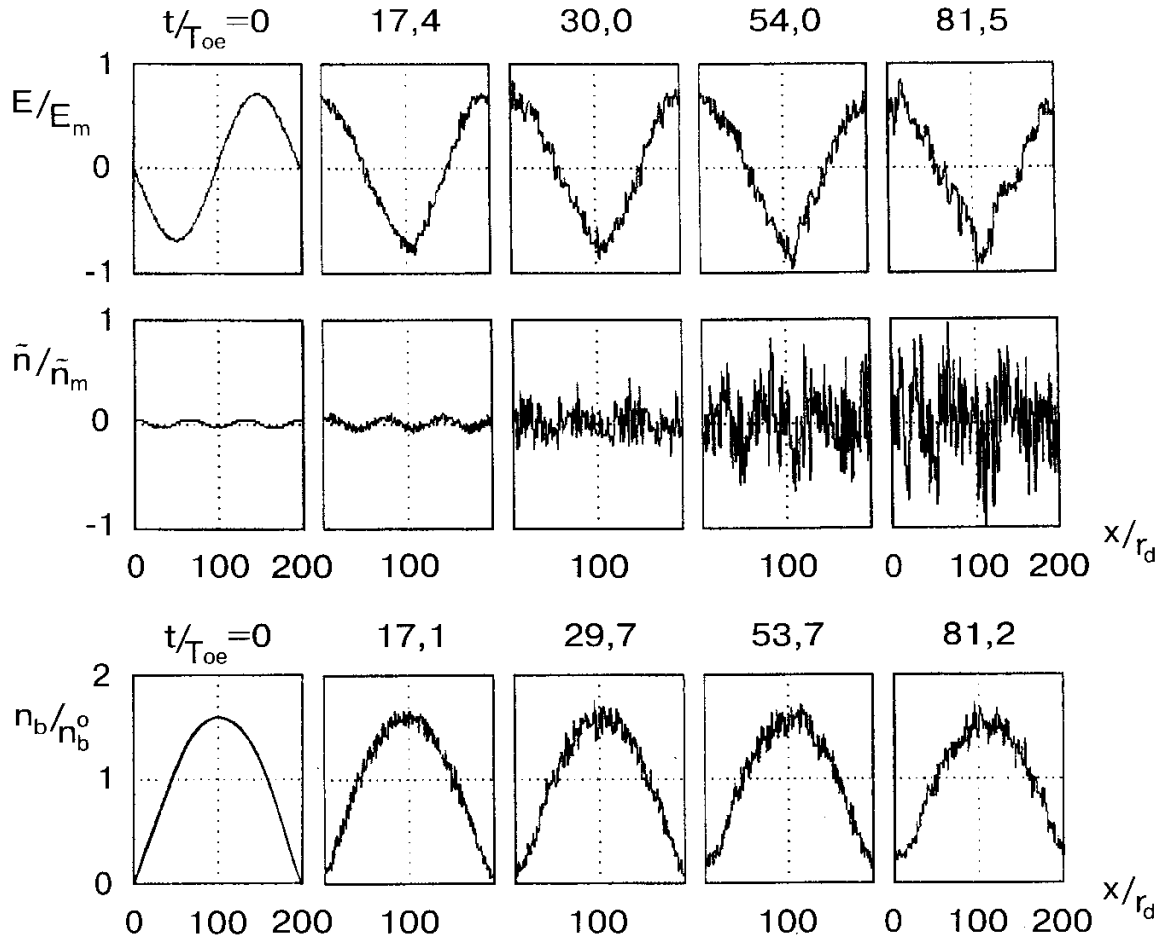


Рис. 10: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Случай 14-2. $E_m/E_0 = 1,44$; $E_0 = 25$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,26$; $n_b^0/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$.

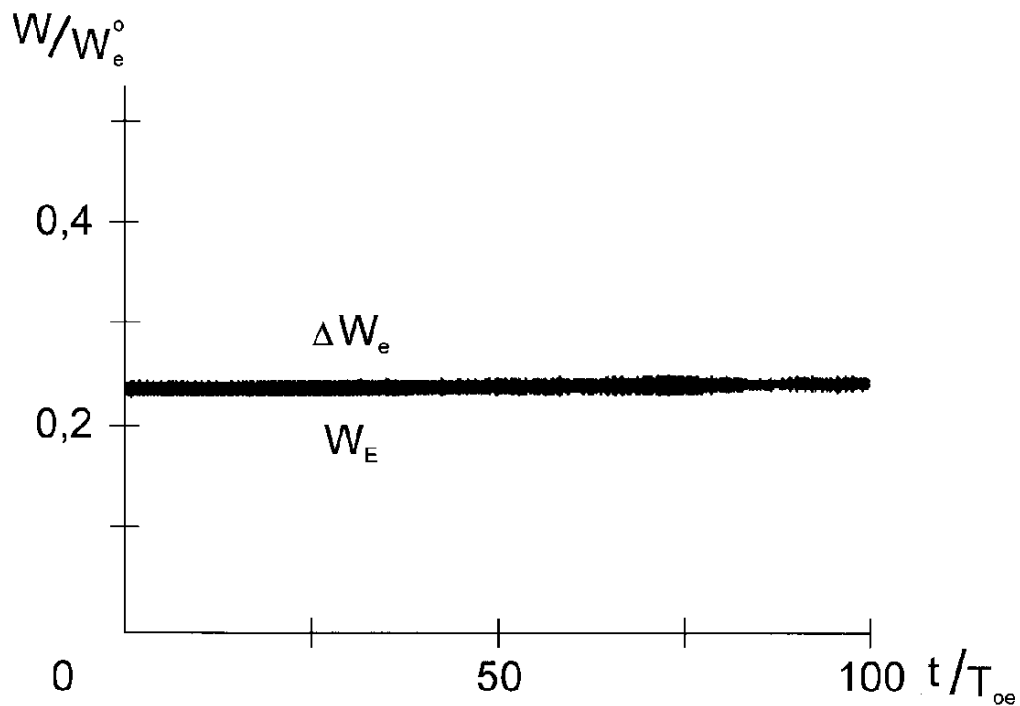


Рис. 11: Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$. Случай 13-1.

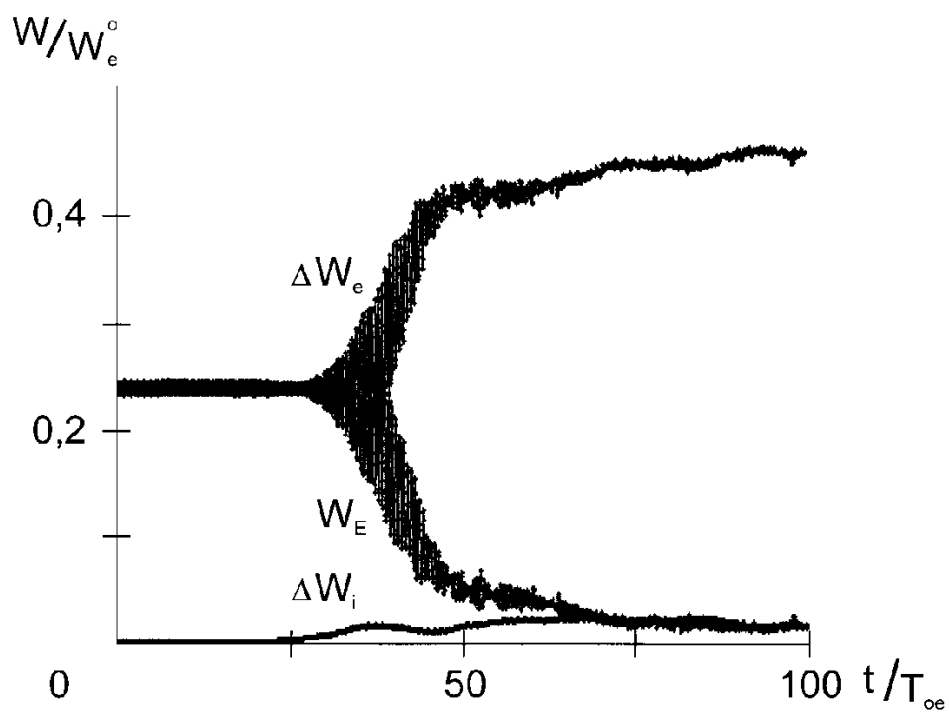


Рис. 12: Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов и ионов плазмы ΔW_e , ΔW_i . Случай 13-2.

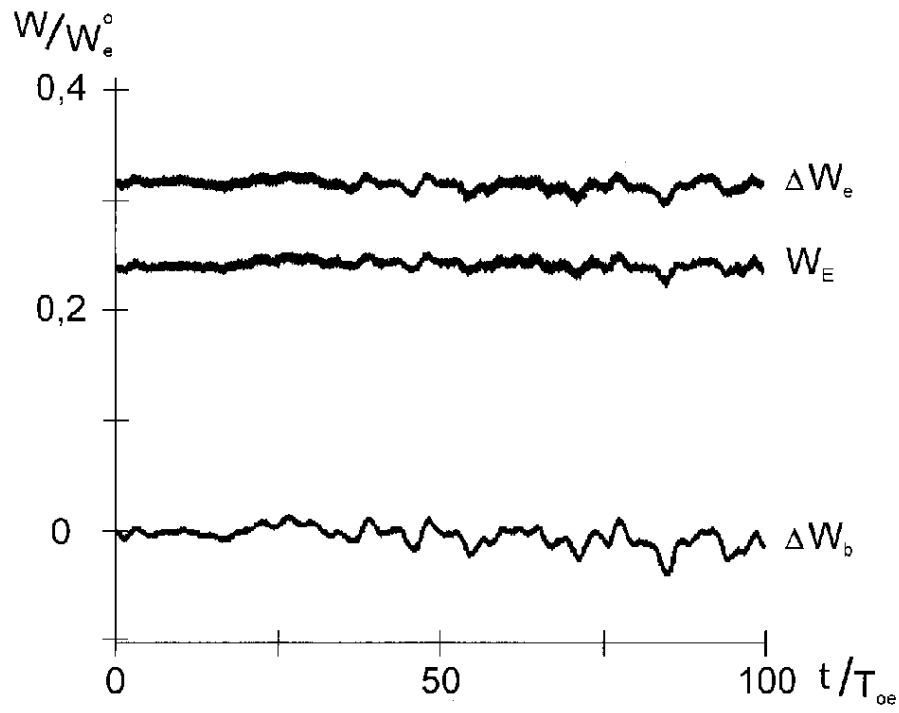


Рис. 13: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$. Случай 14-1.

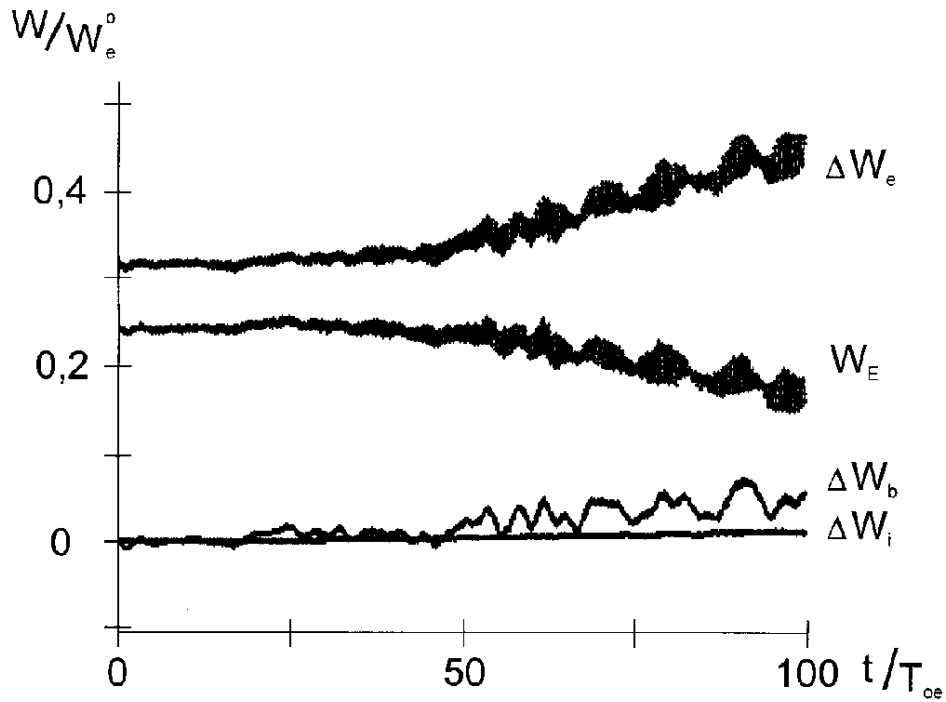


Рис. 14: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов и ионов плазмы ΔW_e , ΔW_i и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 14-2.

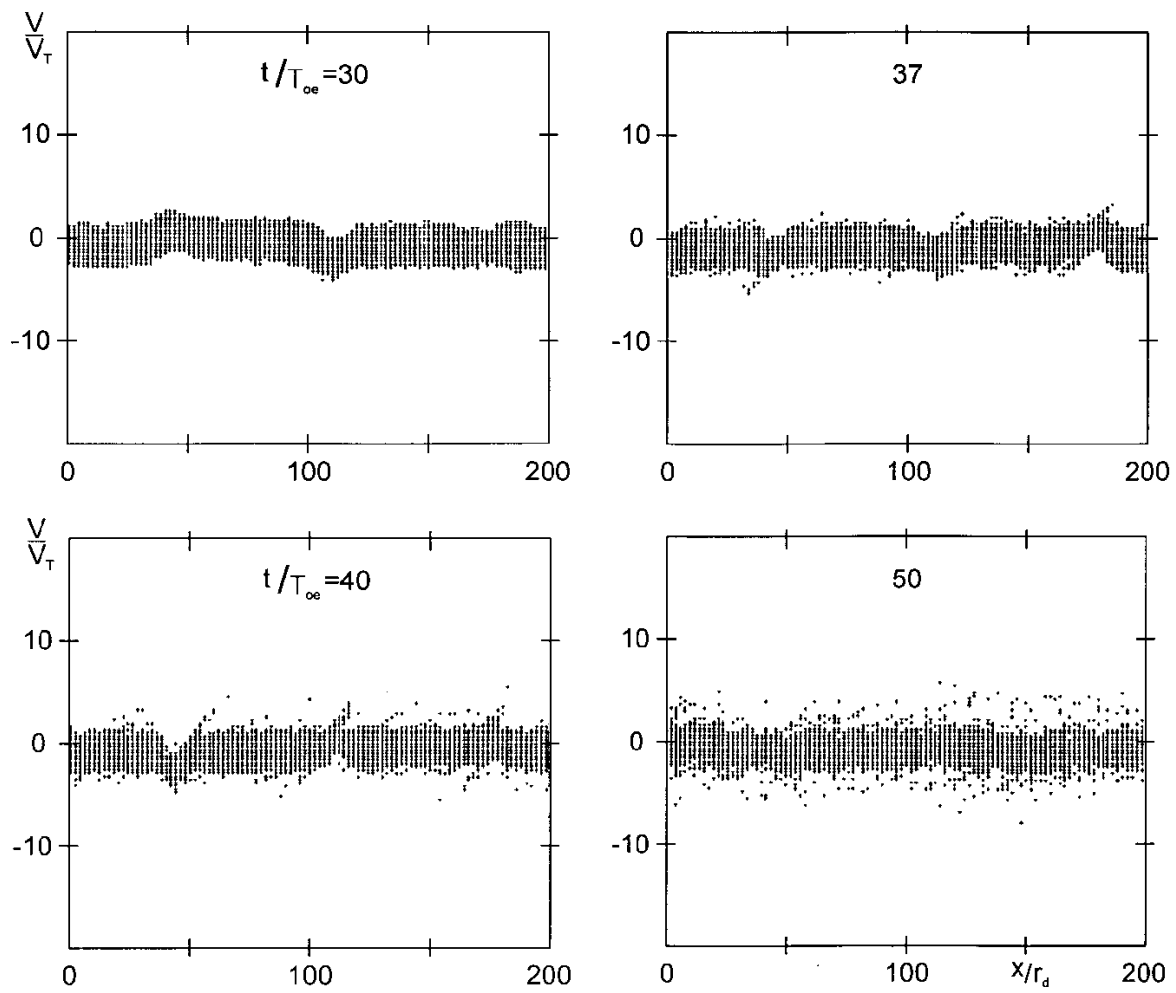


Рис. 15: Фазовые плоскости электронов. Случай 13-2.

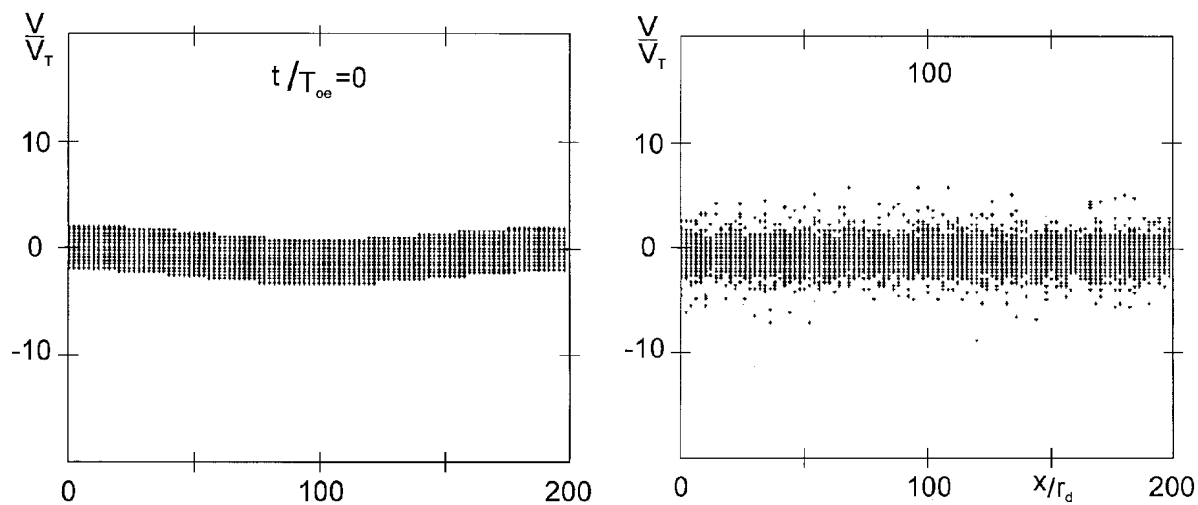


Рис. 16: Фазовые плоскости электронов. Случай 13-2.

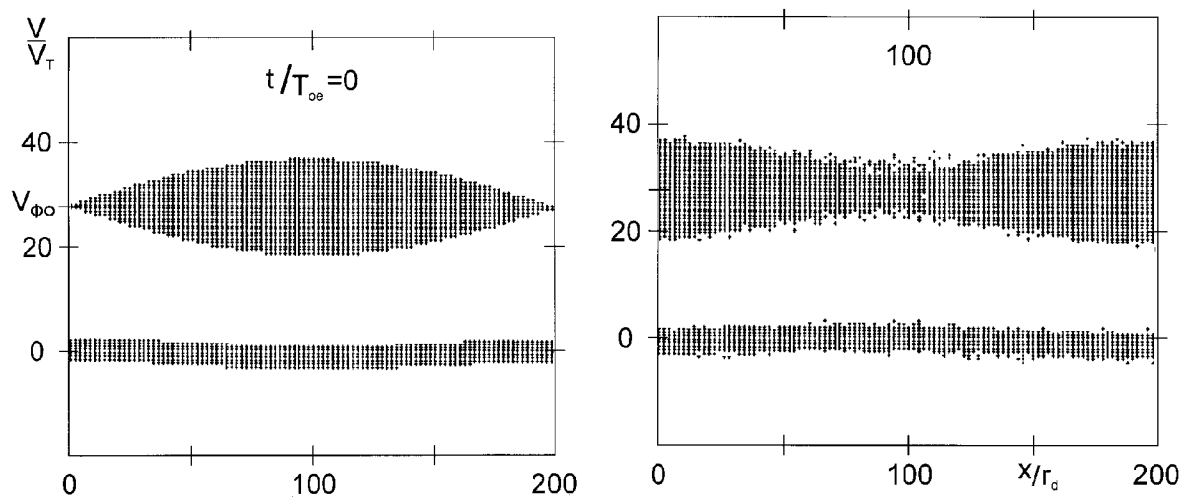


Рис. 17: Фазовые плоскости электронов. Случай 14-2.

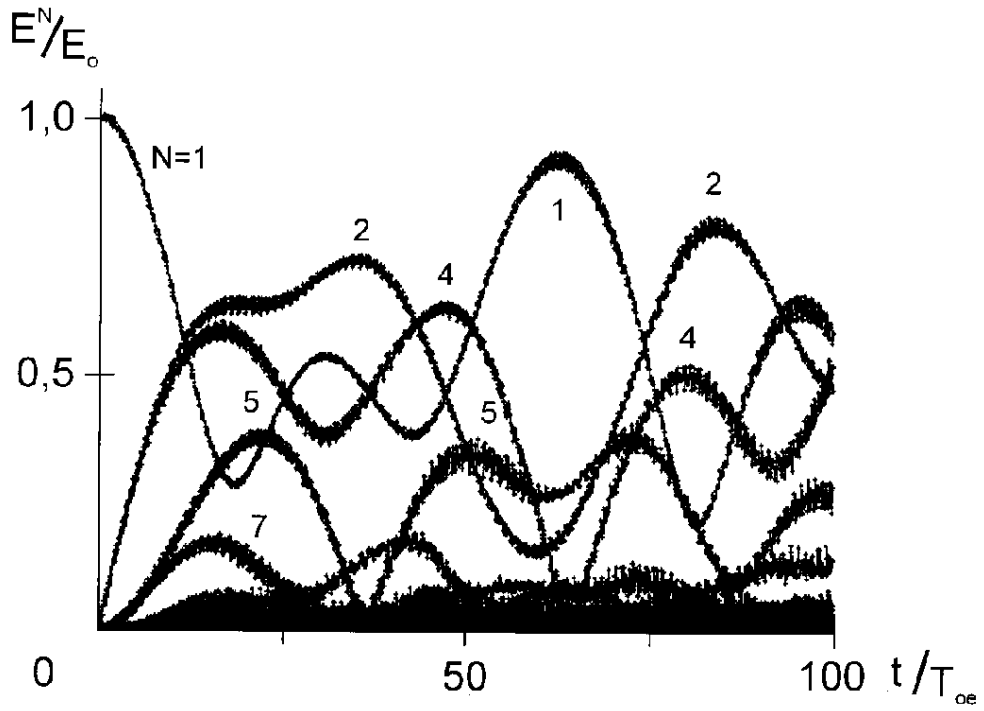


Рис. 18: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 15-1. $E_0 = 25$; $M/m = 10^{10}$.

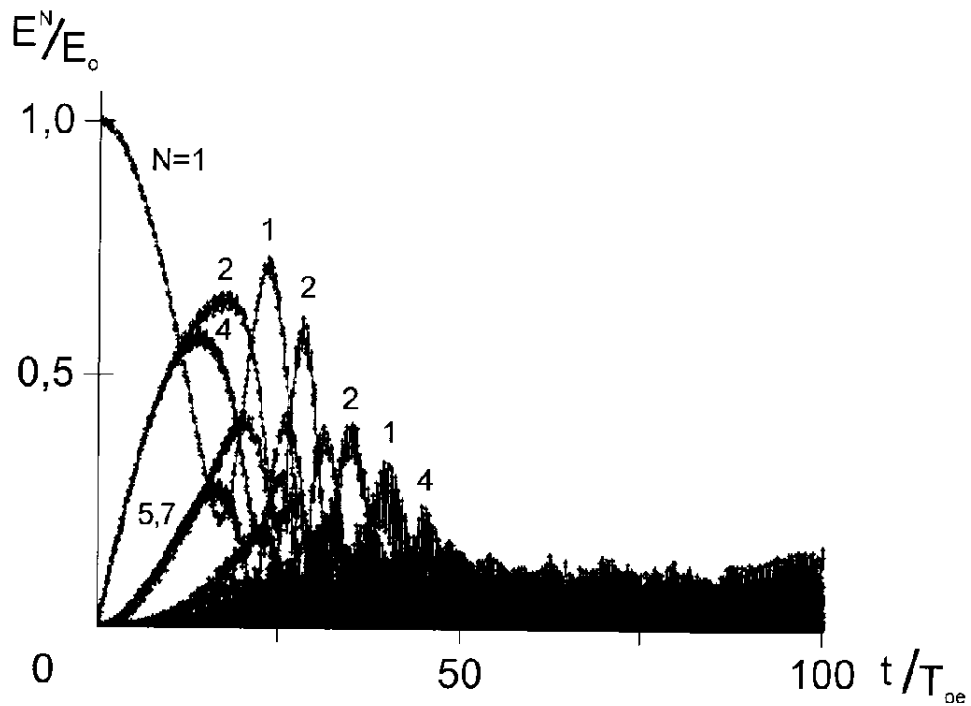


Рис. 19: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 15-2. $E_0 = 25$; $M/m = 10^2$.

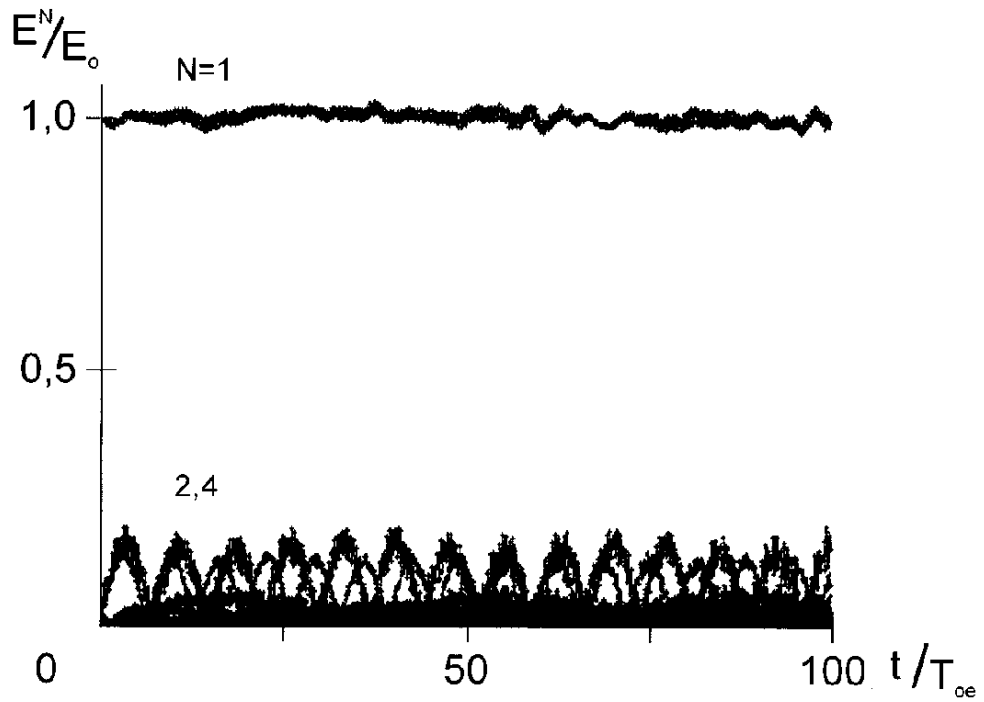


Рис. 20: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 16-1. $E_0 = 25$; $M/m = 10^{10}$.

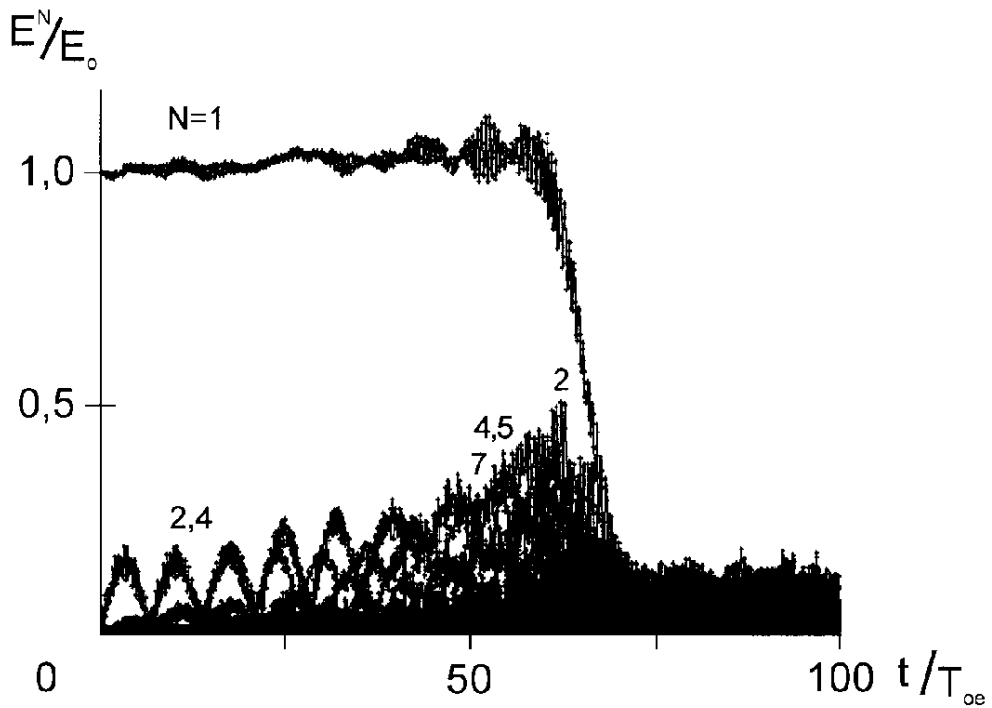


Рис. 21: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 16-2. $E_0 = 25$; $M/m = 10^2$.

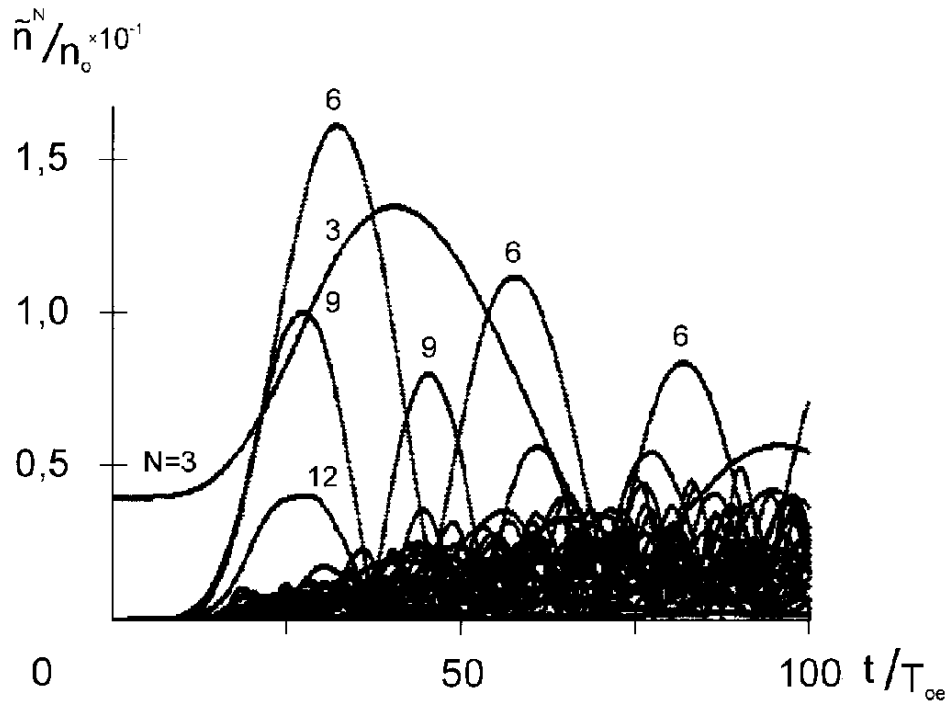


Рис. 22: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 15-2.

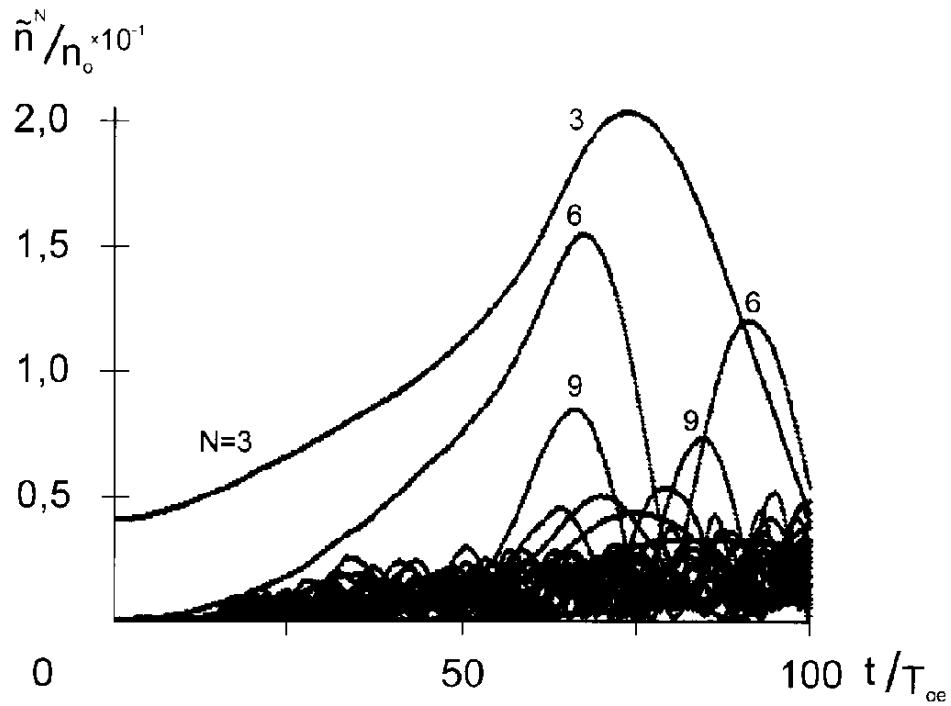


Рис. 23: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 16-2.

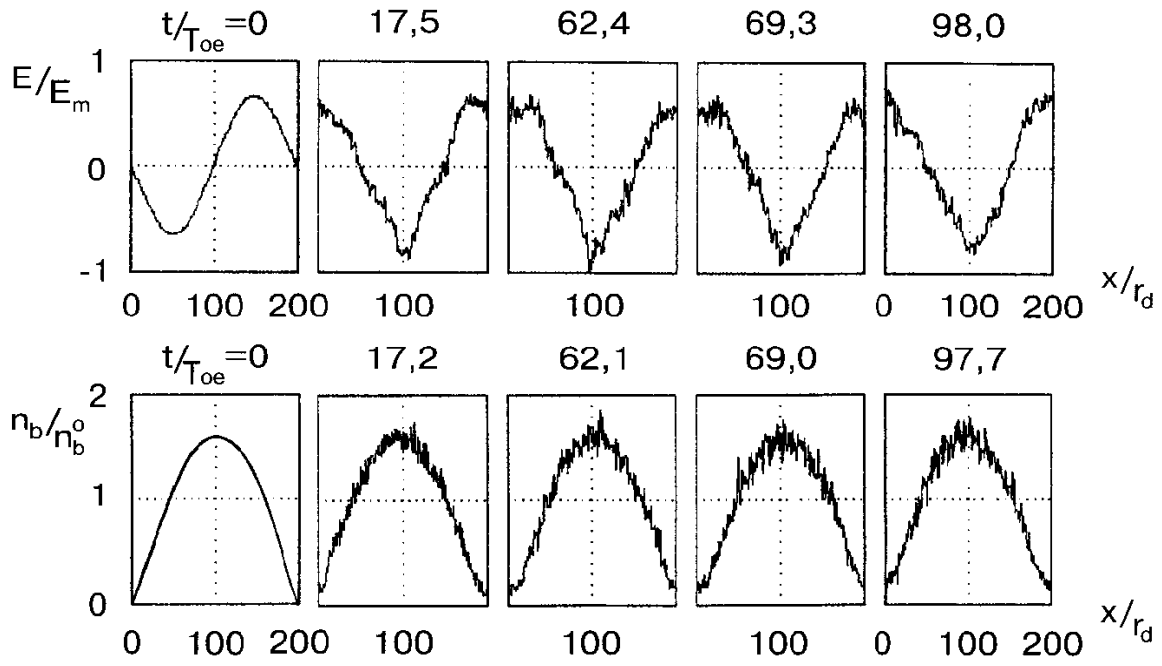


Рис. 24: Распределение поля $E(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$.
Случай 16-1. $E_m/E_0 = 1,55$; $E_0 = 25$; $n_b^0/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$.

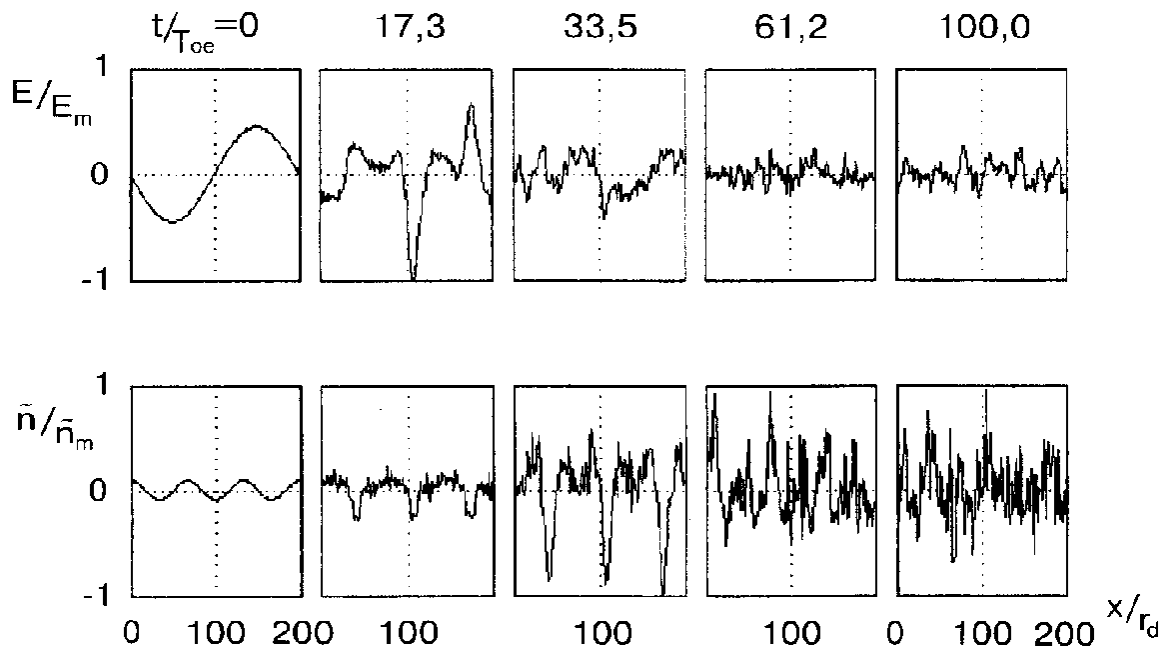


Рис. 25: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$.
Случай 15-2. $E_m/E_0 = 2,23$; $E_0 = 25$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,45$.

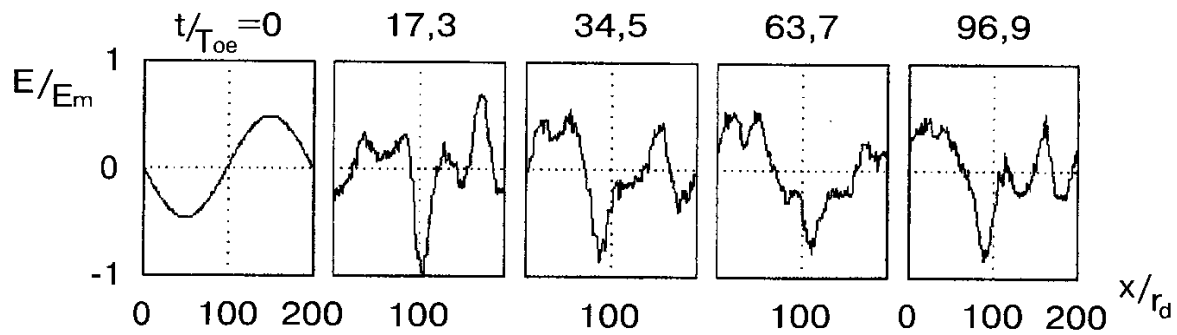


Рис. 26: Распределение поля $E(x)$. Случай 15-1. $E_m/E_0 = 2,09$; $E_0 = 25$.

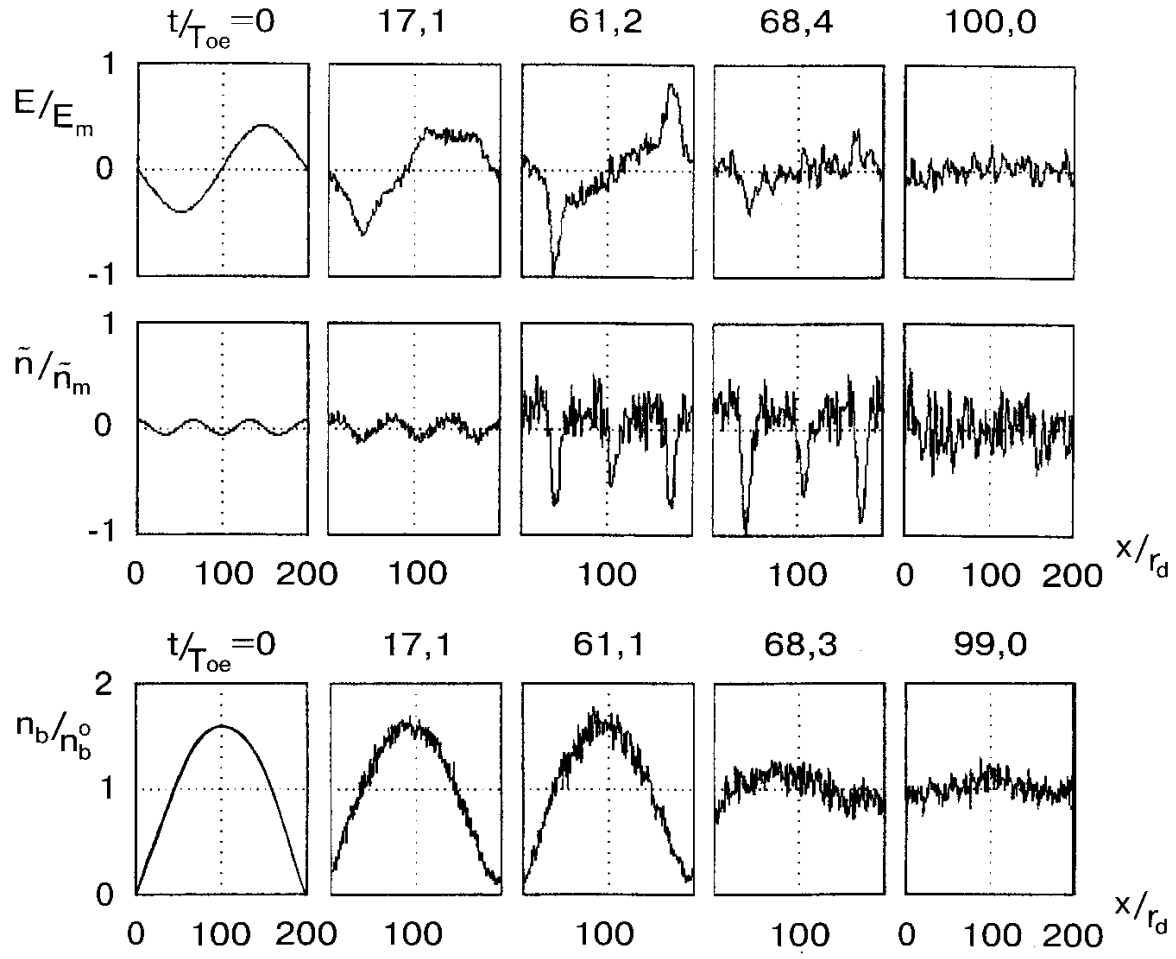


Рис. 27: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Случай 16-2. $E_m/E_0 = 2,48$; $E_0 = 25$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,60$; $n_b^0/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$.

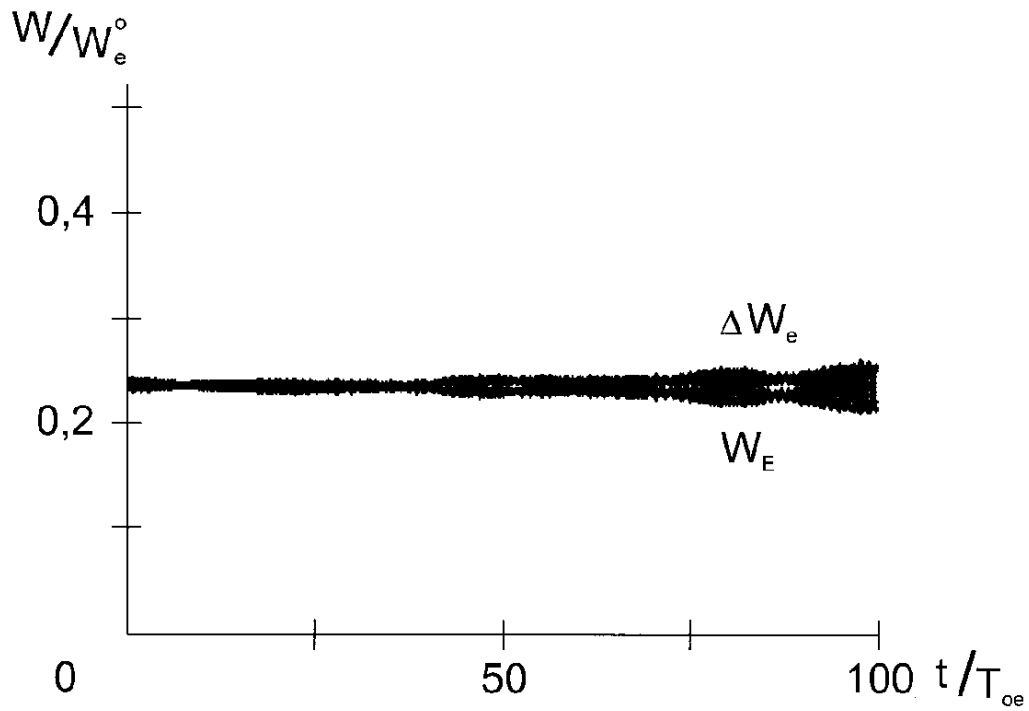


Рис. 28: Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов плазмы ΔW_e . Случай 15-1.

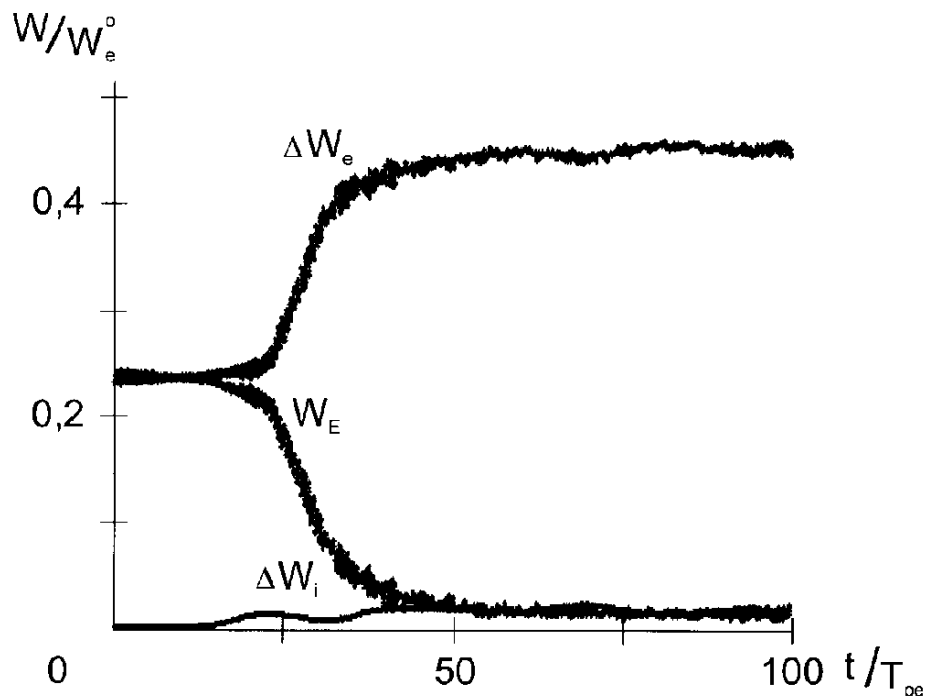


Рис. 29: Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов и ионов плазмы ΔW_e , ΔW_i . Случай 15-2.

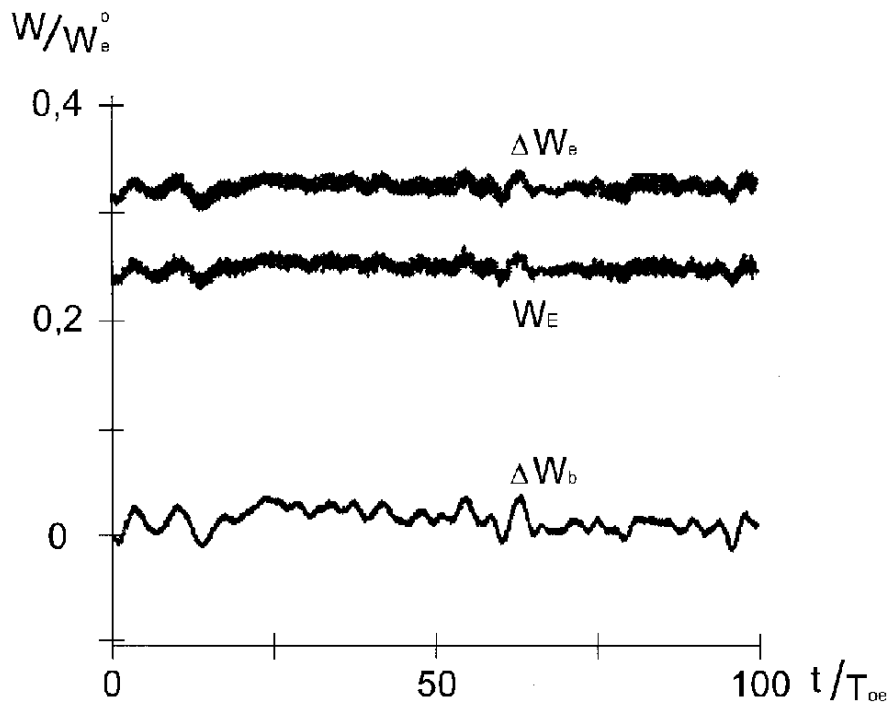


Рис. 30: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 16-1.

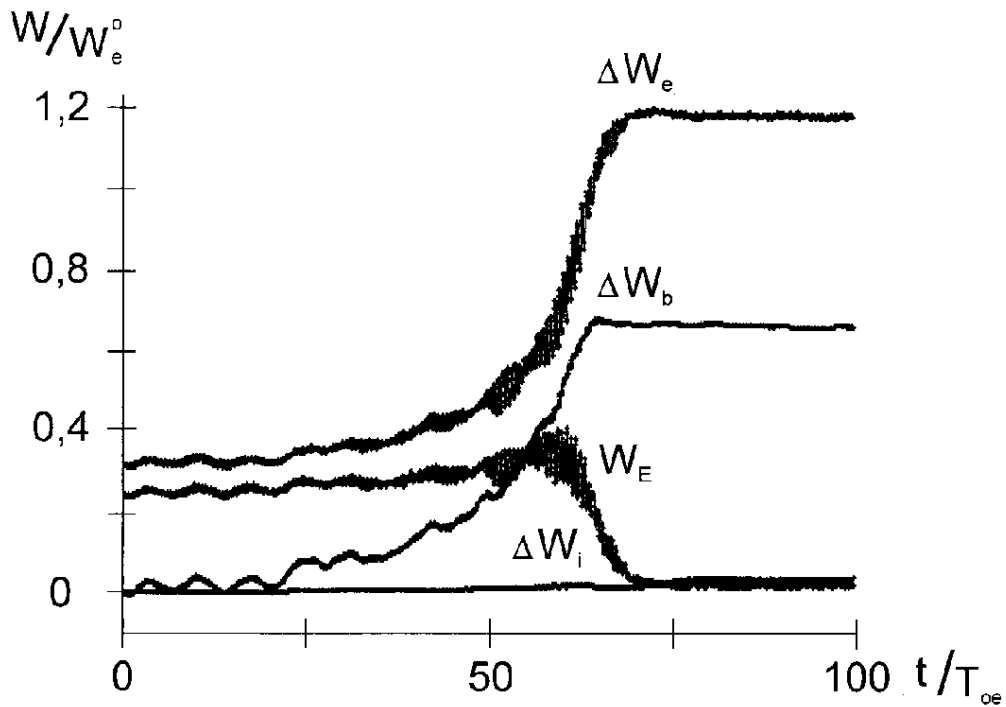


Рис. 31: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов и ионов плазмы ΔW_e , ΔW_i и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 16-2.

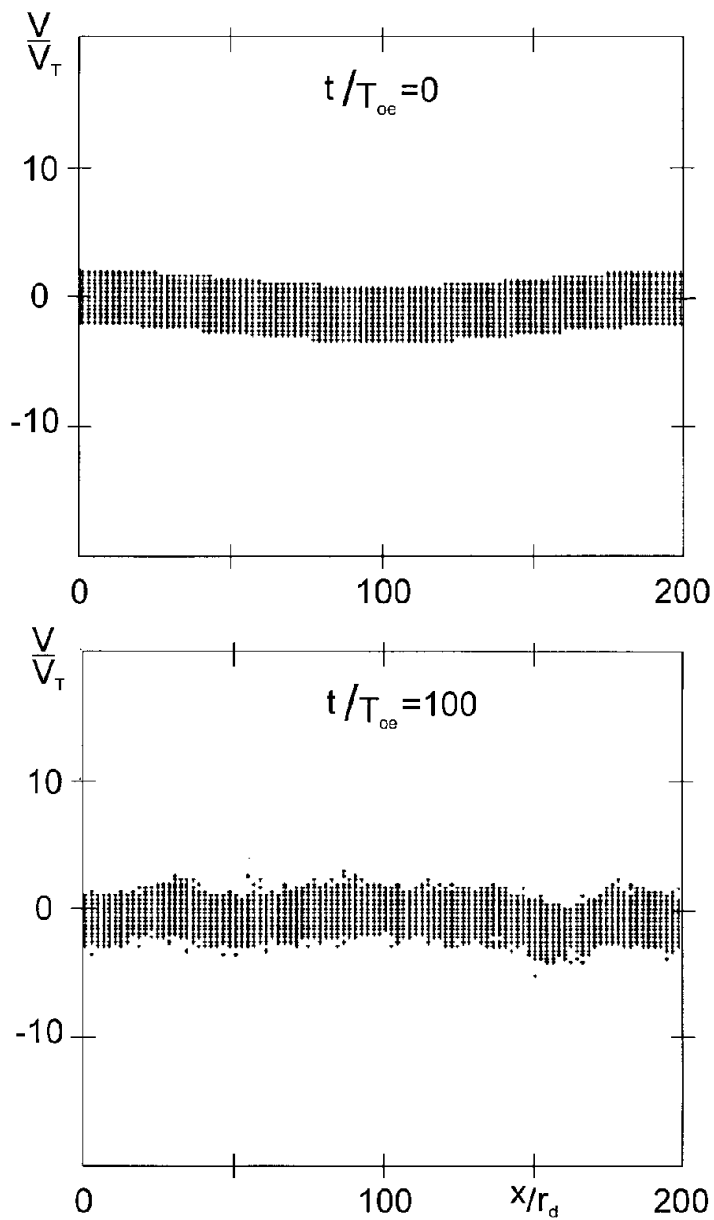


Рис. 32: Фазовые плоскости электронов. Случай 15-1.

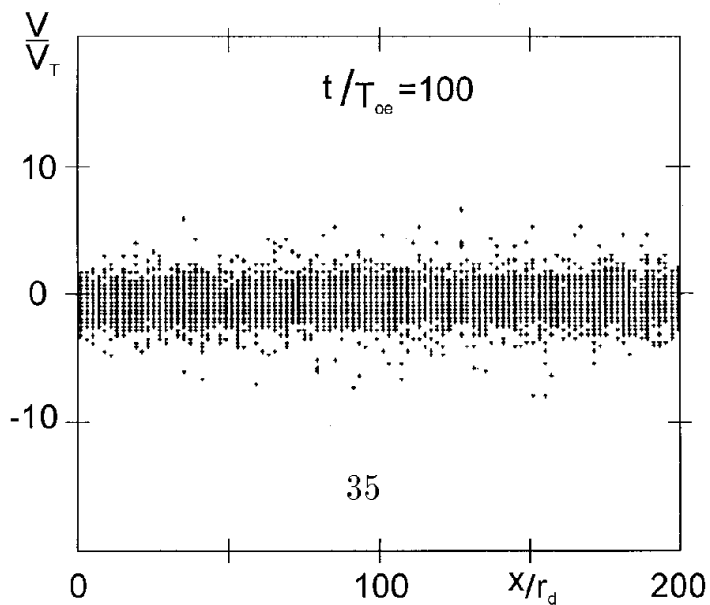


Рис. 33: Фазовые плоскости электронов. Случай 15-2. $t = 0$ то же, что на рис. 32.

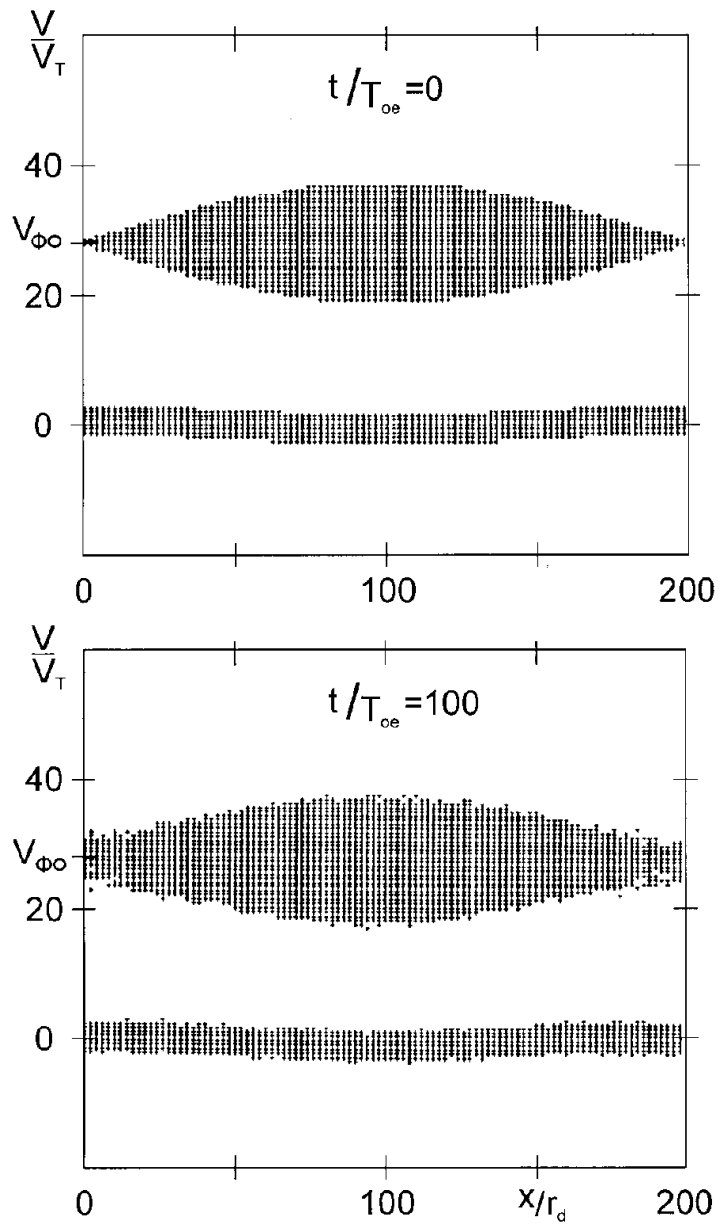


Рис. 34: Фазовые плоскости электронов. Случай 16-1.

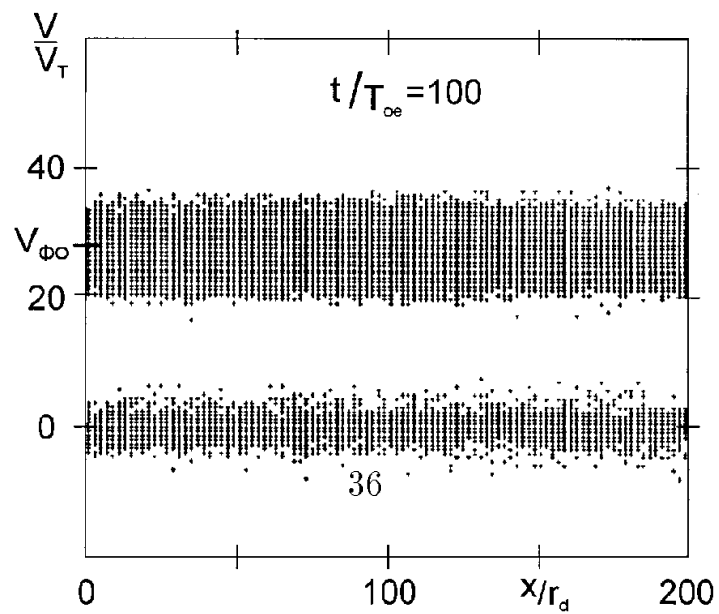


Рис. 35: Фазовые плоскости электронов. Случай 16-2. $t = 0$ то же, что на рис. 34.

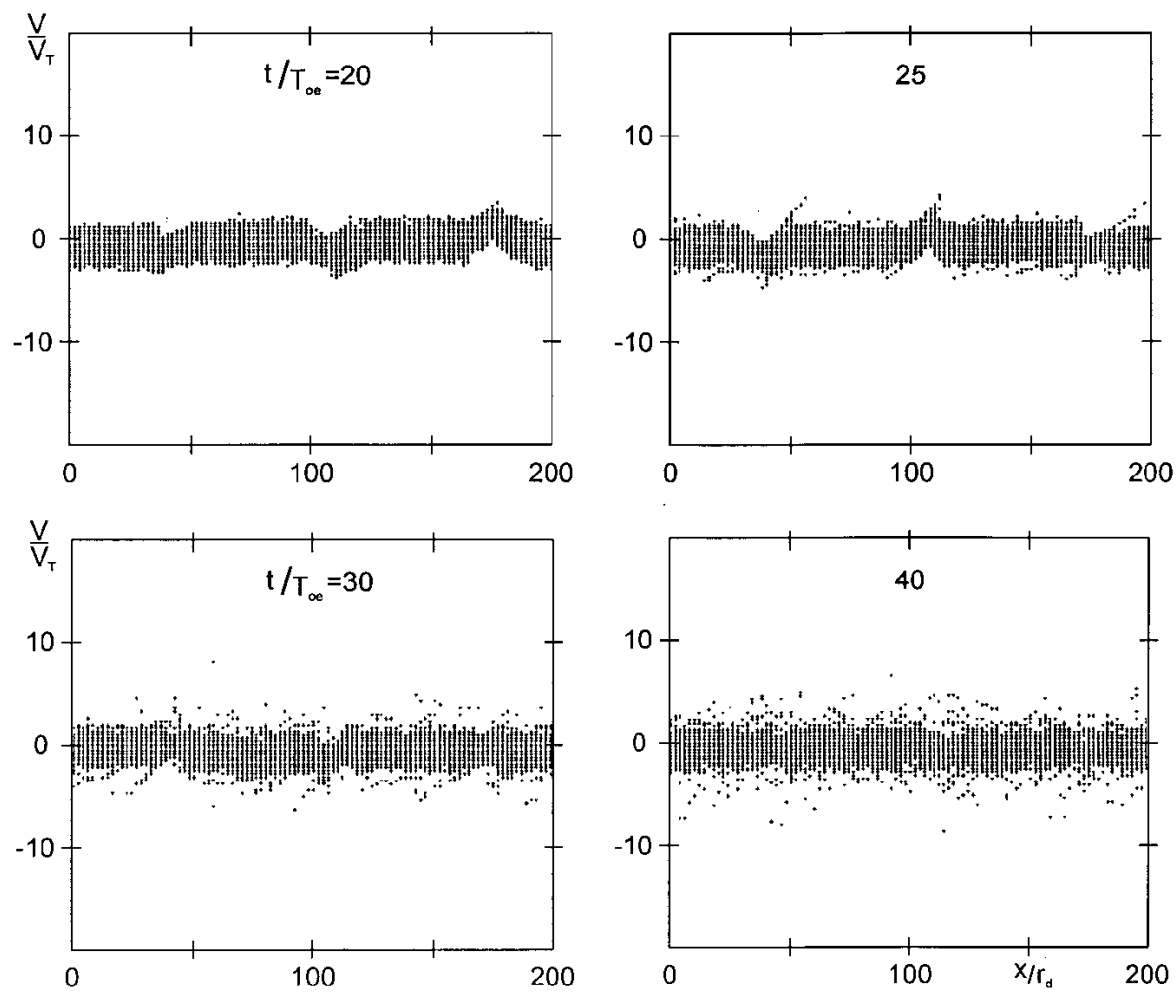


Рис. 36: Фазовые плоскости электронов. Случай 15-2.

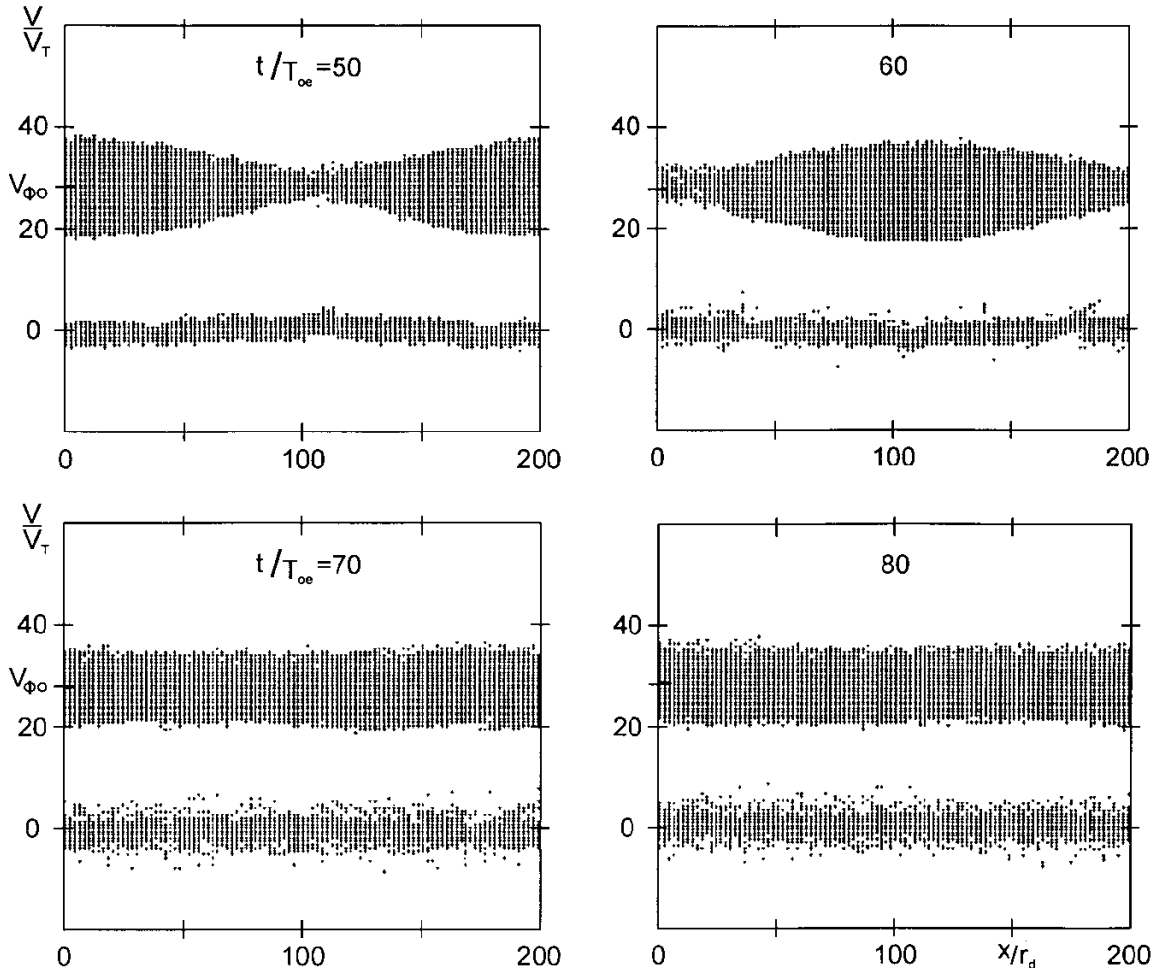


Рис. 37: Фазовые плоскости электронов. Случай 16-2.

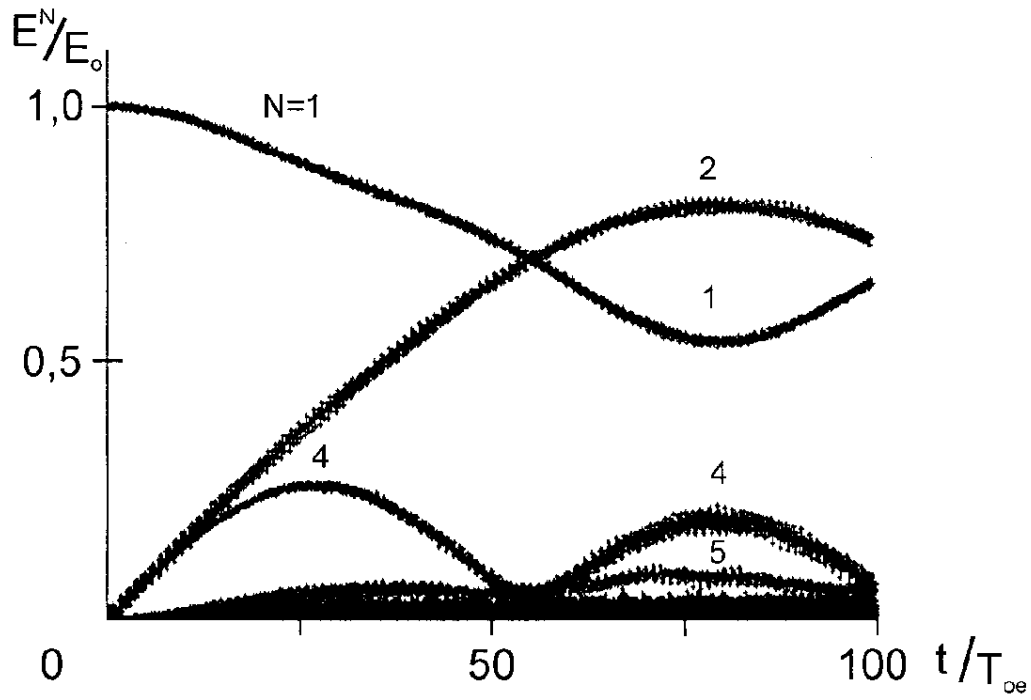


Рис. 38: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 17-1. $E_0 = 30$; $M/m = 10^{10}$.

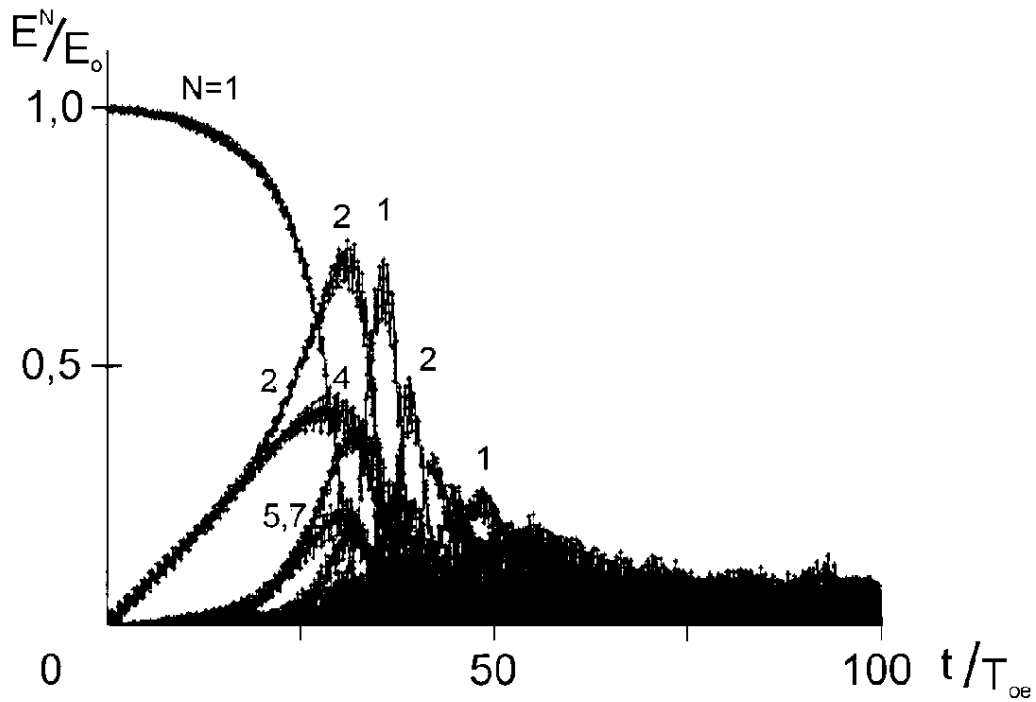


Рис. 39: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 17-2. $E_0 = 30$; $M/m = 10^2$.

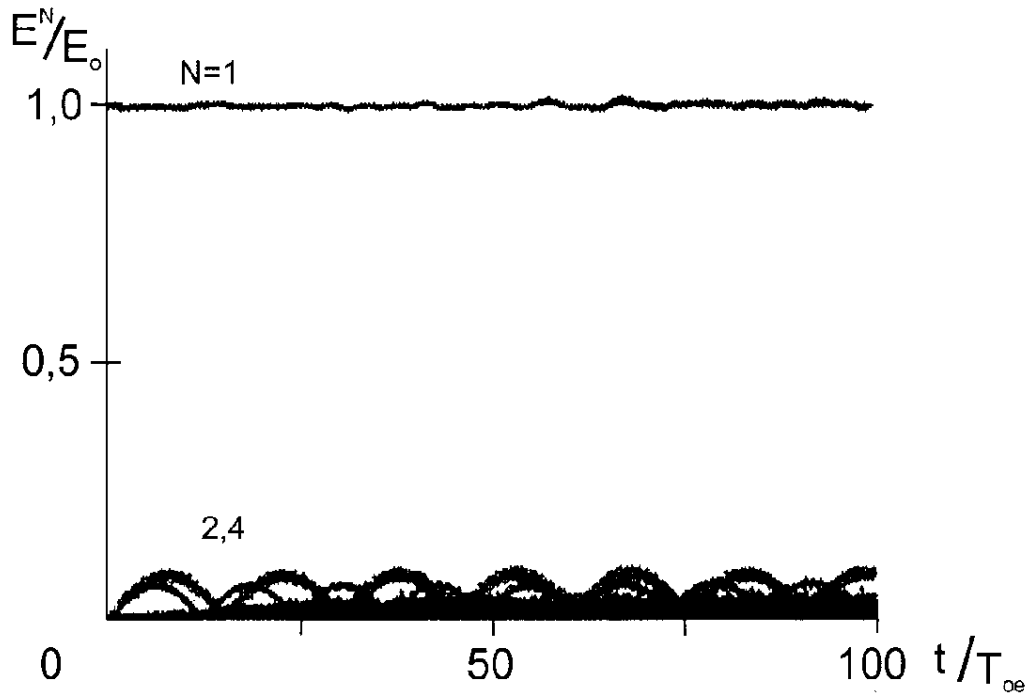


Рис. 40: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 18-1. $E_0 = 30$; $M/m = 10^{10}$.

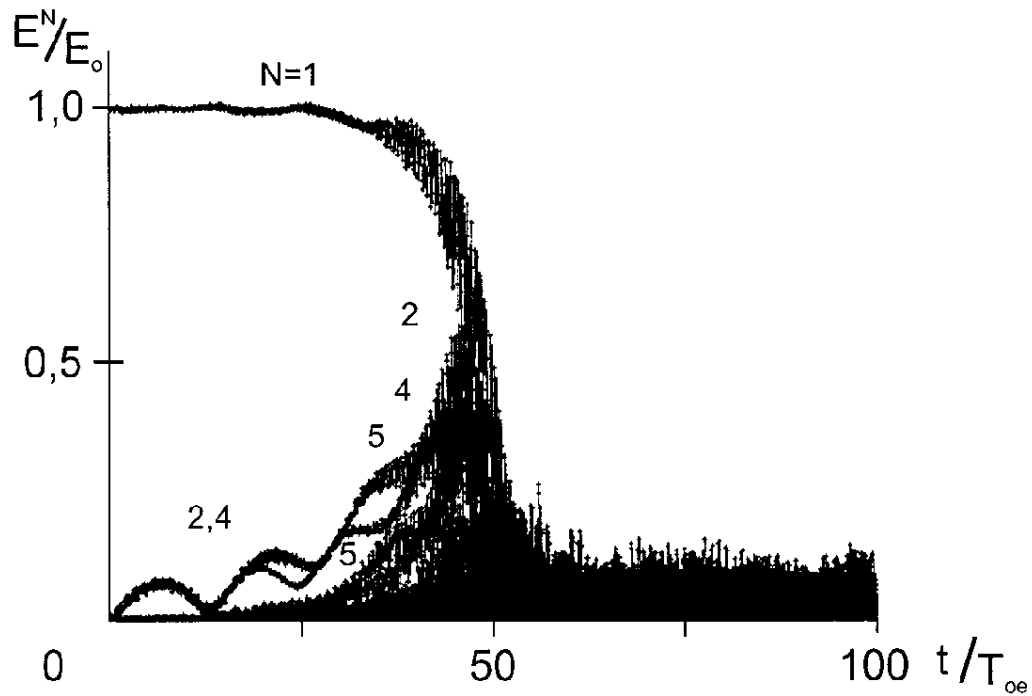


Рис. 41: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 18-2. $E_0 = 30$; $M/m = 10^2$.

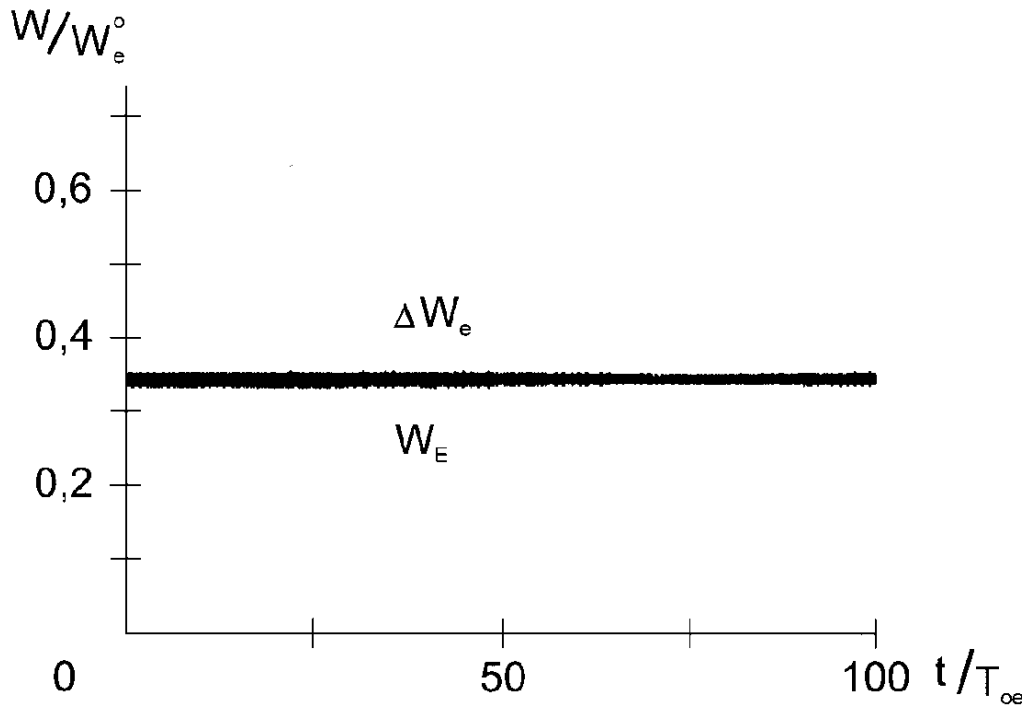


Рис. 42: Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов плазмы ΔW_e . Случай 17-1.

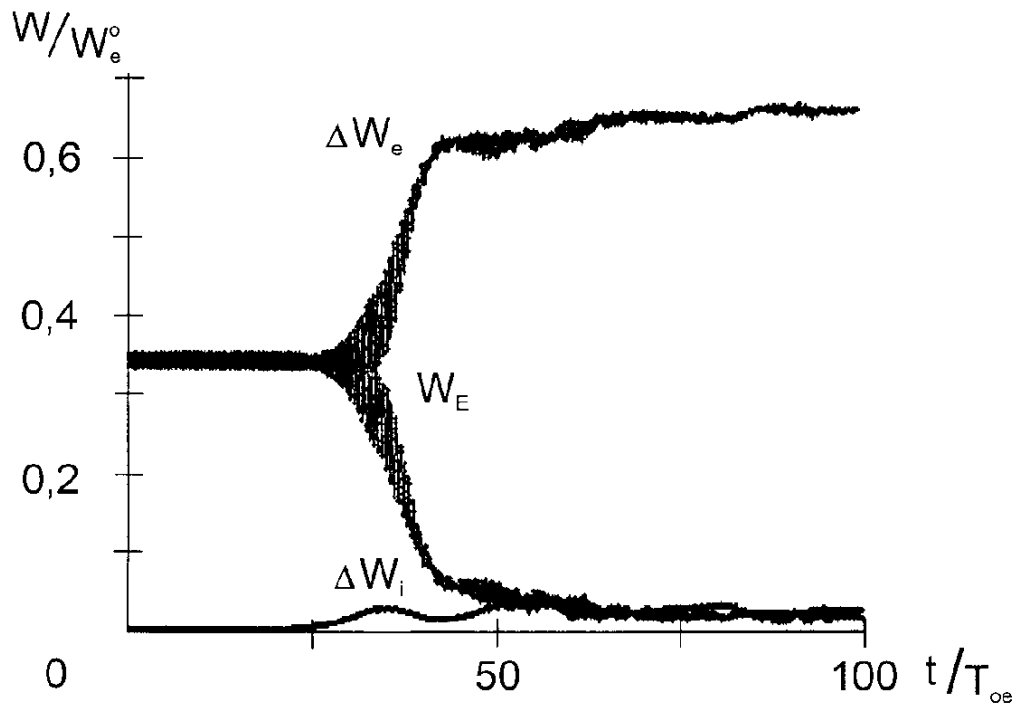


Рис. 43: Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов и ионов плазмы ΔW_e , ΔW_i . Случай 17-2.

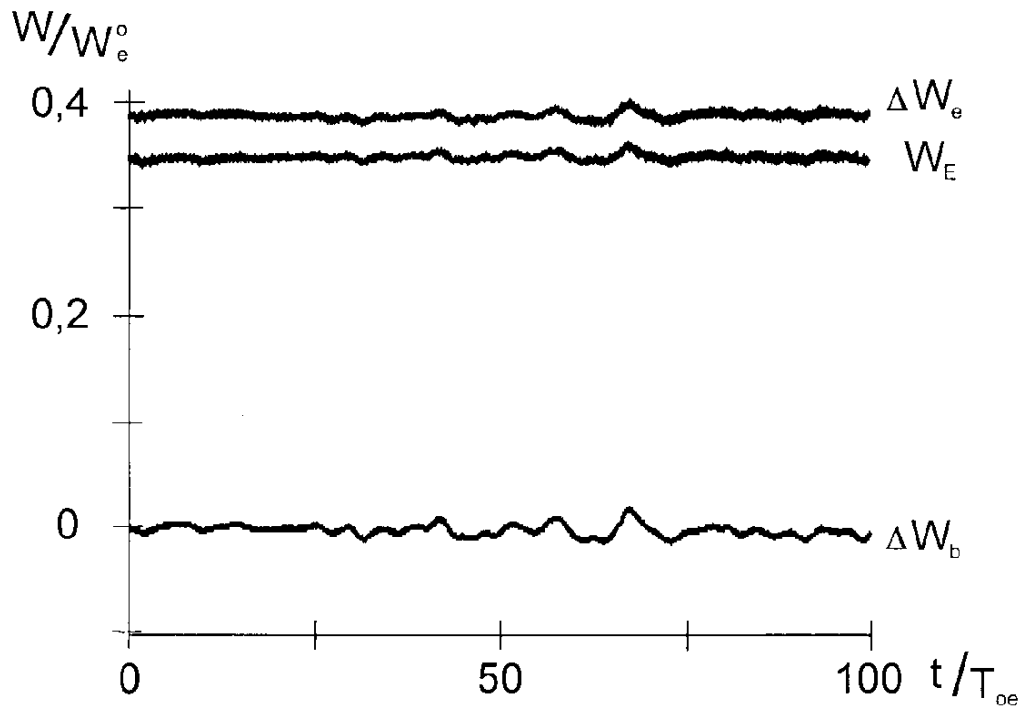


Рис. 44: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 18-1.

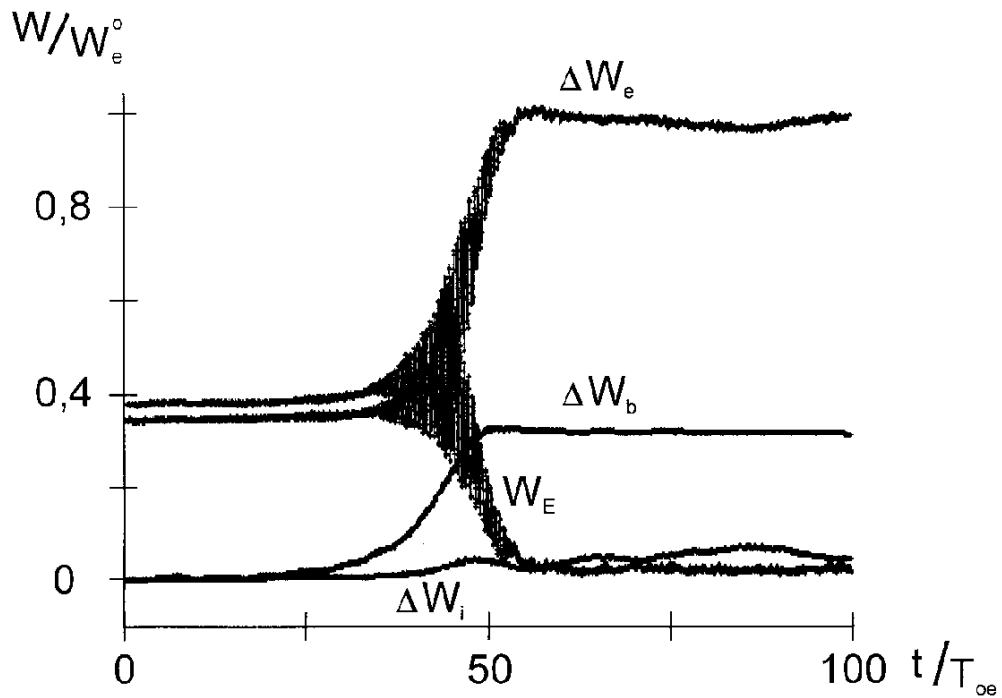


Рис. 45: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов и ионов плазмы ΔW_e , ΔW_i и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 18-2.

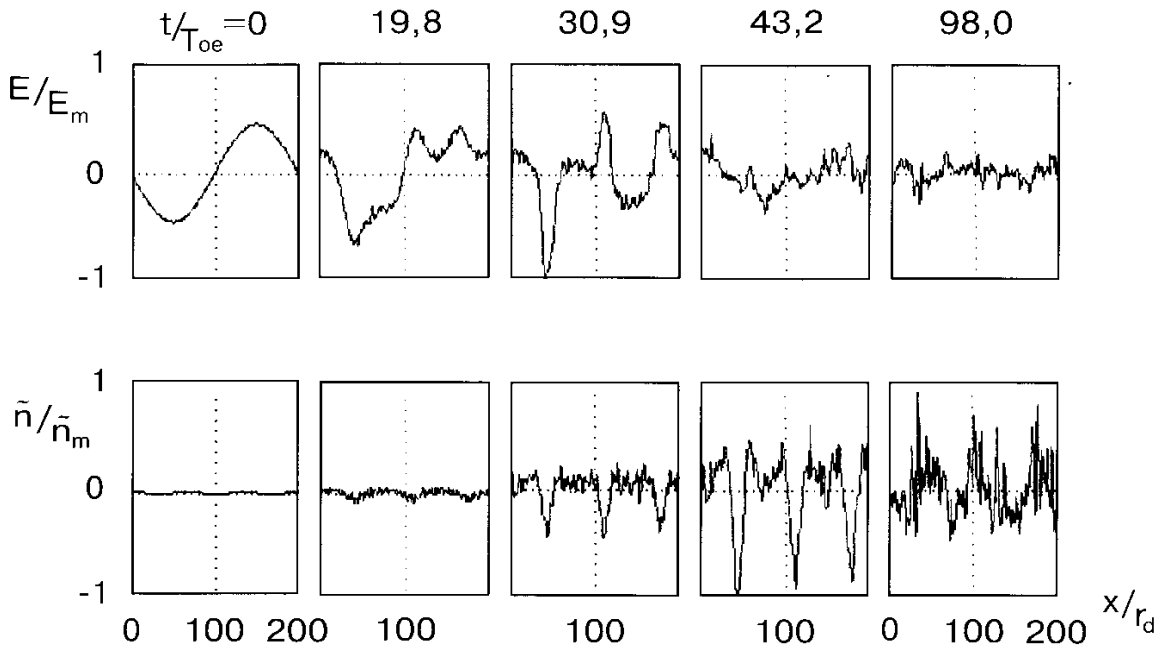


Рис. 46: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$.
 Случай 17-2. $E_m/E_0 = 2,17$; $E_0 = 30$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,55$.

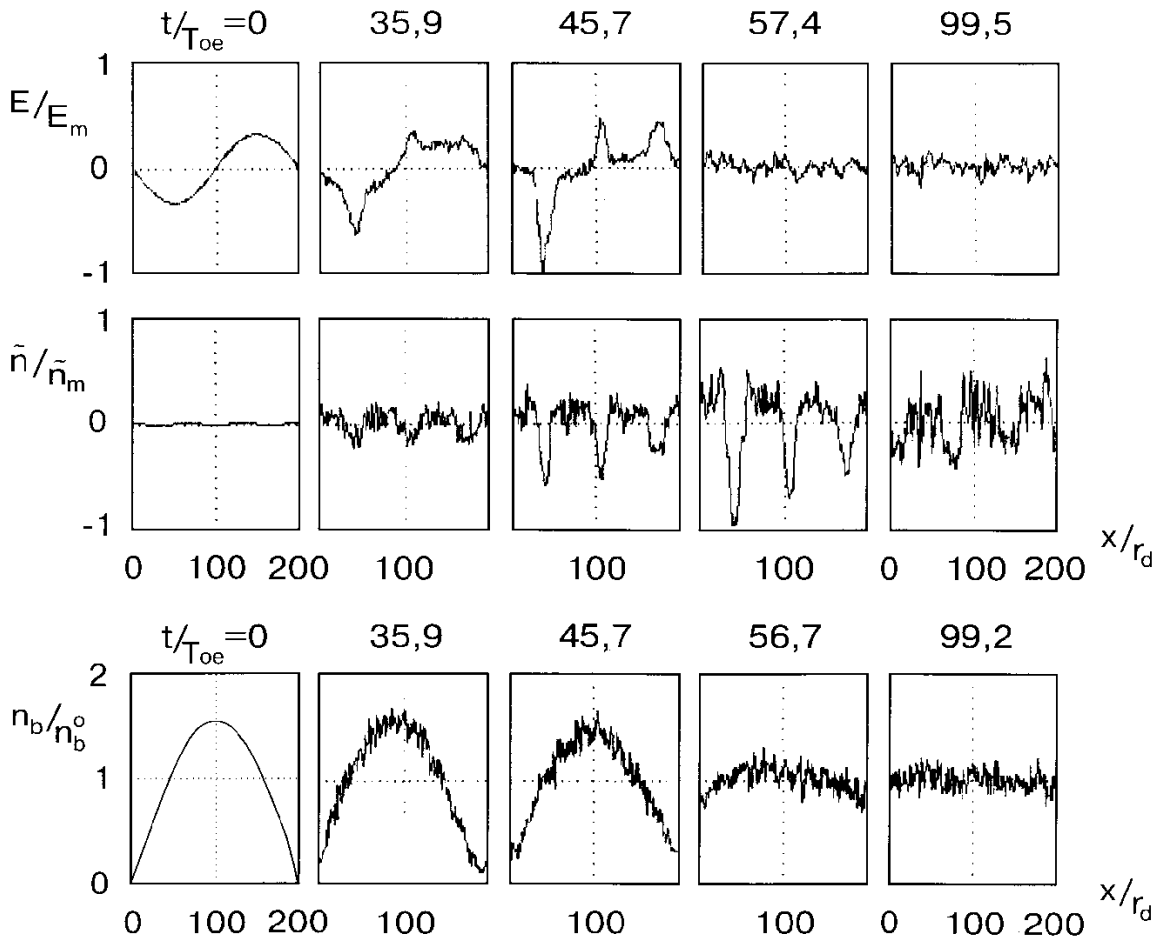


Рис. 47: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Случай 18-2. $E_m/E_0 = 3,07$; $E_0 = 30$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,67$; $n_b^0/n_0 = 5 \cdot 10^{-3}$.

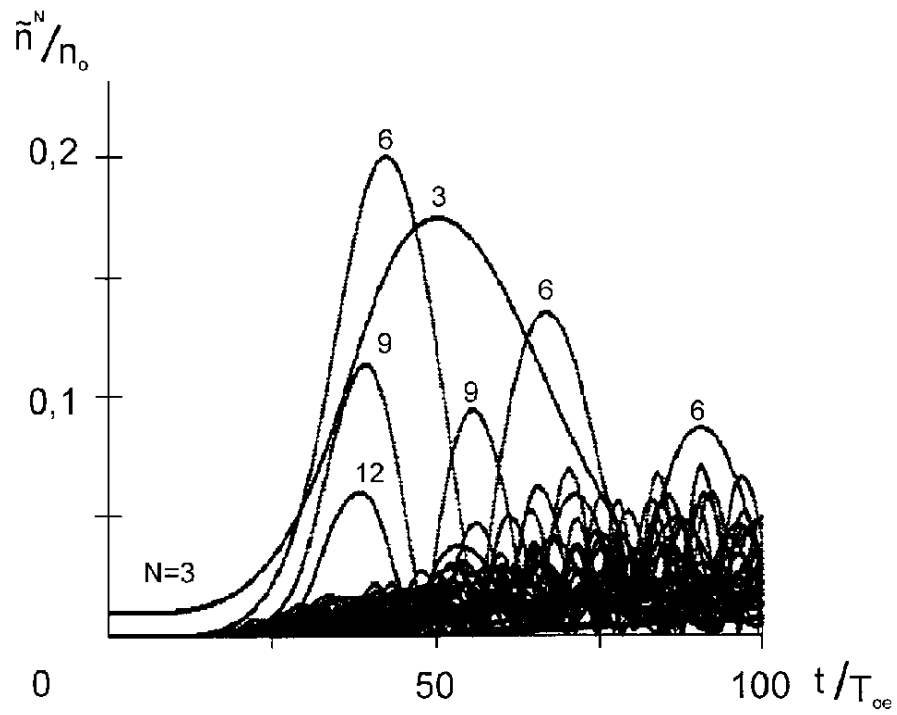


Рис. 48: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 17-2.

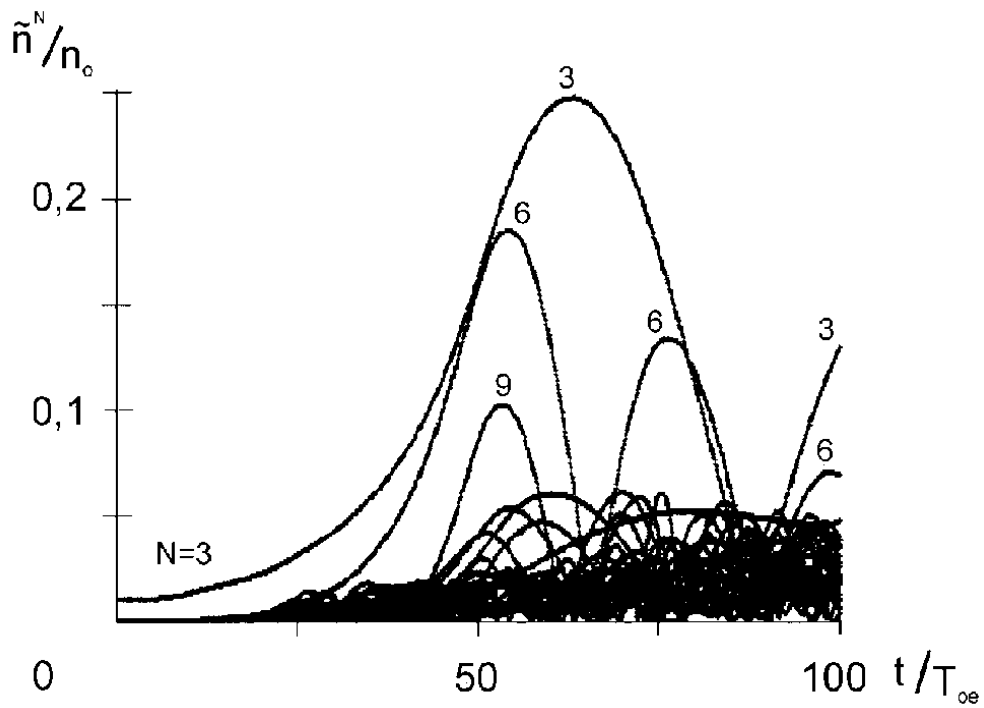


Рис. 49: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 18-2.

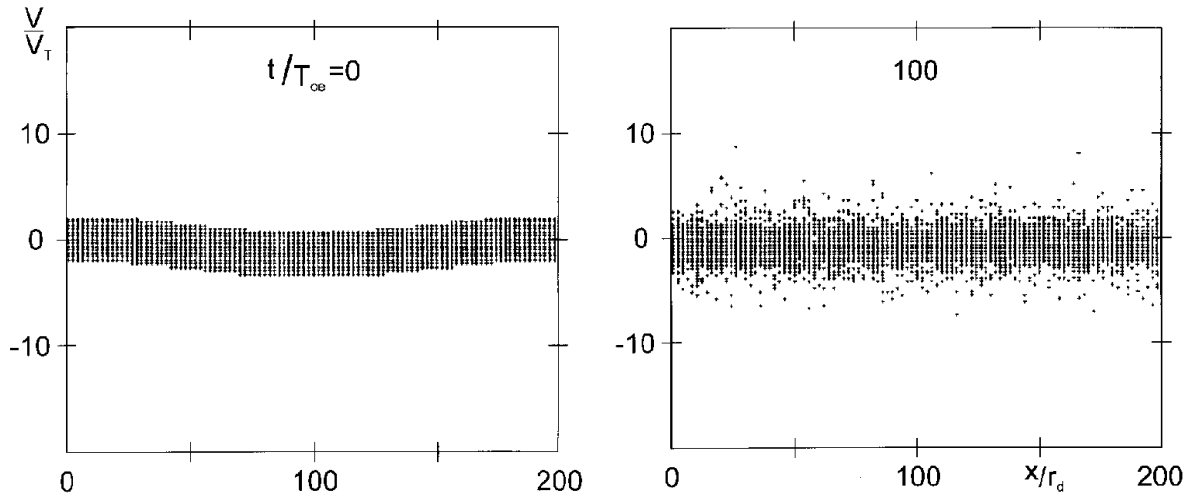


Рис. 50: Фазовые плоскости электронов. Случай 17-2.

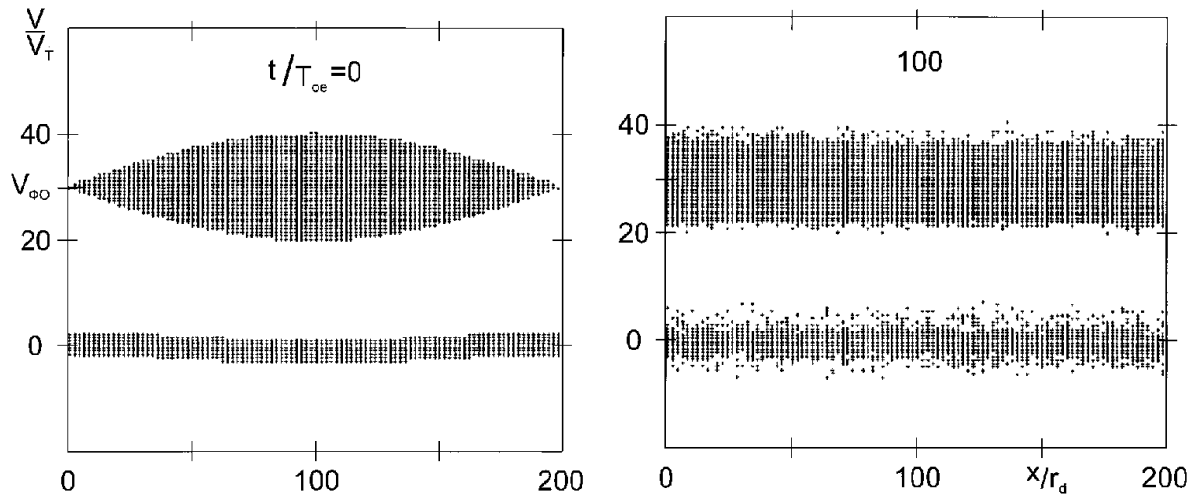


Рис. 51: Фазовые плоскости электронов. Случай 18-2.

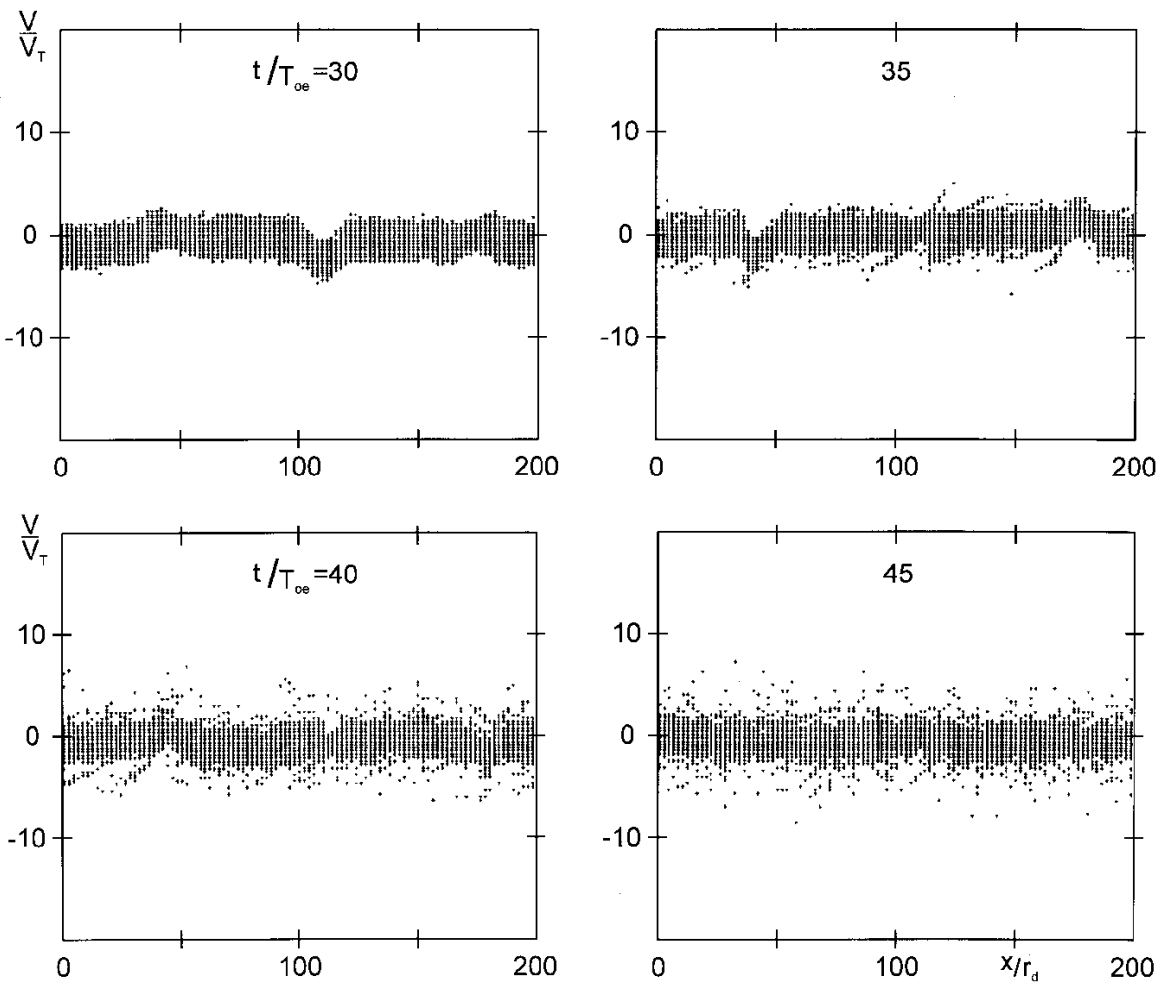


Рис. 52: Фазовые плоскости электронов. Случай 17-2.

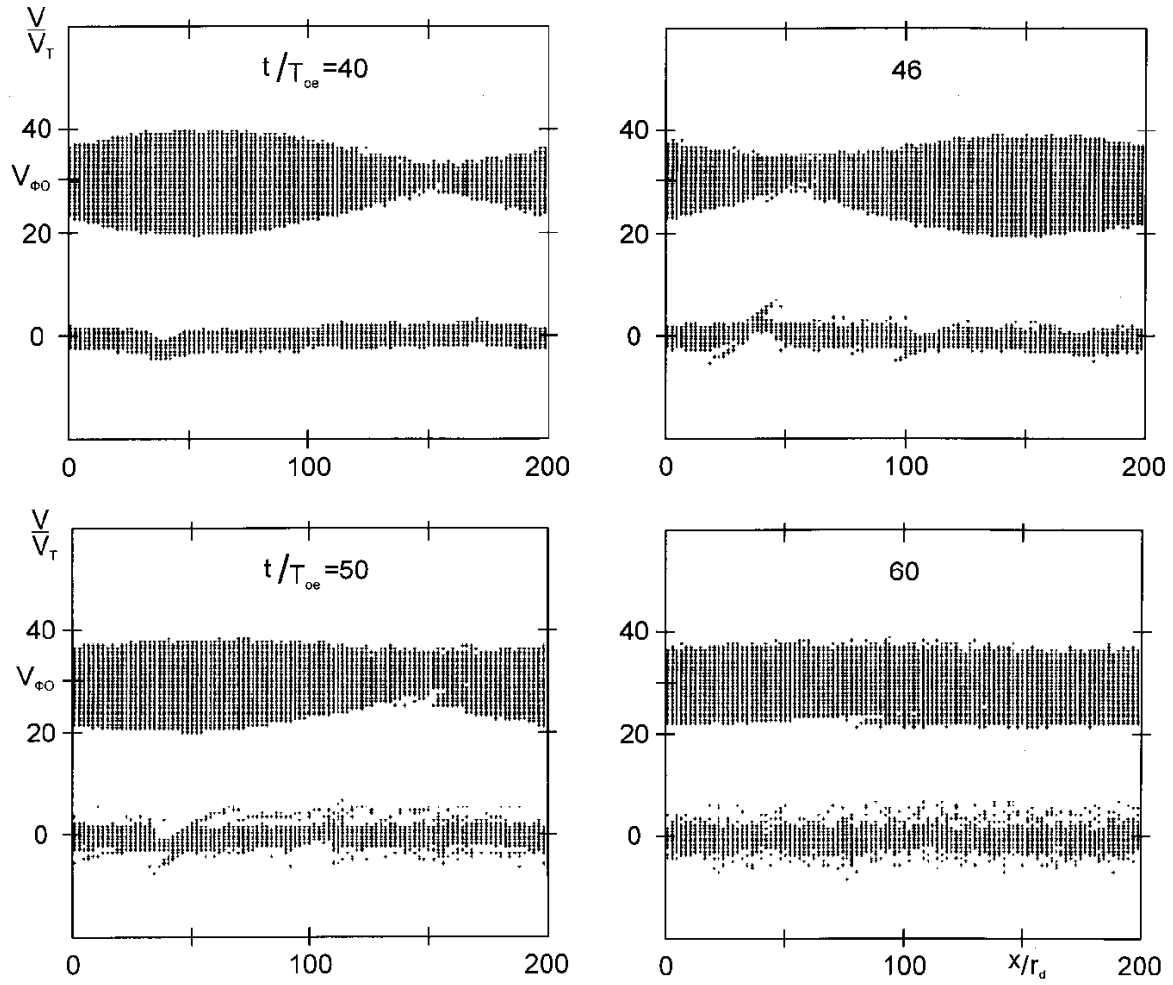


Рис. 53: Фазовые плоскости электронов. Случай 18-2.