

Государственный научный центр
Российской Федерации
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера СО РАН

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Волна Бернштейна-Грина-Крускала.
Конверсия и модуляционная неустойчивость.IV.

ИЯФ 97-31

НОВОСИБИРСК
1997

**Волна Бернштейна-Грина-Крускала.
Конверсия и модуляционная неустойчивость. IV.**

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию взаимодействия волны БГК с шумовыми ионно-звуковыми возмущениями с амплитудами до $\tilde{n}/n_o \sim 0,25$. Параметры волны БГК : $\lambda/r_d = 200$; $V_{ph}/V_T \sim 28 - 30$; $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$; $0,2$ и $0,3$.

Найдено, что при малых амплитудах $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$ и $0,2$ развитие волны БГК определяется конверсией на ионно-звуковых возмущениях, которая приводит к медленному затуханию, так что в течение длительного времени параметры волны меняются незначительно.

При больших амплитудах $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ конверсия стимулирует модуляционную неустойчивость, развитие которой приводит к коллапсу, разрушению волны БГК и поглощению её энергии электронами плазмы.

**The Bernstein-Greene-Kruskal wave.
The conversion and the modulational instability. IV.**

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova.

630090 Novosibirsk
Budker Institute of Nuclear Physics, Russia

Abstract

The interaction of the BGK wave ($\lambda/r_d = 200$; $V_{ph}/V_T \sim 28 - 30$; $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$; $0,2$ and $0,3$) with the noise-type ion-sound perturbations (the amplitudes $\tilde{n}/n_o \leq 0,25$) was studied in numerical experiments (PIC-method).

It was shown that, if the BGK wave amplitude is low — $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$ and $\sim 0,2$, the evolution of the wave is due to the conversion on the ion-sound perturbations, which leads to the slow damping of the wave.

If the BGK wave amplitude is high — $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ the conversion leads to the modulational instability. The evolution of the modulational instability leads to the collapse and to the absorption of the field energy by the plasma electrons which destroys the BGK wave.

© Институт ядерной физики
им. Г.И. Будкера СО РАН, Россия

В работе [1] описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию взаимодействия волны БГК с ионно-звуковой волной. Параметры волны БГК выбраны так, чтобы неустойчивость сателлитов [2] не играла роли.

Показано, что взаимодействие волны БГК с ионно-звуковой волной, подобно случаю ленгмюровской волны, приводит к конверсии в прямые и обратные ленгмюровские волны с номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. Возбуждение гармоник конверсии приводит к модуляции поля волны и в случае ленгмюровской волны — к модуляционной неустойчивости.

В случае волны БГК развитие конверсии отличается от случая ленгмюровской волны, так как обмен энергией захваченных в волну БГК электронов с её полем стабилизирует волну и препятствует конверсии. В результате при не очень больших амплитудах ионно-звуковой волны конверсия подавлена — амплитуда гармоник конверсии и модуляция поля невелики, модуляционная неустойчивость практически не играет роли и волна БГК остаётся устойчивой. Область устойчивости зависит от параметров волны БГК. Так волна БГК с амплитудой (плотностью энергии) $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$ устойчива при амплитудах ионно-звуковой волны $\tilde{n}/n_o \leq 0,1$. При $\tilde{n}/n_o \geq 0,3$ эта волна неустойчива. С увеличением E_o область устойчивости сужается. Так волна с амплитудой $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$ неустойчива при $\tilde{n}/n_o \geq 0,04$, а волна с $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ — при $\tilde{n}/n_o \geq 0,01$.

В настоящей работе рассматривается взаимодействие волны БГК с широким спектром ионно-звуковых возмущений. Рассматриваются волны БГК с теми же параметрами, что и в работе [1]. В качестве ионно-звуковых возмущений рассматриваются развивающиеся в системе ионно-

звуковые шумы [1] с максимальными амплитудами гармоник плотности $\tilde{n}^N/n_o \leq 0,03 - 0,04$ и возмущениями плотности $\tilde{n}(x)$ до $\tilde{n}/n_o \leq 0,25$ (в работе [1] эти шумы рассматривались как паразитное явление). Развитие волны БГК в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$) сравнивается со случаем неподвижных ионов ($M/m = 10^{10}$), где ионно-звуковых шумов нет.

Найдено, что при амплитудах волны БГК $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$ и $\sim 0,2$ развитие волны БГК определяется конверсией, которая приводит к генерации широкого спектра гармоник малой амплитуды. В районе областей захвата коротковолновых гармоник развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы, что приводит к затуханию волны. Однако, этот процесс развивается очень медленно, так что в течение $\sim 100 T_{oe}$ ($\omega_{oe}t \sim 600$) параметры волны меняются незначительно. В отличие от этого при развитии ленгмюровской волны конверсия приводит к более быстрому затуханию (при $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,06$) или к модуляционной неустойчивости и к коллапсу (при $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,2$).

При увеличении амплитуды до $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ скорость конверсии возрастает. Модуляция поля гармониками конверсии из-за большей плотности энергии, чем в первых двух случаях, приводит к модуляционной неустойчивости и коллапсу подобно случаю ленгмюровской волны.

Описание численного эксперимента приведено в работе [1].

В описываемых численных экспериментах (метод частиц в ячейках) используется метод спокойного старта [3], позволяющий снизить на несколько порядков начальный уровень шумов, обусловленных флуктуациями плотности электронов и ионов. С течением времени уровень шумов нарастает. В плазме с неподвижными ионами ($M/m = 10^{10}$) существенны только электронные шумы, в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$) кроме электронных развиваются ионно-звуковые шумы. В настоящей работе ионно-звуковые шумы рассматриваются как физическое явление — развитие ионно-звуковых возмущений с широким спектром по длинам волн. При рассматриваемых параметрах системы, плазмы и волны БГК в $t/T_{oe} \sim 15 - 20$ максимальная амплитуда гармоник плотности достигает величины $\tilde{n}^N/n_o \sim (1 \div 2) \cdot 10^{-3}$, а максимальное возмущение $\tilde{n}(x)$ — величины $\tilde{n}/n_o \sim (1 \div 2) \cdot 10^{-2}$. К $t/T_{oe} \geq 60 - 70$ уровень возмущений достигает насыщения. При этом максимальная амплитуда гармоник $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,03 - 0,04$, а максимальное возмущение $\tilde{n}(x)$ — $\tilde{n}/n_o \sim 0,2 - 0,3$.

Рассматривается одномерная система длиной $L = 200 r_d$ с периодическими граничными условиями. Размер ячейки $\Delta x = 1 r_d$, шаг по времени

$\tau = 0,05 T_{oe}$. Параметры плазмы ($M/m, T_e/T_i$) и параметры волн, рассмотренных в настоящей работе, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Начальные параметры волн.
 $L/r_d = \lambda/r_d = 200$; $N = L/\lambda = 1$; $T_e/T_i = 30$; $N^2 = 1 \cdot 10^4$.

| Случай | Тип волны | M/m | V_ϕ/V_T | E_0 | V_3/V_T | $E_0^2/8\pi n_0 T$ | N_b^0 | N_b^I | α^{I-II} |
|--------|-----------|-----------|--------------|-------|-----------|--------------------|---------|-------------------|-----------------|
| 1 | БГК | 10^{10} | 27,95 | 13,6 | 6,62 | 0,059 | 50 | $1,35 \cdot 10^4$ | 0,62 |
| 2 | БГК | 10^2 | 28,09 | 13,6 | 6,62 | 0,059 | 50 | $1,35 \cdot 10^4$ | 0,62 |
| 3 | БГК | 10^{10} | 27,72 | 25 | 8,98 | 0,20 | 100 | $2 \cdot 10^4$ | 0,86 |
| 4 | БГК | 10^2 | 27,87 | 25 | 8,98 | 0,20 | 100 | $2 \cdot 10^4$ | 0,86 |
| 5 | БГК | 10^{10} | 29,98 | 30 | 9,84 | 0,29 | 50 | $2 \cdot 10^4$ | 0,76 |
| 6 | БГК | 10^2 | 30,14 | 30 | 9,84 | 0,29 | 50 | $2 \cdot 10^4$ | 0,76 |
| 2л | Ленг. | 10^2 | 32,04 | 13,6 | 6,62 | 0,059 | — | — | — |
| 4л | Ленг. | 10^2 | 32,04 | 25 | 8,98 | 0,20 | — | — | — |
| 6л | Ленг. | 10^2 | 32,04 | 30 | 9,84 | 0,29 | — | — | — |

L, λ — длина системы и длина волны; T_e и T_i — температура электронов и ионов; N^e — число электронов плазмы; V_ϕ, E_0 — фазовая скорость и амплитуда волны (E_0 нормировано на mr_d/eT_{oe}^2); $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}}$; N_b^0, N_b^I — число захваченных и число "взвешенных" b — электронов на длине λ ; $\alpha^{I-II} = \frac{V_3^I + V_3^{II}}{V_\phi^I - V_\phi^{II}}$, $V_\phi^{II}/V_T = 16,01$ ($M/m = 10^{10}$), $V_\phi^{II}/V_T = 16,09$, ($M/m = 10^2$).

Отметим, что случай 1 в настоящей работе совпадает со случаем 1 в работе [4]. Параметры волны БГК в случаях 1, 2 и 2л те же, что в сериях 1-6, в случаях 3, 4 и 4л те же, что в сериях 7, 8 и в случаях 5, 6 и 6л те же, что в серии 9 в работе [1].

Рассмотрим развитие волны БГК при взаимодействии с широким спектром ионно-звуковых возмущений.

Случай 1 ($M/m = 10^{10}$) и 2 ($M/m = 10^2$) с $E_0 = 13,6$ (здесь и далее E_0 нормируется на $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$), $E_0^2/8\pi n_0 T = 5,9 \cdot 10^{-2}$ и случаи 3 ($M/m = 10^{10}$) и 4 ($M/m = 10^2$) с $E_0 = 25$, $E_0^2/8\pi n_0 T = 0,20$. Кривые, описывающие случаи 1 и 2, приведены на рис. 1-7, случаи 3 и 4 — на рис. 8-14.

На рис. 1 и 8 показана зависимость от времени амплитуды гармоник $E^N(t)$, на рис. 2 и 9 — энергии поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^o$ (W_e^o — тепловая энергия электронов) и потерь энергии захваченных b -электронов $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ для случаев 1 и 3. Из рис. 1 и 8 видно, что в случаях 1 и 3 выделенных гармоник нет. Это показывает, что неустойчивость сателлитов [2] не развивается. Растут только гармоники, обусловленные

электронными шумами. Амплитуда волны БГК и энергия W_E , ΔW_e в обоих случаях остаётся постоянной. Сохраняется также фазовая скорость, распределение захваченных b -электронов на фазовой плоскости, распределение поля волны $E(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Таким образом, в плазме с неподвижными ионами волна БГК в случаях 1 и 3 остаётся устойчивой.

В плазме с подвижными ионами в случаях 2 и 4 так же, как в случаях 1 и 3, параметры волны БГК — её амплитуда (рис. 3 и 10), энергия W_E и ΔW_e (рис. 4 и 11), распределение $E(x)$ и $n_b(x)$ (рис. 5 и 12) сохраняются до $t/T_{oe} \sim 40$. Однако, дальнейшее развитие волны отличается от случаев 1 и 3. Это связано с развитием ионно-звуковых возмущений, обусловленных ионными шумами. Из рис. 6 и 13, где показана зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $\tilde{n}^N(t)$, видно, что в случаях 2 и 4 растёт широкий и практически равномерный спектр ионно-звуковых возмущений, а распределение плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ (рис. 5 и 12) приобретает хаотический характер. В $t/T_{oe} \sim 40$ амплитуды гармоник плотности достигают величины $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,02$, а возмущения плотности — величины $\tilde{n}/n_o \sim 0,1$. В $t/T_{oe} > 60$ амплитуды устанавливаются на уровне $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,03 - 0,035$, а возмущения плотности — на уровне $\tilde{n}/n_o \sim 0,2 - 0,25$.

В работе [1] показано, что взаимодействие волны БГК с синусоидальным возмущением плотности (ионно-звуковой волной) приводит к конверсии в прямые и обратные ленгмюровские волны с номерами гармоник $N = N_e \pm \beta N_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$. В случае широкого спектра возмущений плотности можно ожидать возбуждения широкого спектра прямых и обратных ленгмюровских волн. Действительно, из 3 и 10 видно, что в случаях 2 и 4 растёт широкий спектр гармоник E^N . Максимальные амплитуды гармоник в случае 2 незначительно, а в случае 4 заметно превышают амплитуды шумовых гармоник в случаях 1 и 3 (рис. 1 и 8).

Возбуждение коротковолновых гармоник с малыми фазовыми скоростями приводит к развитию сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы в районе областей захвата этих гармоник (см. [5] и [1]). При развитии сильной стохастической неустойчивости электроны ускоряются. По фазовым плоскостям электронов в случаях 2 и 4 (рис. 7 и 14) видно, что ускоренные электроны со скоростями $V > V_{пред}$ ($V_{пред}/V_T = \pm 1,93$ — предельные скорости электронов в невозмущённой плазме) появляются в области $V > 0$ и $V < 0$, что свидетельствует о возбуждении гармоник с $V_{\phi}^N > 0$ и $V_{\phi}^N < 0$. Это подтверждает, что гармоники возбуждаются при конверсии, так как её характерной особенностью является возбуждение обратных волн — гармоник с $V_{\phi}^N < 0$.

По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100$ ($V_{max}/V_T \sim 2,76$, $V_{min}/V_T \sim -2,77$ в случае 2 и $V_{max}/V_T \sim 3,53$ и $V_{min}/V_T \sim -3,29$ в случае 4) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 15$, $N \geq |-15|$ в случае 2 (знаком “-” обозначаются обратные волны) и $N \geq 11$, $N \geq |-12|$ в случае 4 (предельное N

оценивается из условия $V_{max} \geq V_{\phi}^N$, $|V_{min}| \geq |V_{\phi}^{-N}|$.

Ускорение электронов при сильной стохастической неустойчивости приводит к поглощению энергии поля электронами плазмы (рис. 4 и 11) и к затуханию волны (рис. 3 и 10). Однако, в случаях 2 и 4 процесс развивается медленно, так что до $t/T_{oe} \sim 100$ ($\omega_{oe}t \sim 600$) основные параметры волны меняются незначительно — практически сохраняется, хотя и возмущается гармониками конверсии, распределение поля $E(x)$ (рис. 5 и 12), сохраняется распределение b -электронов на фазовой плоскости (рис. 7 и 14) и распределение $n_b(x)$ (рис. 5 и 12).

В случаях 2 и 4 не наблюдается модуляционной неустойчивости — нет выделенных впадин плотности (рис. 5 и 12) и выделенных гармоник плотности (рис. 6 и 13). Не наблюдается и значительной концентрации поля (рис. 5 и 12) — максимальная величина поля $E(x)$ не превышает $E_m/E_o \sim 1,6$ в случае 2 и $E_m/E_o \sim 1,2$ в случае 4, а максимальные плотности энергии не превышают величины $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0,15$ в случае 2 и $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ в случае 4.

Сравним развитие волны БГК в плазме с подвижными ионами (случаи 2 и 4) со случаем ленгмюровской волны с теми же параметрами (случаи 2л и 4л).

Случай 2л с $E_o = 13,6$; $E_o^2/8\pi n_o T = 5,9 \cdot 10^{-2}$; $M/m = 10^2$ и случай 4л с $E_o = 25$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,20$; $M/m = 10^2$. Кривые, описывающие случаи 2л и 4л, приведены на рис. 15-22.

Из сравнения кривых $\tilde{n}^N(t)$ в случаях 2 и 2л (рис. 6 и 19) и в случаях 4 и 4л (рис. 13 и 20) видно, что развитие ионно-звуковых возмущений на начальной стадии в этих случаях примерно одинаково — амплитуда гармоник плотности достигает величины $\tilde{n}^N/n_o > 0,001$ в $t/T_{oe} > 20$ и $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,02$ — в $t/T_{oe} \sim 40 - 50$, а возмущения плотности — величины $\tilde{n}/n_o \sim 0,1$ в $t/T_{oe} \sim 40$.

В работе [1] было показано, что при амплитудах ионно-звуковой волны $\tilde{n}/n_o \leq 0,3$ развитие ленгмюровской волны заметно отличается от волны БГК. В случае волны БГК захваченные электроны стабилизируют поле волны и препятствуют его модуляции, что приводит к подавлению конверсии. В результате в случае волны БГК амплитуда гармоник конверсии значительно меньше, чем в случае ленгмюровской волны. То же наблюдается и при взаимодействии с шумовыми ионно-звуковыми возмущениями. Действительно, сравнение развития ленгмюровской волны (случаи 2л и 4л) с волной БГК (случаи 2 и 4) показывает, что они существенно различаются.

В случае 2л в $t/T_{oe} > 40$ начинается быстрый рост широкого спектра гармоник (рис. 15). Амплитуды гармоник в $t/T_{oe} < 100$ достигают величины $E^N/E_o \sim 0,5$ и в $t/T_{oe} \sim 120$ максимальной величины $E^N/E_o \sim 0,77$, в то же время как в случае 2 амплитуды гармоник до $t/T_{oe} \sim 100$ не превышают величины $E^N/E_o \sim 0,1$ (рис. 3).

Развитие гармоник в случае 2л приводит к заметной модуляции поля волны — максимальная величина $E(x)$ достигает $E_m/E_o \sim 2,2$ (рис. 21). Однако, из-за сравнительно малой максимальной плотности энергии ($E_m^2/8\pi n_o T \sim 0,28$) и

быстрого изменения модуляции при изменении спектра гармоник модуляционная неустойчивость не развивается. Из рис. 21 видно, что впадины плотности не растут, а из рис. 19 видно, что выделенных гармоник нет, спектр гармоник \tilde{n}^N сохраняет шумовой характер, амплитуды гармоник не превышают величины $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,04$.

Конверсия приводит к генерации коротковолновых гармоник и развитию сильной стохастической неустойчивости. По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100 - 200$ ($V_{max}/V_T \sim 4,10$, $V_{min}/V_T \sim (-3,08) - (-5,09)$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 9$, $N \geq |-12| - |-7|$.

Ускорение электронов при сильной стохастической неустойчивости приводит к поглощению энергии поля электронами плазмы (рис. 16) и к затуханию волны и гармоник (рис. 15). Сравнение рис. 3-15 и 4-16 показывает, что в случае ленгмюровской волны этот процесс развивается значительно быстрее, чем в случае волны БГК.

Ещё больше различаются случаи 4 и 4л. В случае 4л быстрый рост широкого спектра гармоник (рис. 17) приводит к сильной модуляции поля волны (рис. 22). Плотность энергии в максимуме $E(x)$ уже в $t/T_{oe} \geq 40$ достигает величины $E_m^2/8\pi n_o T \geq 0,3$. В результате в случае 4л развивается модуляционная неустойчивость. Действительно, из рис. 22 видно, что в $t/T_{oe} > 40 - 50$ формируются впадины плотности, а из рис. 20 видно, что в $t/T_{oe} > 40$ растут выделенные гармоники \tilde{n}^N , амплитуда которых достигает величины $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,08$ и значительно превышает общий уровень.

Развитие модуляционной неустойчивости и конверсии приводит к коллапсу — амплитуда гармоник (рис. 17), плотность энергии во впадинах плотности (рис. 22) достигают максимальной величины ($E_{max}^2/8\pi n_o T \sim 0,94$) в $t_{max}/T_{oe} \sim 60$. После этого поле быстро затухает (рис. 17), а энергия поля поглощается электронами плазмы (рис. 18) из-за ускорения электронов при сильной стохастической неустойчивости. По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100-200$ ($V_{max}/V_T \sim 8,73$, $V_{min}/V_T \sim -8,32$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 4$, $N \geq |-4|$.

Сравнение рис. 10-17, 11-18, 12-22 показывает, что развитие ленгмюровской волны в случае 4л и волны БГК в случае 4 кардинально различается. В случае 4 конверсия приводит к медленному затуханию волны (к $t/T_{oe} \sim 100$ амплитуда волны (рис. 10) падает на $\sim 17\%$), а в случае 4л — к модуляционной неустойчивости, коллапсу и быстрому затуханию волны. К $t/T_{oe} \sim 100$ в случае 4л амплитуда волны (рис. 17) падает на $\sim 85\%$, а к $t/T_{oe} \geq 120$ волна практически полностью затухает (рис. 18).

Рассмотрим развитие волны БГК с большей, чем в случаях 1-4 амплитудой.

Случай 5 ($M/m = 10^{10}$) и 6 ($M/m = 10^2$) с $E_o = 30$, $E_o^2/8\pi n_o T = 0,29$.

Для сравнения рассмотрим ленгмюровскую волну — случай 6л ($M/m = 10^2$)

с $E_o = 30$, $E_o^2/8\pi n_o T = 0,29$. Кривые, описывающие случаи 5, 6 и 6л приведены на рис. 23-36.

На рис. 23 показаны кривые $E^N(t)$, на рис. 24 — $W(t)$ для случая 5. Видно, что в этом случае, также как в случаях 1 и 3, не развивается неустойчивость сателлитов и растут только гармоники, обусловленные электронными шумами. Амплитуда волны (рис. 23), энергии W_E , ΔW_e (рис. 24) остаются постоянными. Сохраняются также фазовая скорость, распределение b -электронов на фазовой плоскости, распределение $E(x)$ и $n_b(x)$. Таким образом, в плазме с неподвижными ионами волна остаётся устойчивой и в случае 5.

Волна БГК в случае 6 остаётся устойчивой и в плазме с подвижными ионами пока возмущения плотности малы — до $t/T_{oe} \sim 40$. Действительно, до $t/T_{oe} \leq 40$ амплитуда волны БГК (рис. 25), энергии W_E , ΔW_e (рис. 26) практически не меняются. Из рис. 30 видно, что к $t/T_{oe} \sim 40$ амплитуды гармоник плотности достигают величины $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,02$, а возмущения плотности $\tilde{n}(x)$ — величины $\tilde{n}/n_o \sim 0,1$. Конверсия волны БГК на возмущениях плотности приводит к росту в $t/T_{oe} > 40$ широкого спектра гармоник (рис. 25). Максимальные амплитуды гармоник в случае 6 значительно превышают амплитуды шумовых гармоник в случае 5 (рис. 23).

Модуляция поля гармониками конверсии приводит к росту максимальной величины $E(x)$ и соответствующей плотности энергии. В $t/T_{oe} \sim 50$ максимальное поле достигает величины $E_m/E_o \sim 1,3$, в $t/T_{oe} \sim 60$ — $E_m/E_o \sim 1,7$ (рис. 32), а соответствующие плотности энергии достигают величины $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0,5$ в $t/T_{oe} \sim 50$ и $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0,8$ в $t/T_{oe} \sim 60$. Сравнение со случаями 2 и 4 показывает, что в случае 6 уже в $t/T_{oe} \sim 50$ плотность энергии превышает максимальную $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0,15$ и $\sim 0,3$ в случаях 2 и 4.

Значительная плотность энергии при модуляции поля приводит к развитию модуляционной неустойчивости. Действительно, из рис. 30 видно, что в $t/T_{oe} > 50$ начинают расти выделенные гармоники плотности, что соответствует появлению впадин плотности (рис. 32). Одновременно растёт модуляция поля, концентрация энергии во впадинах плотности и глубина впадин (рис. 32). Рост возмущения плотности приводит к росту скорости конверсии.

Развитие модуляционной неустойчивости и конверсии приводит к коллапсу — амплитуда гармоник (рис. 25), плотность энергии во впадинах плотности (рис. 32) достигает максимальной величины ($E_{max}^2/8\pi n_o T \sim 1,6$) в $t_{max}/T_{oe} \sim 70$. После этого поле затухает, а энергия поля поглощается электронами плазмы (рис. 26).

Затухание поля обусловлено развитием сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы. По фазовым плоскостям электронов (рис. 34, 36) видно, что в $t/T_{oe} \geq 65$ начинается захват электронов плазмы, свидетельствующий о развитии неустойчивости. По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100$ ($V_{max}/V_T \sim 7,77$, $V_{min}/V_T \sim -11,40$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 5$, $N \geq |-3|$.

Рост возмущения плотности при модуляционной неустойчивости приводит к уменьшению фазовой скорости волны БГК и перестройке распределения b -электронов (см. [6] и [1]). Перестройка приводит к росту потерь энергии b -электронов (рис. 26) и передаче части их энергии в поле волны. В результате конверсии и эта энергия поглощается электронами плазмы.

В результате коллапса и поглощения энергии поля электронами плазмы в $t/T_{oe} > 70 - 80$ волна БГК разрушается — её амплитуда падает (рис. 25), а распределение b -электронов на фазовой плоскости (рис. 34, 36) и распределение плотности b -электронов (рис. 32) становится равномерным.

Сравним развитие волны БГК — (случай 6) с ленгмюровской волной с теми же параметрами (случай 6л). Из сравнения кривых $\tilde{n}^N(t)$ в случаях 6 и 6л (рис. 29 и 30) видно, что развитие ионных возмущений на начальной стадии в этих случаях одинаково — амплитуда гармоник плотности достигает величины $\tilde{n}^N/n_o > 0,001$ в $t/T_{oe} > 20$ и $\tilde{n}^N/n_o \sim 0,02$ — в $t/T_{oe} \sim 40$. Однако, развитие конверсии в случае 6л начинается раньше, чем в случае 6. Из сравнения кривых $E^N(t)$ (рис. 25 и 27) видно, что в обоих случаях развивается широкий спектр гармоник, но заметный рост их амплитуды в случае 6л начинается в $t/T_{oe} > 30$, а в случае 6 — в $t/T_{oe} > 40$, причём скорость роста и максимальные амплитуды в случае 6л больше.

Более быстрое развитие конверсии в случае 6л приводит к более быстрой модуляции поля волны (в $t/T_{oe} \sim 40$ максимальное поле $E_m/E_o \sim 1,3$, плотность энергии $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0,46$) и к более раннему развитию модуляционной неустойчивости. Действительно, по кривым $\tilde{n}^N(t)$ (рис. 29) видно, что рост выделенных гармоник плотности начинается в $t/T_{oe} > 40$. Развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу — амплитуда гармоник (рис. 27), плотность энергии во впадинах плотности (рис. 31) достигает максимальной величины ($E_{max}^2/8\pi n_o T \sim 1,1$) в $t_{max}/T_{oe} \sim 60$. После этого поле затухает, а энергия поля поглощается электронами плазмы (рис. 28).

По фазовым плоскостям электронов в случае 6л (рис. 33, 35) видно, что развитие сильной стохастической неустойчивости начинается в $t/T_{oe} \geq 50$. По максимальным скоростям электронов в $t/T_{oe} \sim 100$ ($V_{max}/V_T \sim 8,78$, $V_{min}/V_T \sim -9,18$) можно сделать вывод, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник $N \geq 4$, $N \leq -4$.

Таким образом, сравнение развития волны БГК (случай 6) и ленгмюровской волны (случай 6л) с $E_o^2/8\pi n_o T \sim 0,3$ при взаимодействии с широким спектром ионно-звуковых возмущений показывает, что в обоих случаях развивается коллапс и волна затухает, хотя развитие волны БГК несколько замедлено по сравнению с ленгмюровской волной.

В предыдущей работе [7] шумовые ионно-звуковые возмущения рассматривались как паразитное явление. Можно проанализировать результаты работы

[7], рассматривая ионно-звуковые возмущения как физическое явление. Отметим, что параметры ионно-звуковых возмущений в работе [7] близки к рассмотренным в настоящей работе при близких амплитудах волн БГК.

В работе [7] рассматривалось развитие волны БГК в плазме с подвижными ионами ($M/m = 10^2$) в случаях, когда возможна неустойчивость сателлитов (случаи 2-2К, 3-4К) и в случаях, когда она исключена (случаи 1-2К, 1-3К). В случае 2-2К ($\lambda/r_d = 100$; $N = 1$; $E_o = 28,8$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,27$) и в случае 3-4К ($\lambda/r_d = 100$; $N = 3$; $E_o = 15,6$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,078$) неустойчивость сателлитов приводит к возбуждению гармоник с $V_{\phi}^N \leq V_{\phi}$ и к модуляции поля волны. Модуляция стимулирует модуляционную неустойчивость, которая приводит к коллапсу и разрушению волны БГК. Коллапс наблюдается не только в случае 2-2К с большой амплитудой $E_o^2/8\pi n_o T = 0,27$, но и в случае 3-4К с малой амплитудой $E_o^2/8\pi n_o T = 0,078$. Роль конверсии на шумовых ионно-звуковых возмущениях в этих случаях мала по сравнению с модуляционной неустойчивостью.

В случае 1-2К ($\lambda/r_d = 100$; $N = 1$; $E_o = 15,6$; $E_o^2/8\pi n_o T = 0,078$) и в случае 1-3К ($\lambda/r_d = 100$; $N = 3$; $E_o = 1,96$; $E_o^2/8\pi n_o T = 1,2 \cdot 10^{-3}$) сателлитной неустойчивости нет. Взаимодействие волны БГК с шумовыми ионно-звуковыми возмущениями в этих случаях приводит к конверсии и медленному затуханию волны БГК, так что в течение длительного времени параметры волны БГК меняются незначительно (см. [7-1], рис. 13-18). В случае 1-2К рассматривался интервал $t/T_{oe} \sim 0 \div 200$, в случае 1-3К — $t/T_{oe} \sim 0 \div 100$. За это время амплитуда волны БГК в случае 1-2К падает на $\sim 25\%$, в случае 1-3К — на $\sim 5\%$.

Таким образом, взаимодействие волны БГК малой амплитуды с ионно-звуковыми возмущениями в отсутствие сателлитной неустойчивости не приводит к развитию модуляционной неустойчивости. Это согласуется с результатами настоящей работы. Действительно, при амплитудах волны БГК $E_o^2/8\pi n_o T = 0,059$ и $0,20$ развитие волны БГК в случаях 2 и 4 при взаимодействии с ионно-звуковыми возмущениями определяется конверсией, которая приводит к медленному затуханию волны — к $t/T_{oe} \sim 100$ амплитуда волны падает на $\sim 15\%$ и $\sim 17\%$ соответственно.

В отличие от этого при больших амплитудах волны БГК в случае 6 $E_o^2/8\pi n_o T = 0,29$ и в отсутствие сателлитной неустойчивости конверсия приводит к модуляционной неустойчивости, развитие которой приводит к коллапсу, поглощению энергии поля электронами плазмы, затуханию поля и разрушению волны БГК.

В работе [1] сравнивалось развитие волны БГК и ленгмюровской волны при взаимодействии с синусоидальным возмущением плотности — ионно-звуковой волной. Было найдено, что в обоих случаях развивается конверсия. Однако, при небольших возмущениях плотности ($\tilde{n}/n_o \leq 0,3$) в случае волны БГК из-за стабилизации поля волны захваченными электронами конверсия подавляется, так что амплитуды гармоник конверсии значительно меньше, чем в случае

ленгмюровской волны.

Сравнение развития волны БГК при взаимодействии с шумовыми ионно-звуковыми возмущениями с $\tilde{n}/n_o \leq 0,25 - 0,3$ со случаем ленгмюровской волны показывает, что при малых амплитудах волны эти случаи существенно различаются. Действительно, при $E_o^2/8\pi n_o T = 0,059$ в случае ленгмюровской волны 2л скорость роста и максимальная амплитуда гармоник конверсии много больше, чем в случае 2 волны БГК. В результате, в случае 2л больше и скорость затухания.

При $E_o^2/8\pi n_o T = 0,078$, $\lambda/r_d = 100$ волна БГК в случае 1-2К медленно затухает ([7-1], рис. 13) в то время как в случае 1-0К ленгмюровской волны с близкими параметрами ($E_o^2/8\pi n_o T = 0,10$, $\lambda/r_d = 100$) конверсия приводит к модуляционной неустойчивости и коллапсу ([7-1], рис. 12). Такая же картина наблюдается и в настоящей работе при $E_o^2/8\pi n_o T = 0,20$ — волна БГК в случае 4 медленно затухает, а в случае ленгмюровской волны 4л развивается коллапс.

При больших амплитудах $E_o^2/8\pi n_o T = 0,29$ развитие волны БГК приближается к случаю ленгмюровской волны. Действительно, в случае 6 (волна БГК) и в случае 6л (ленгмюровская волна) развивается коллапс, который приводит к затуханию волны и поглощению её энергии электронами плазмы.

Список литературы

- [1] *Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова.* Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Конверсия и модуляционная неустойчивость. I, II, III. — Препринты ИЯФ N 97-28, N 97-29, N 97-30, 1997.
- [2] *Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова, Б.Н.Лазеев.* Волна Бернштейна-Грина-Крускала в длинной системе. I, II. Неустойчивость сателлитов. — Препринты ИЯФ N 95-23, N 95-24, 1995.
- [3] *J.A.Byers, M.S.Grewal.* — *Phys. Fluids* 13, 1819, 1970.
- [4] *Н.С.Бучельникова, Б.Н.Лазеев.* Волна Бернштейна-Грина-Крускала. I, II. — Препринты ИЯФ N 93-97, N 93-98, 1993.
- [5] *Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин.* — Препринты ИЯФ N 84-149, N 84-150, 1984. *Phys. Letters* 112A, 330, 1985.
- [6] *Н.С.Бучельникова, Б.Н.Лазеев.* Конверсия волны Бернштейна-Грина-Крускала на возмущении плотности. I. — Препринт ИЯФ N 94-48, 1994.
- [7] *Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова.* Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Модуляционная неустойчивость. I, II, III. — Препринты ИЯФ N 96-30, N 96-31, N 96-32, 1996.

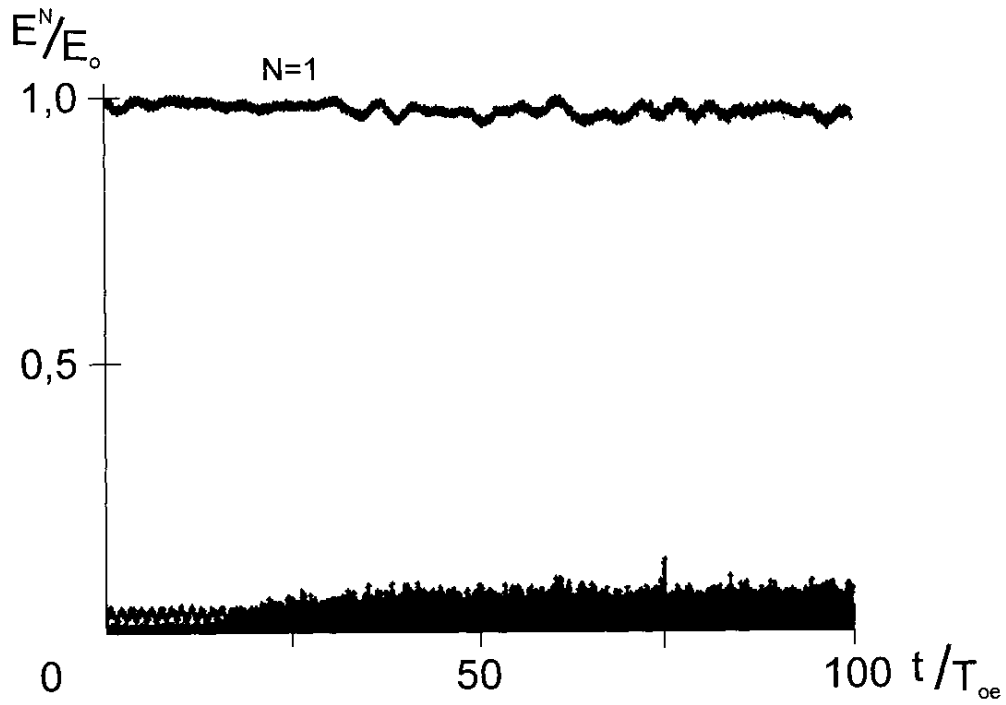


Рис. 1: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 1. $E_0 = 13,6$; $M/m = 10^{10}$.

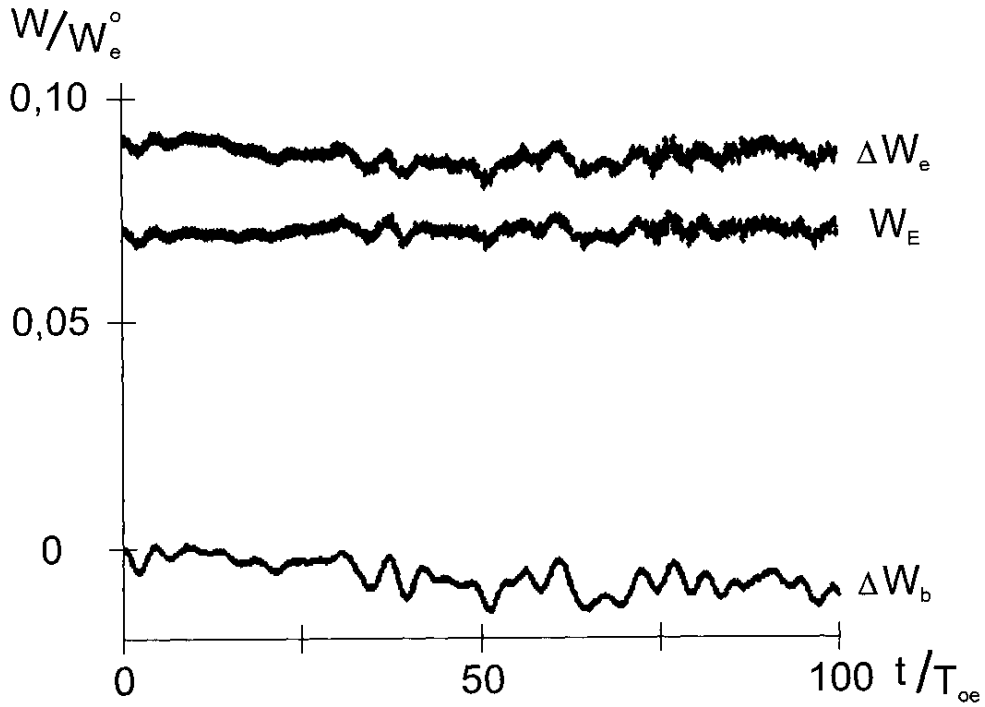


Рис. 2: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ и потерь энергии b -электронов $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$. Случай 1.

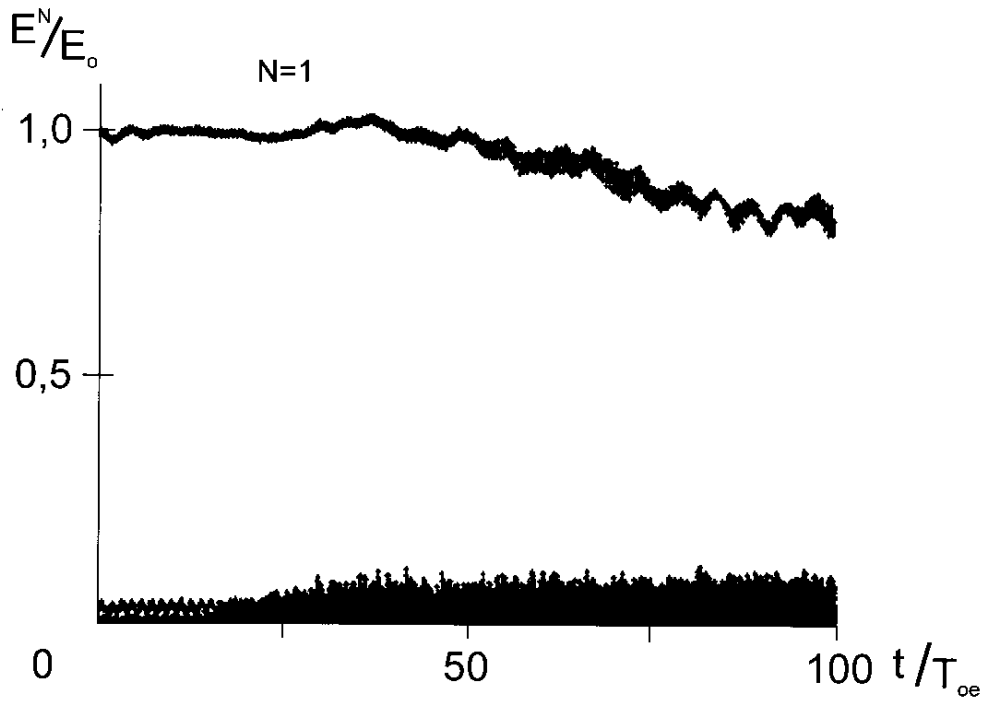


Рис. 3: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 2. $E_0 = 13,6$; $M/m = 10^2$.

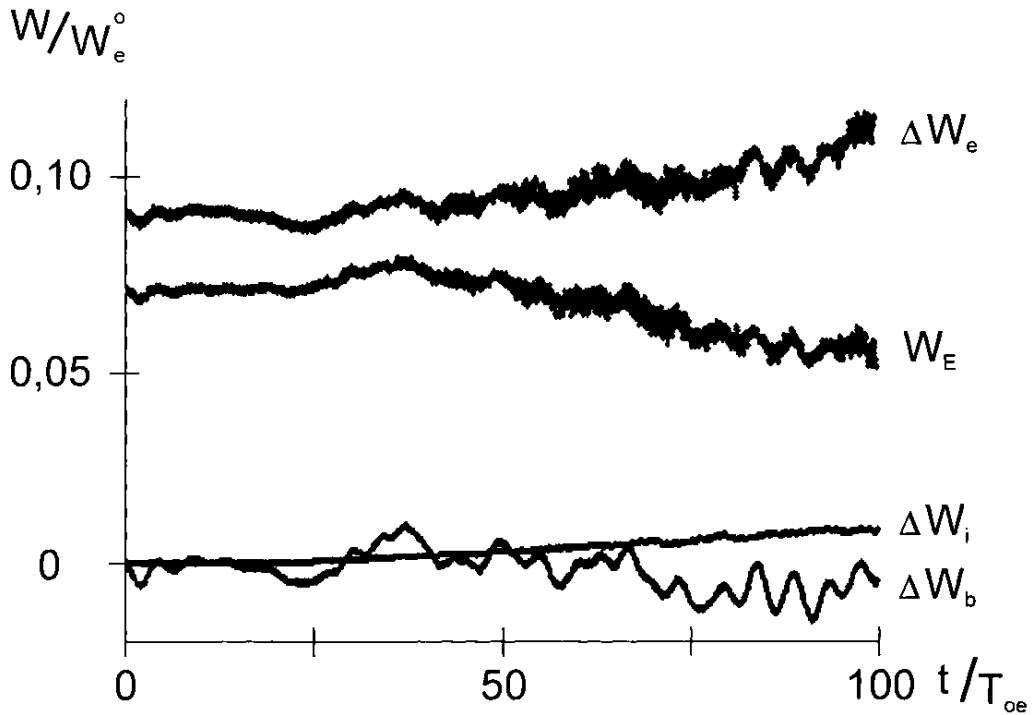


Рис. 4: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов и ионов плазмы ΔW_e , $\Delta W_i = W_i - W_i^0$ и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 2.

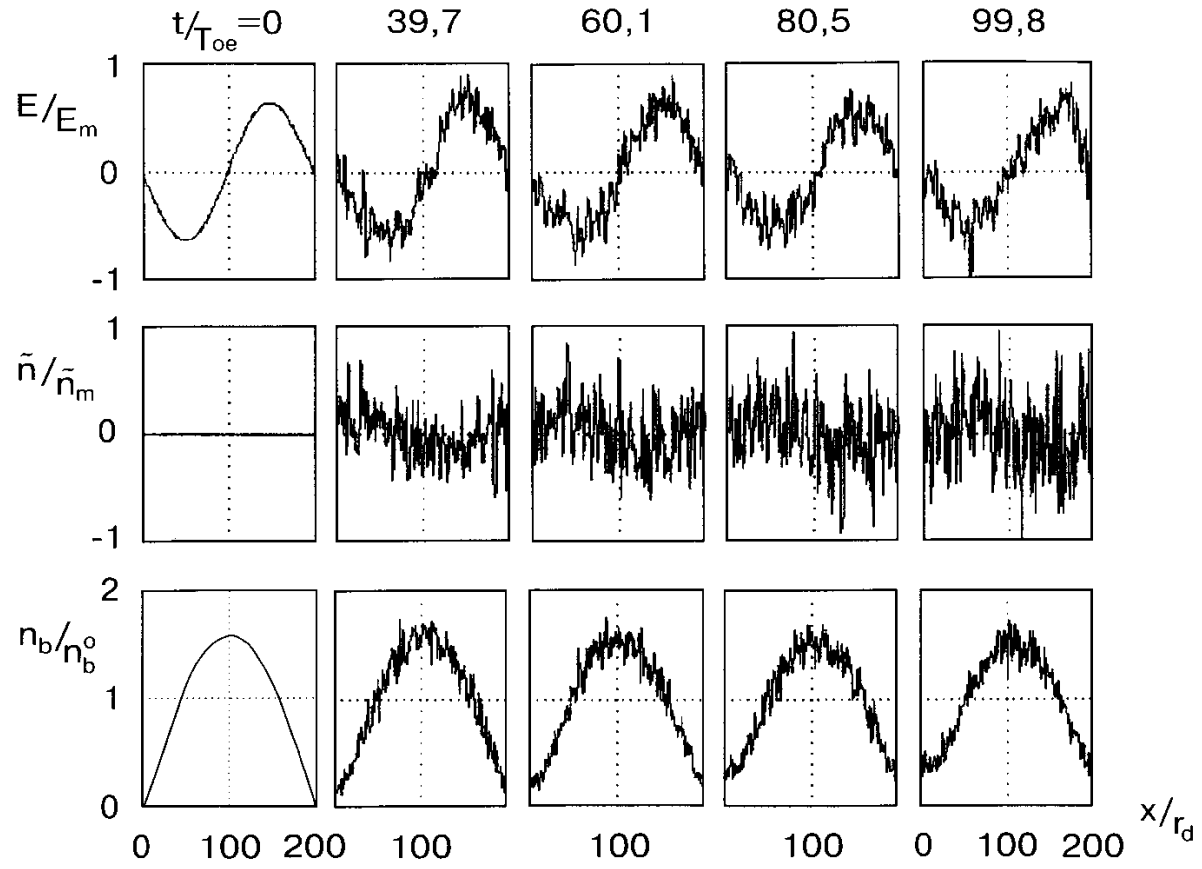


Рис. 5: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Случай 2. $E_m/E_o = 1,58$; $E_o = 13,6$; $\tilde{n}_m/n_o = 0,24$; $n_b^o/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$.

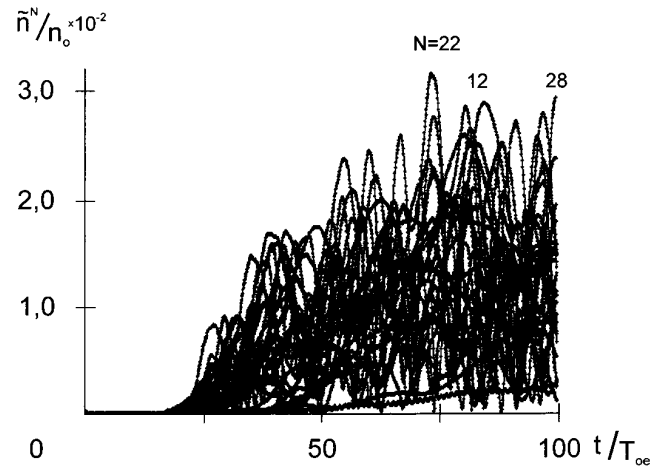


Рис. 6: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 2.

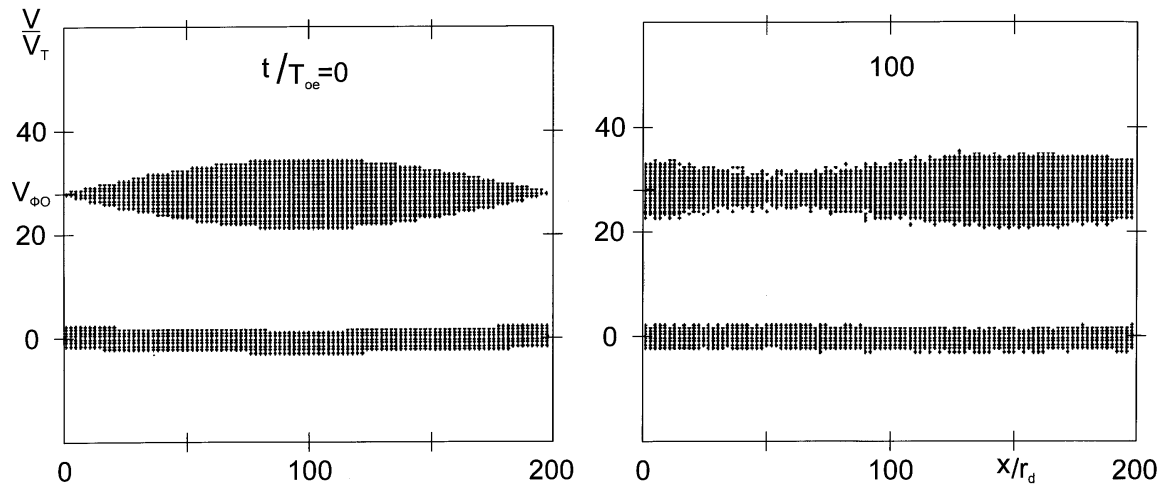


Рис. 7: Фазовые плоскости электронов. Случай 2.

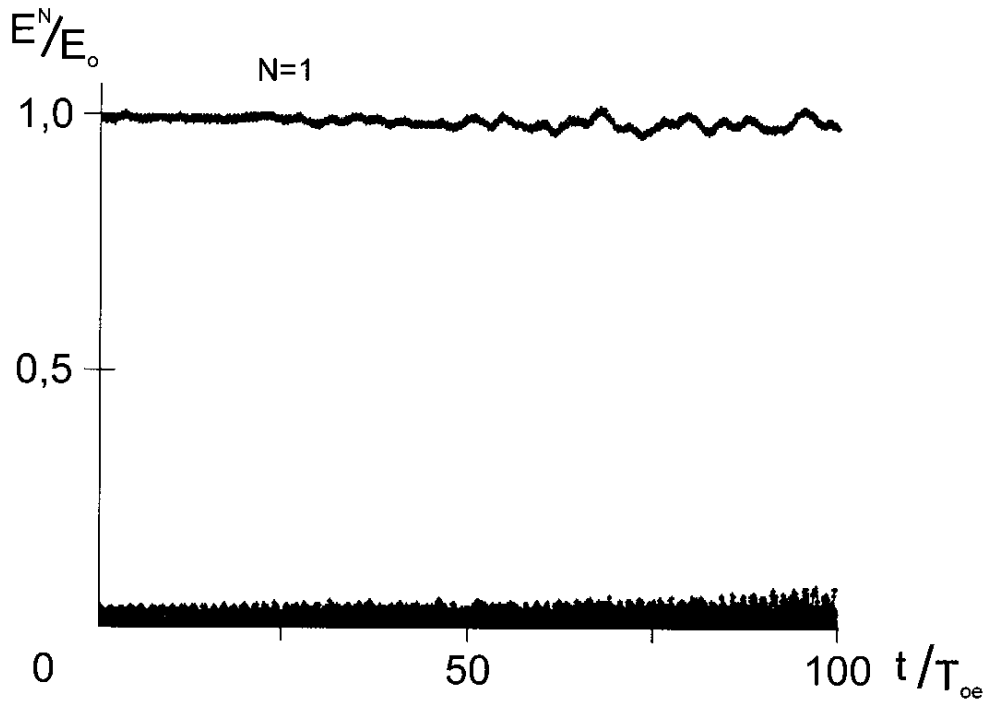


Рис. 8: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 3. $E_0 = 25$; $M/m = 10^{10}$.

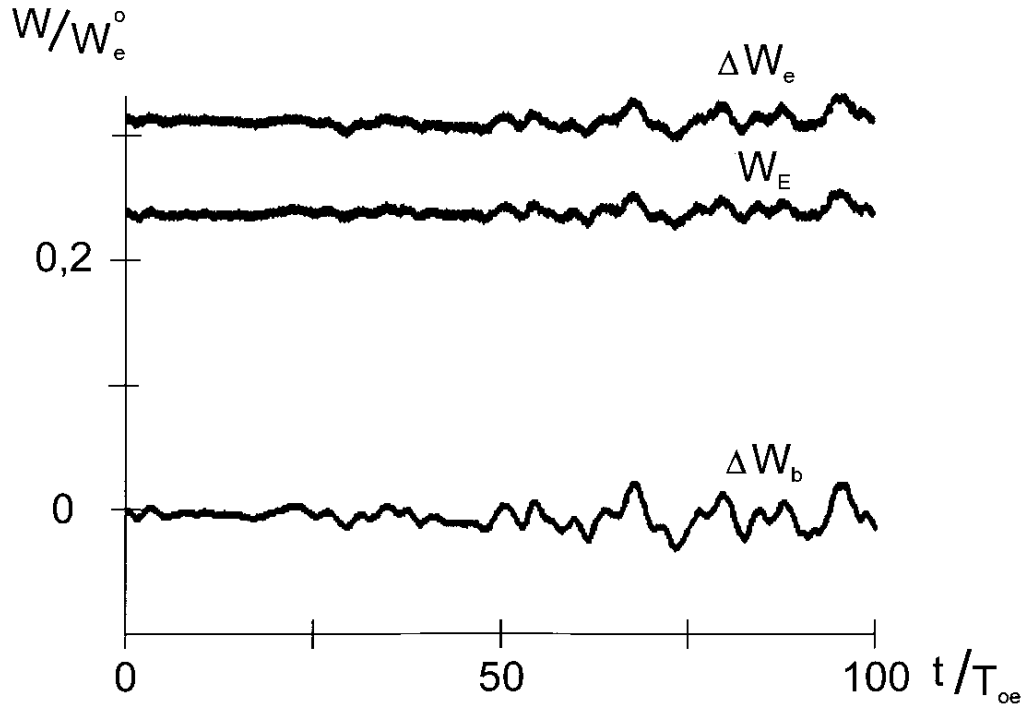


Рис. 9: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 3.

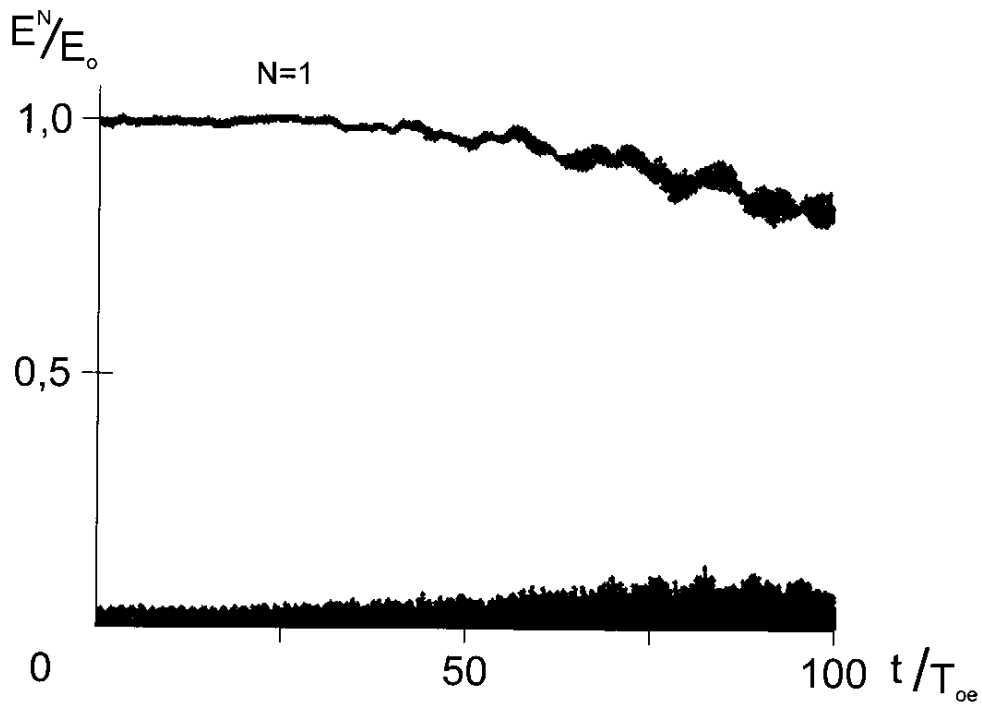


Рис. 10: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 4. $E_o = 25$; $M/m = 10^2$.

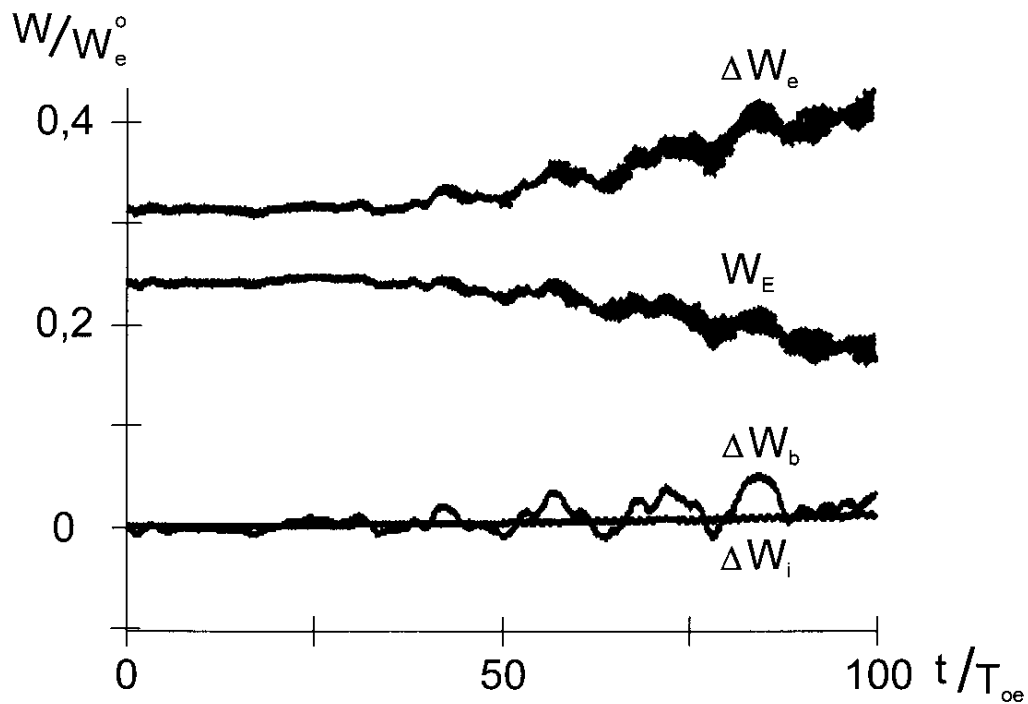


Рис. 11: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов ΔW_e , ΔW_i и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 4.

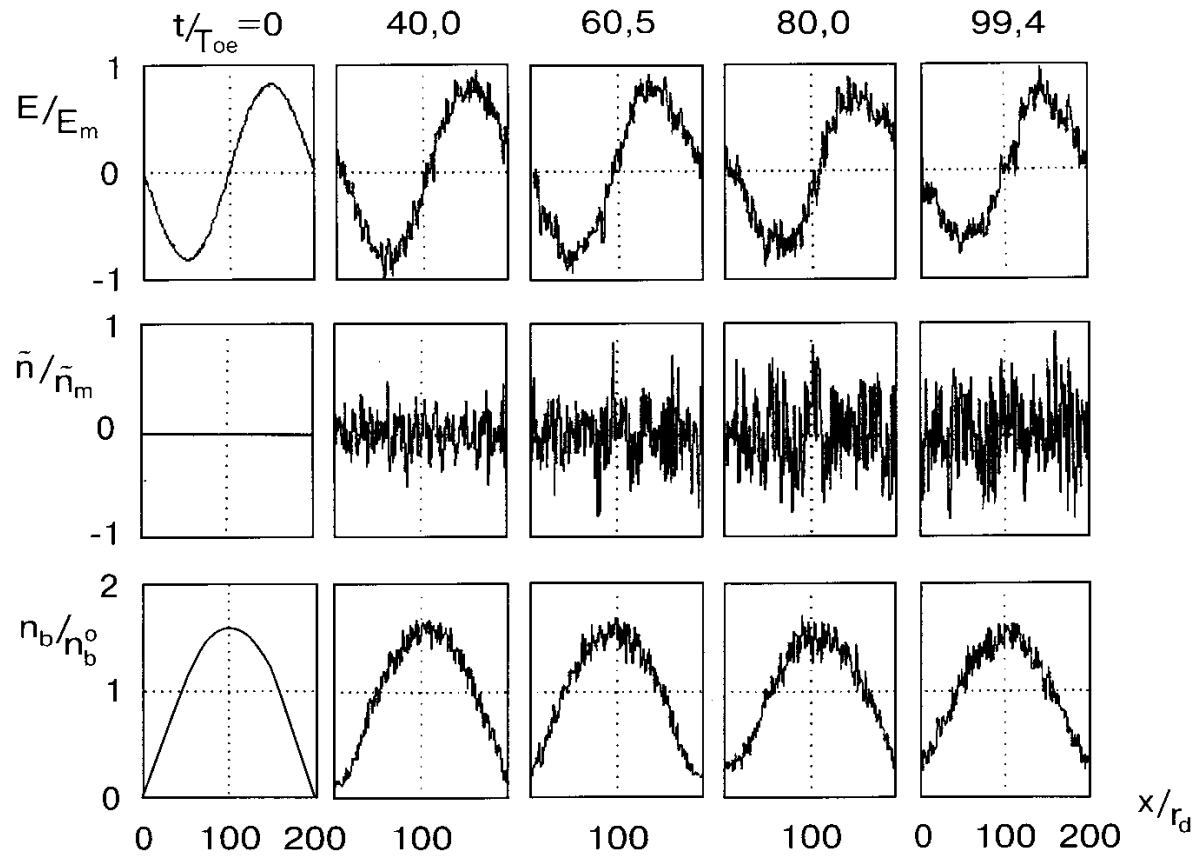


Рис. 12: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Случай 4. $E_m/E_o = 1,23$; $E_o = 25$; $\tilde{n}_m/n_o = 0,25$; $n_b^o/n_o = 1 \cdot 10^{-2}$.

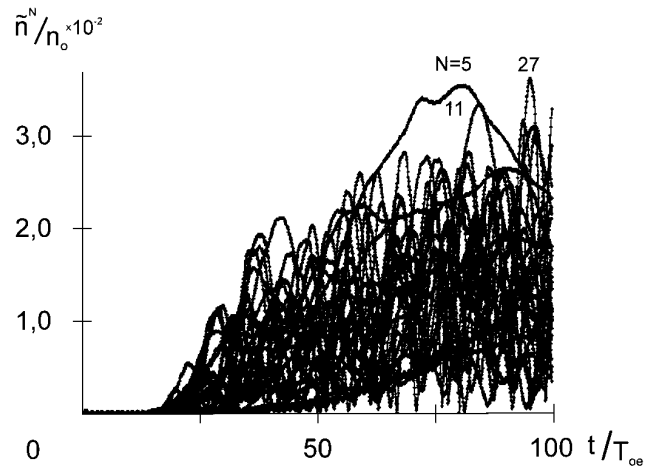


Рис. 13: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 4.

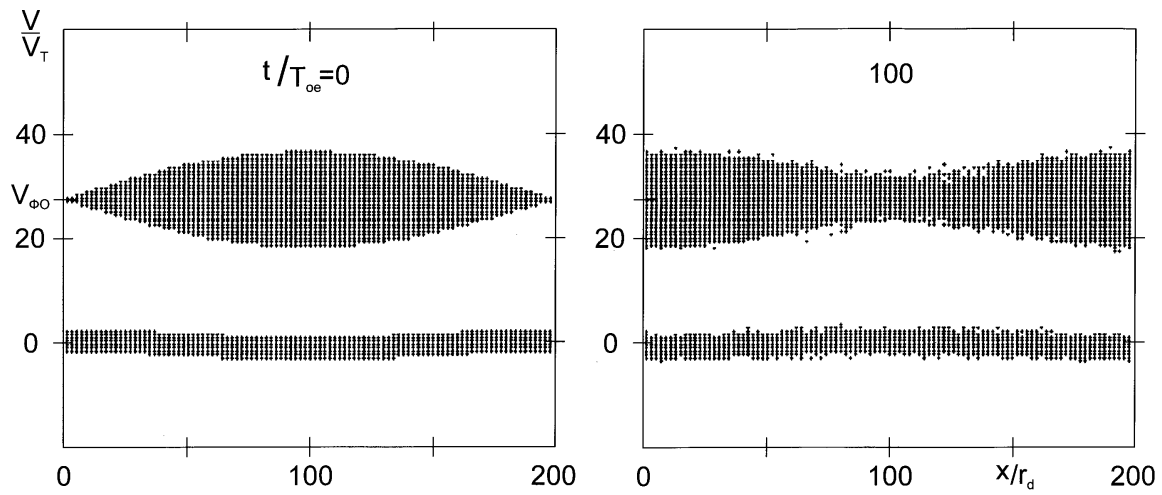


Рис. 14: Фазовые плоскости электронов. Случай 4.

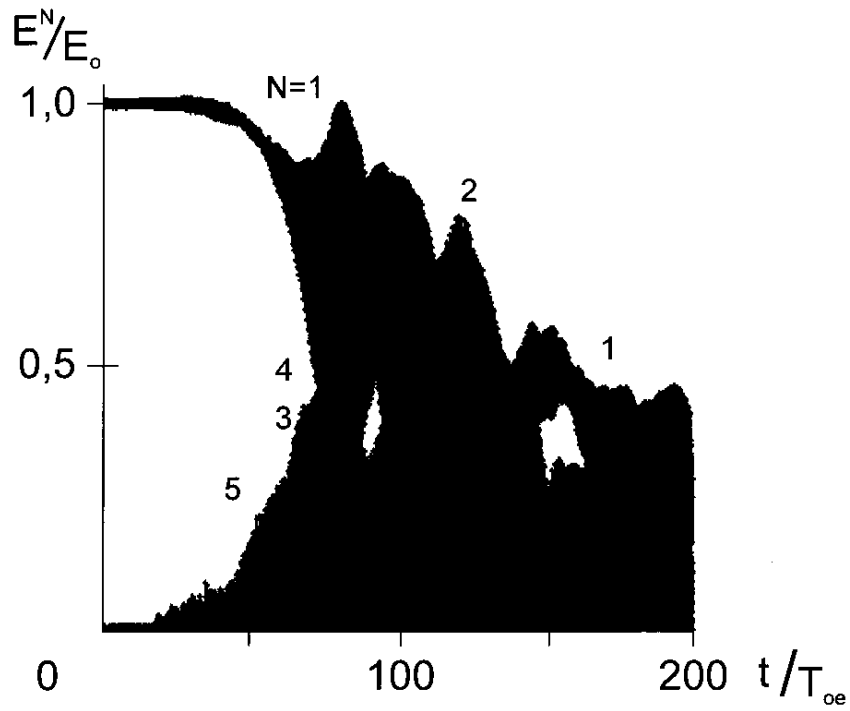


Рис. 15: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 2л. $E_0 = 13,6$; $M/m = 10^2$.

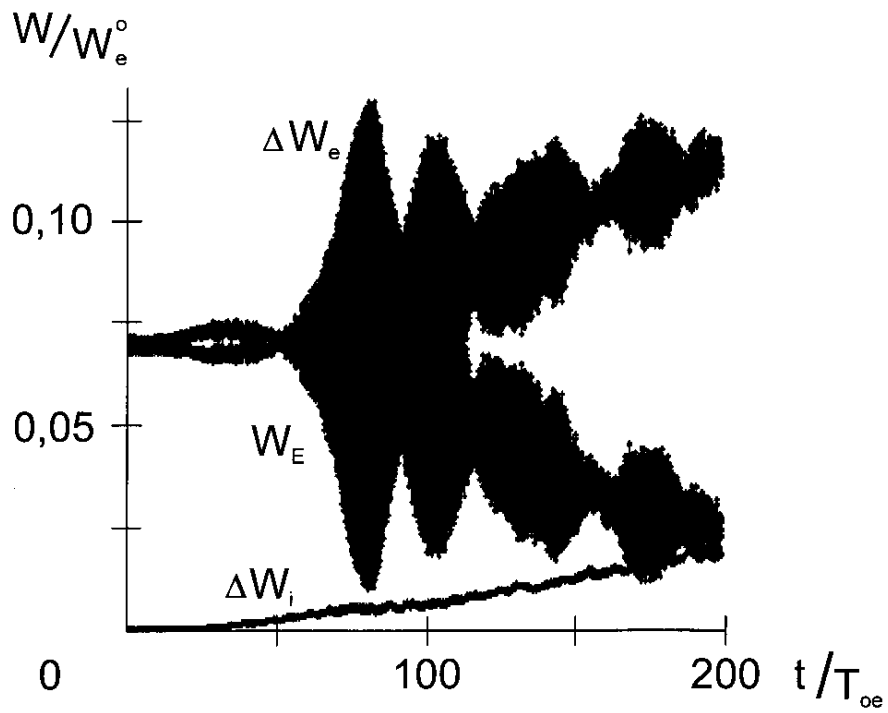


Рис. 16: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов ΔW_e и ионов плазмы ΔW_i . Случай 2л.

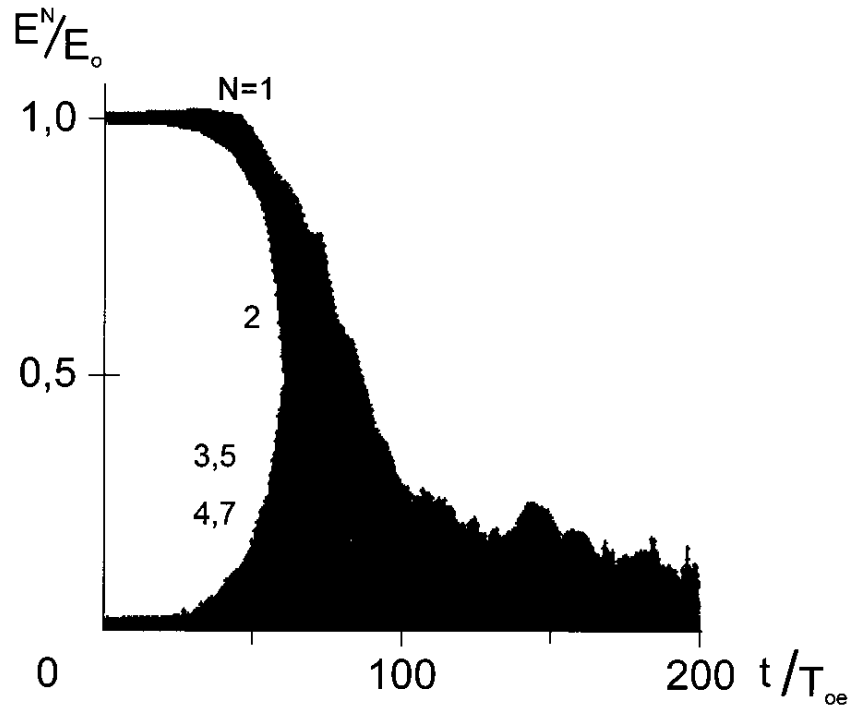


Рис. 17: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 4л. $E_0 = 25$; $M/m = 10^2$.

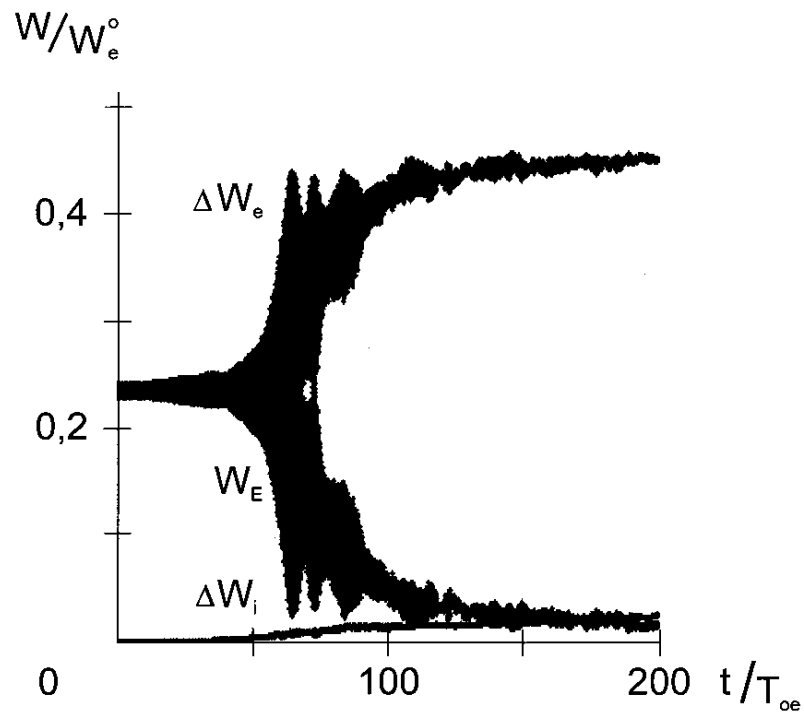


Рис. 18: Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов ΔW_e и ионов плазмы ΔW_i . Случай 4л.

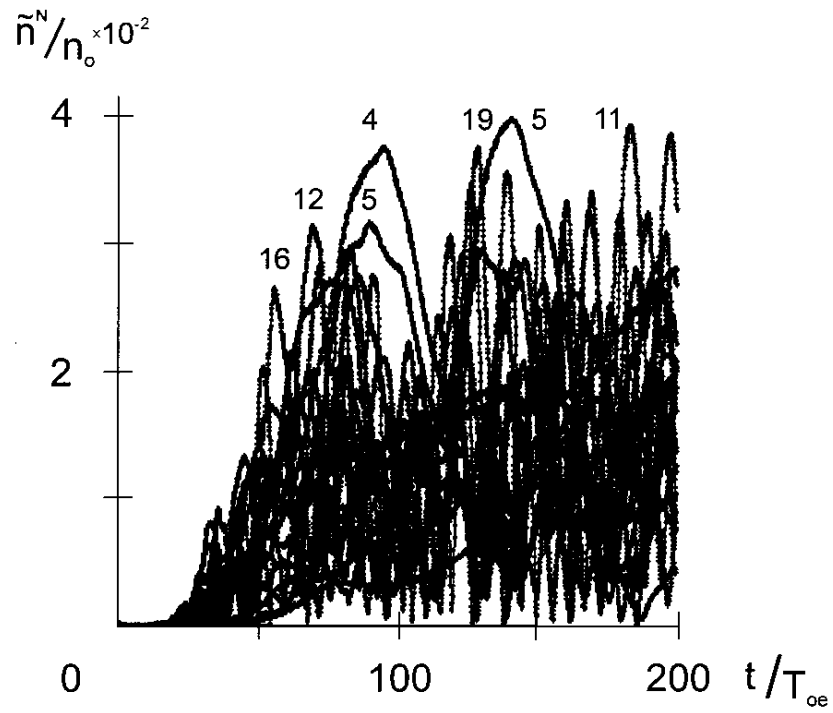


Рис. 19: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 2л.

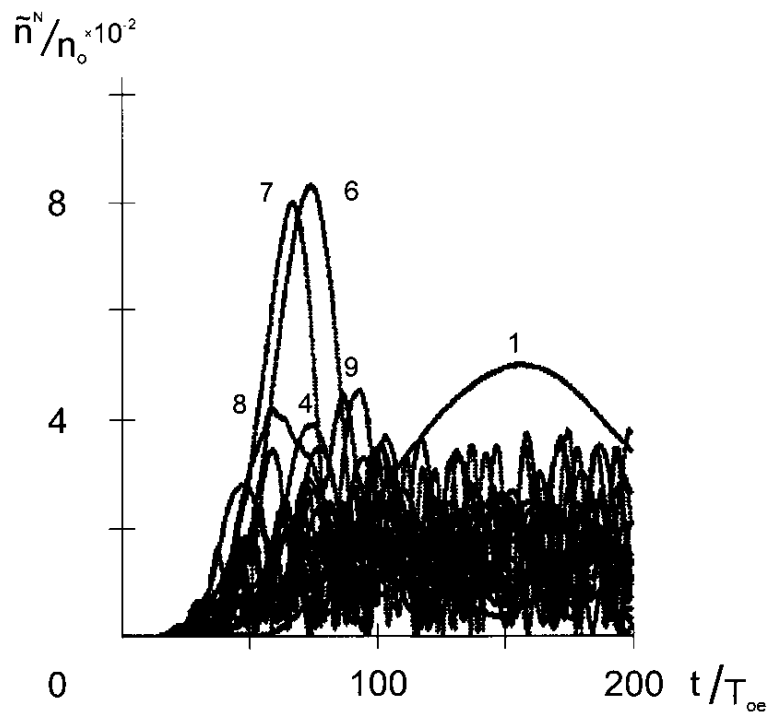


Рис. 20: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 4л.

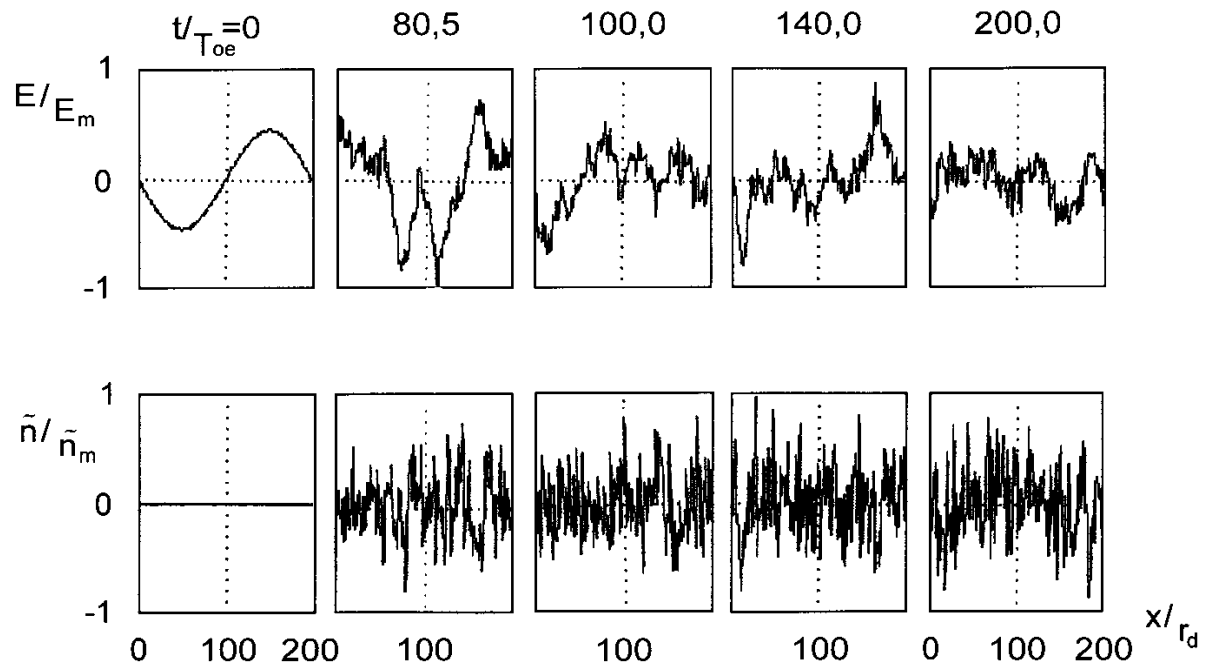


Рис. 21: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$.
Случай 2л. $E_m/E_o = 2,17$; $E_o = 13,6$; $\tilde{n}_m/n_o = 0,29$.

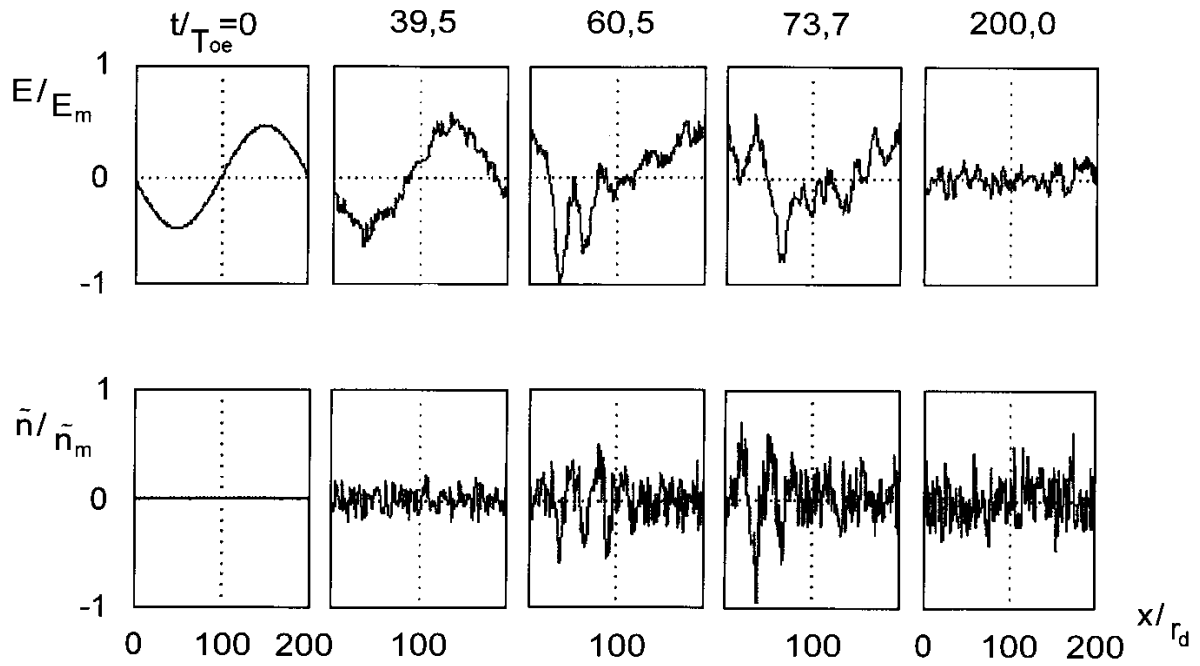


Рис. 22: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$.
Случай 4л. $E_m/E_o = 2,11$; $E_o = 25$; $\tilde{n}_m/n_o = 0,47$.

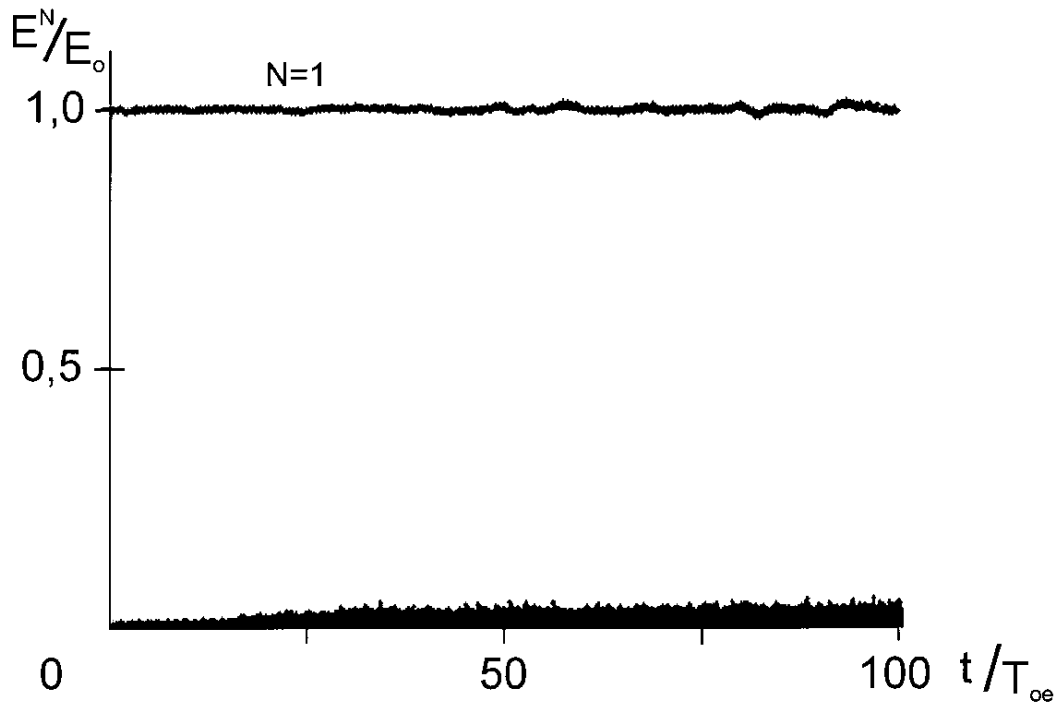


Рис. 23: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 5. $E_0 = 30$; $M/m = 10^{10}$.

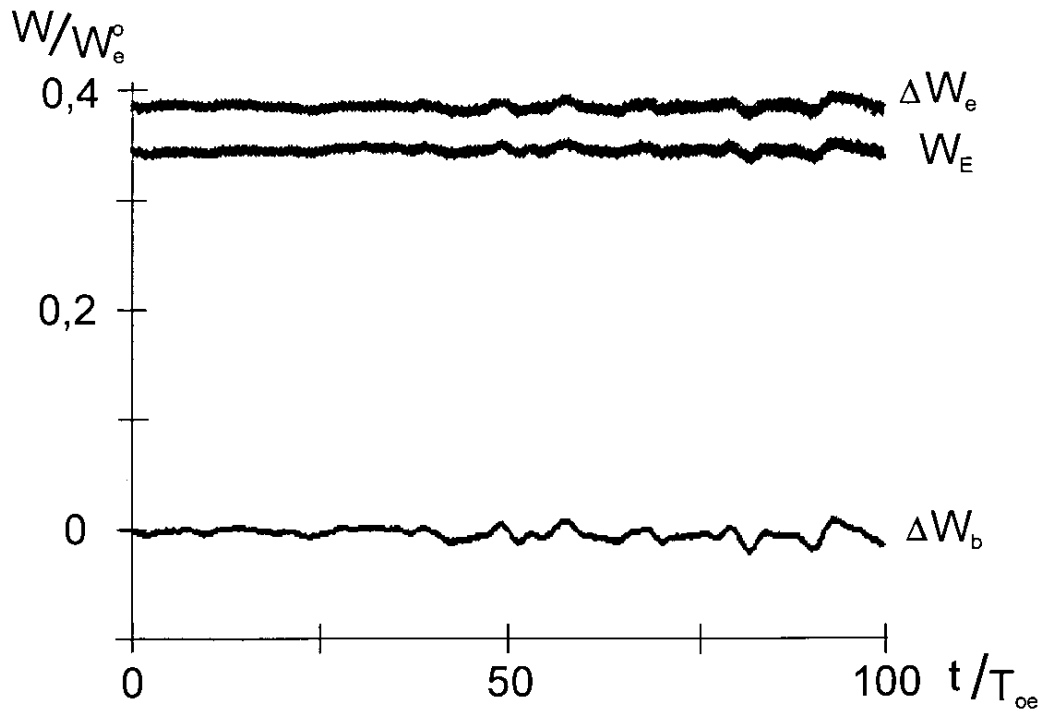


Рис. 24: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов плазмы ΔW_e и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 5.

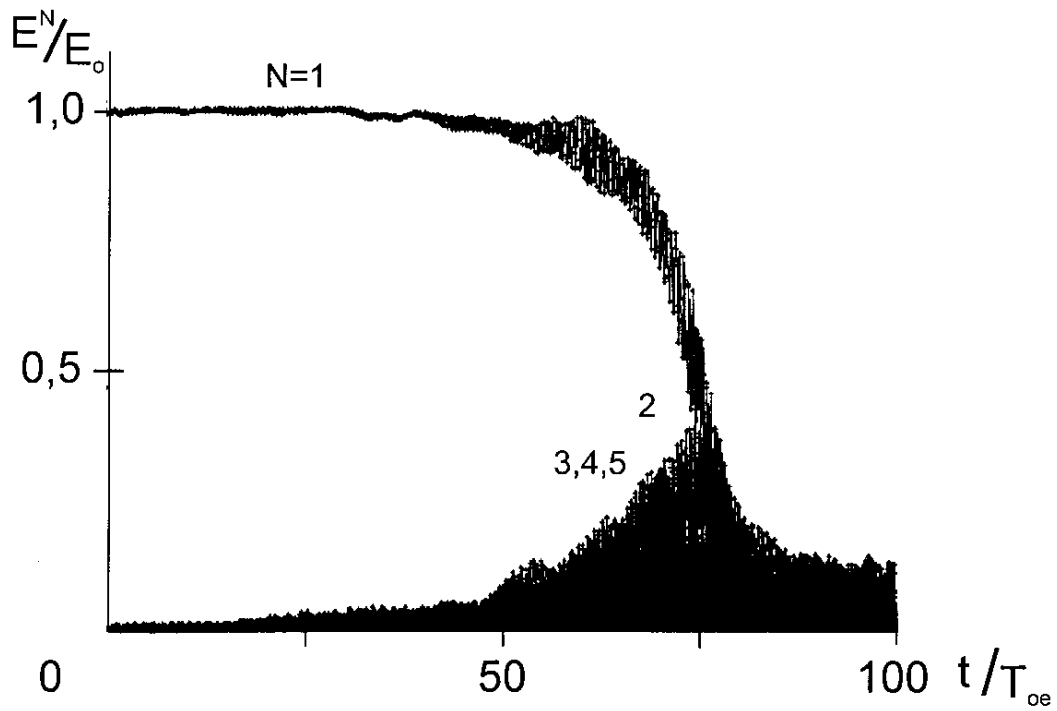


Рис. 25: Зависимость от времени амплитуды волны БГК $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай 6. $E_0 = 30$; $M/m = 10^2$.

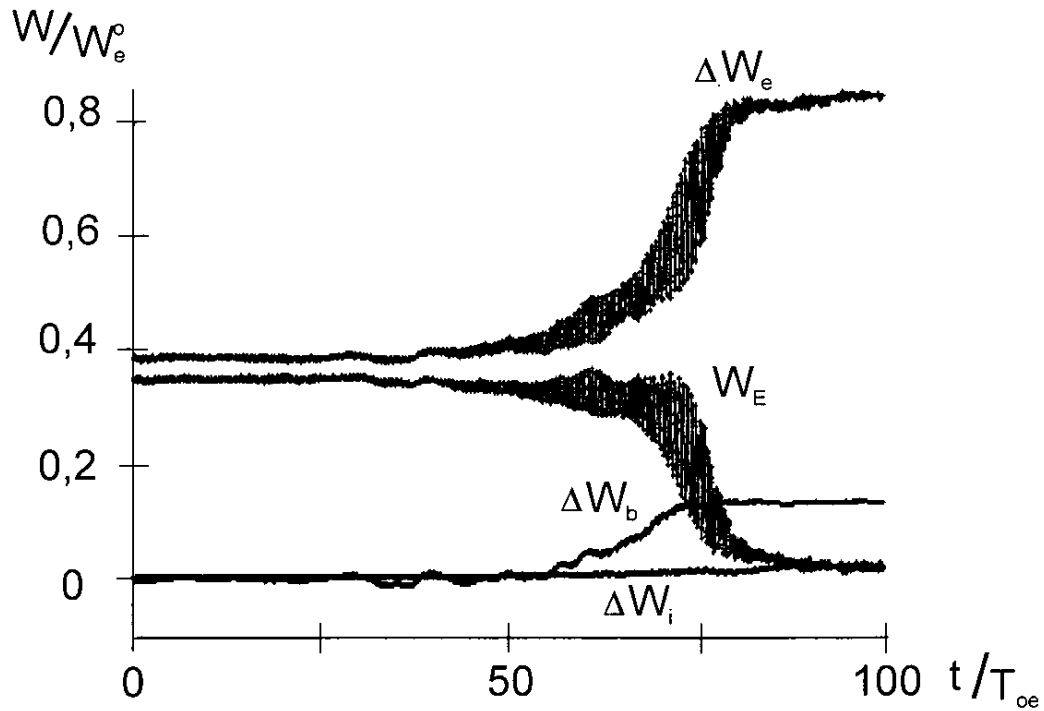


Рис. 26: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов и ионов плазмы ΔW_e , ΔW_i и потерь энергии b -электронов ΔW_b . Случай 6.

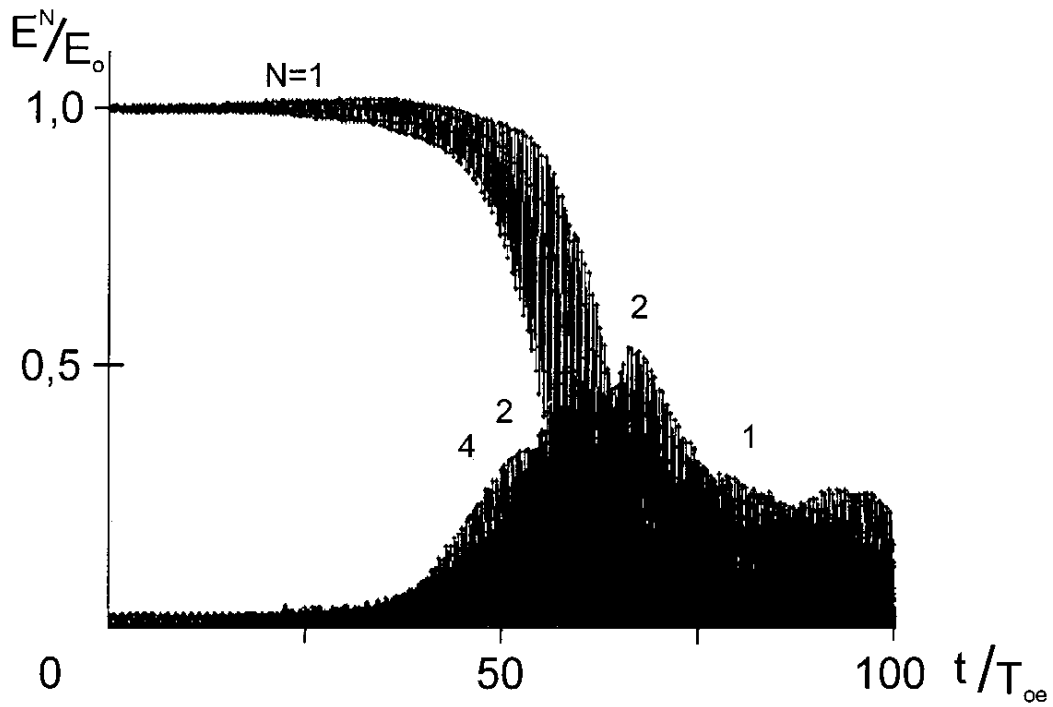


Рис. 27: Зависимость от времени амплитуды ленгмюровской волны $N = 1$ и гармоник $N = 2 \div 30$. Случай бл. $E_0 = 30$; $M/m = 10^2$.

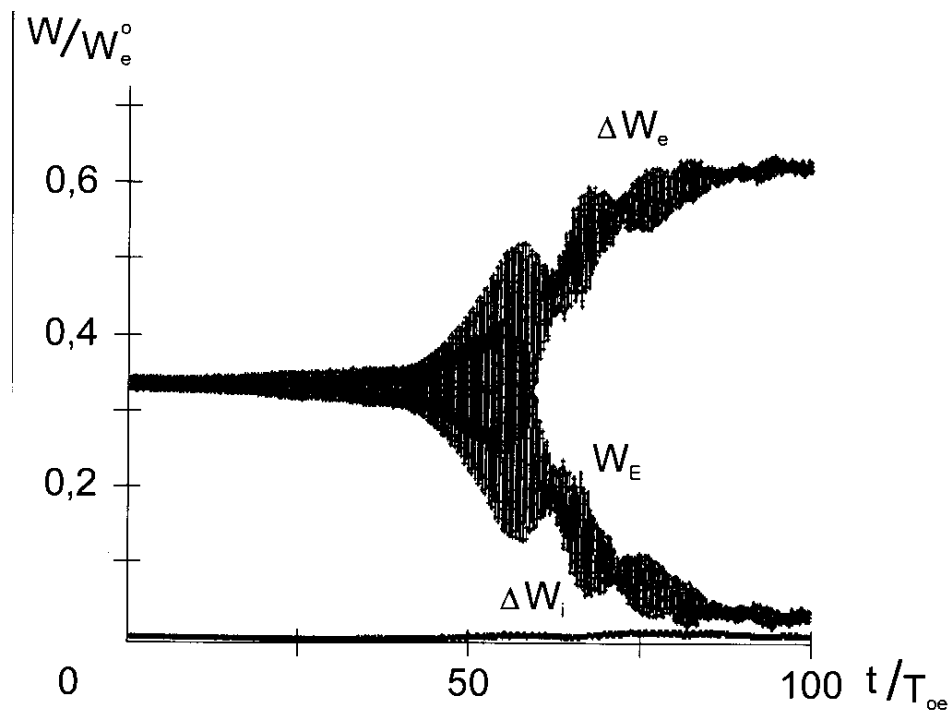


Рис. 28: Зависимость от времени энергии поля W_E , энергии электронов ΔW_e и ионов плазмы ΔW_i . Случай бл.

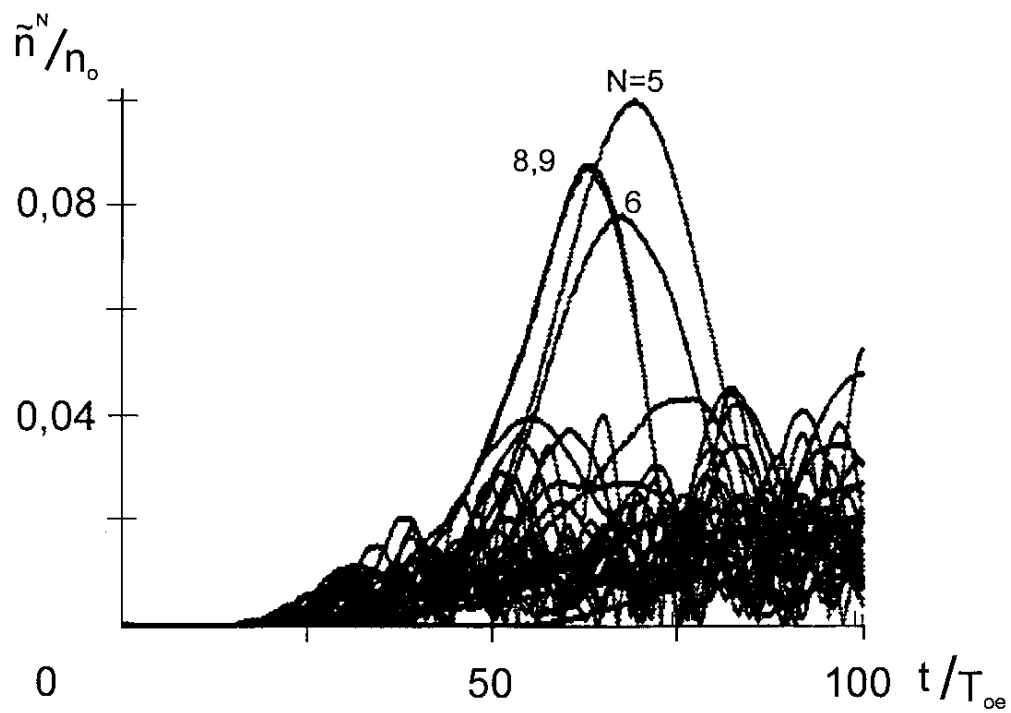


Рис. 29: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 6л.

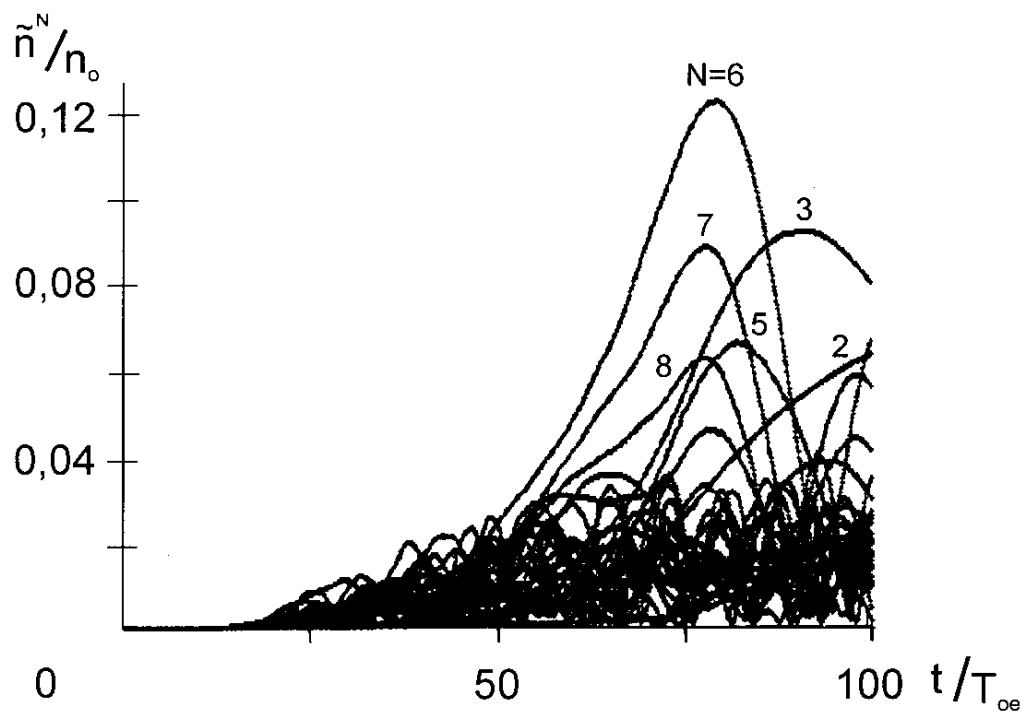


Рис. 30: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов $N_i = 1 \div 30$. Случай 6.

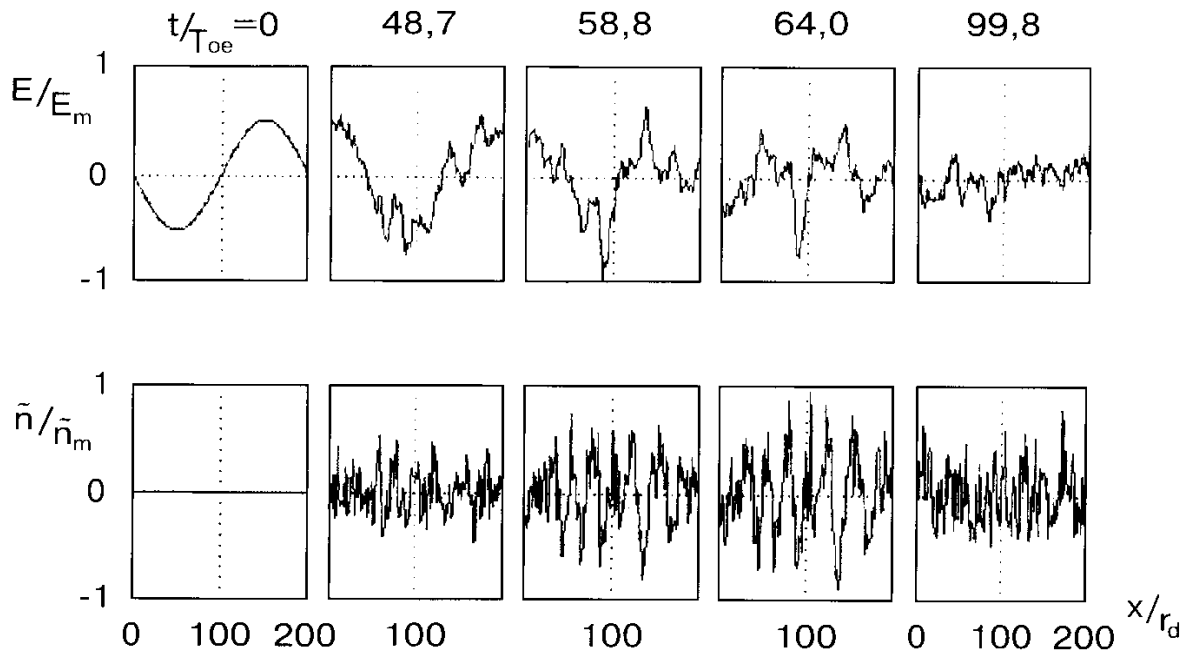


Рис. 31: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$.
 Случай 6л. $E_m/E_o = 1,92$; $E_o = 30$; $\tilde{n}_m/n_o = 0,40$.

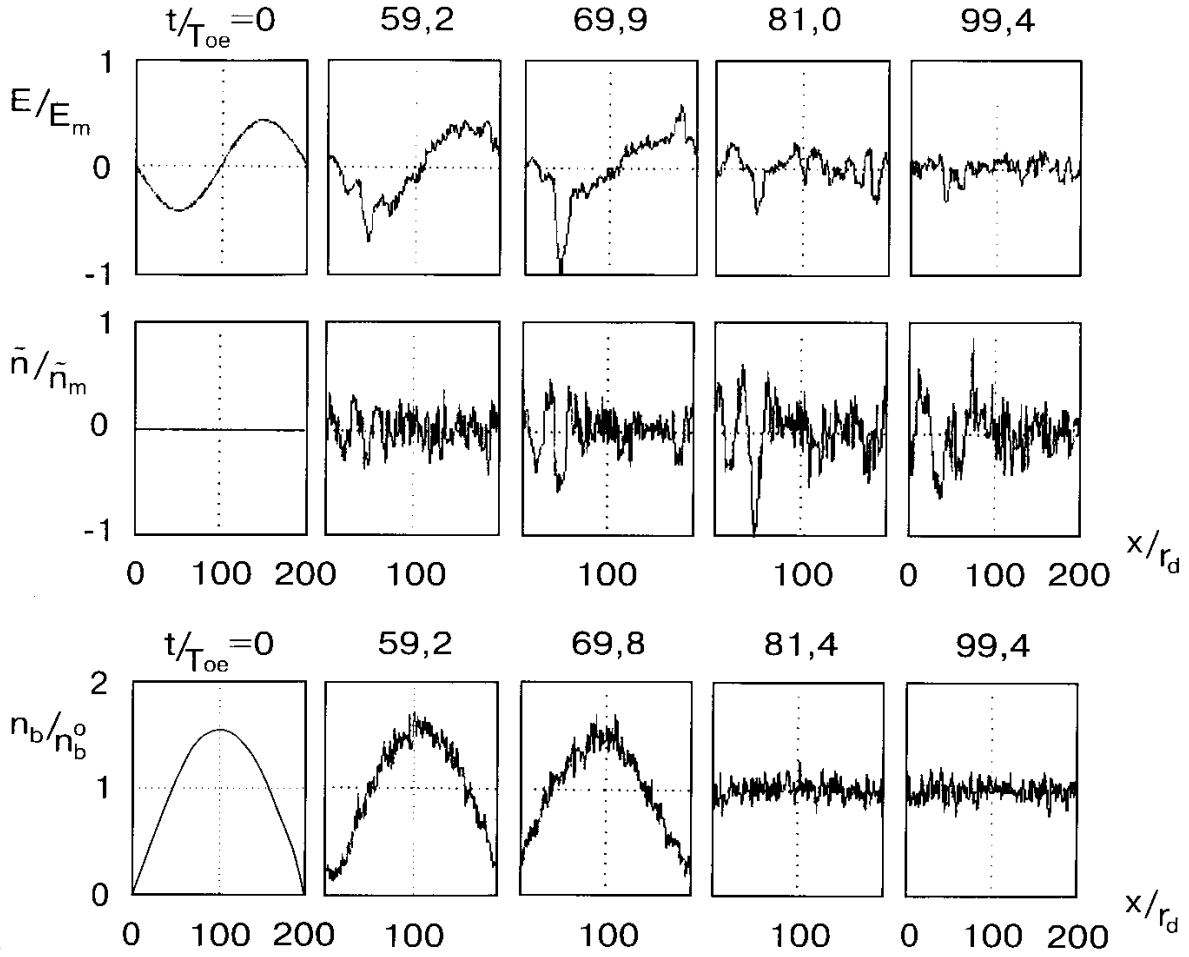


Рис. 32: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и плотности b -электронов $n_b(x)$. Случай 6. $E_m/E_o = 2,34$; $E_o = 30$; $\tilde{n}_m/n_o = 0,56$; $n_b^o/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$.

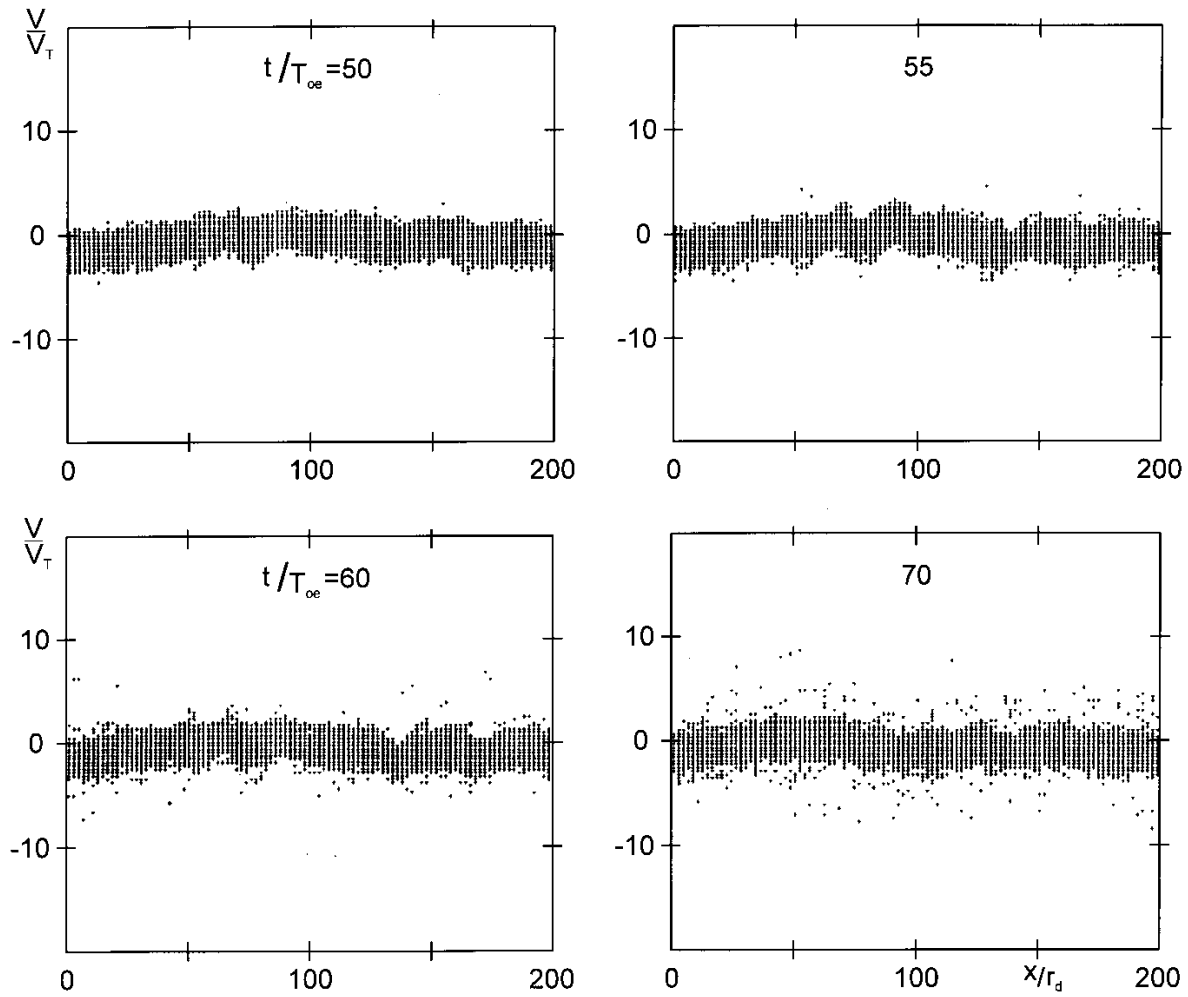


Рис. 33: Фазовые плоскости электронов. Случай бл.

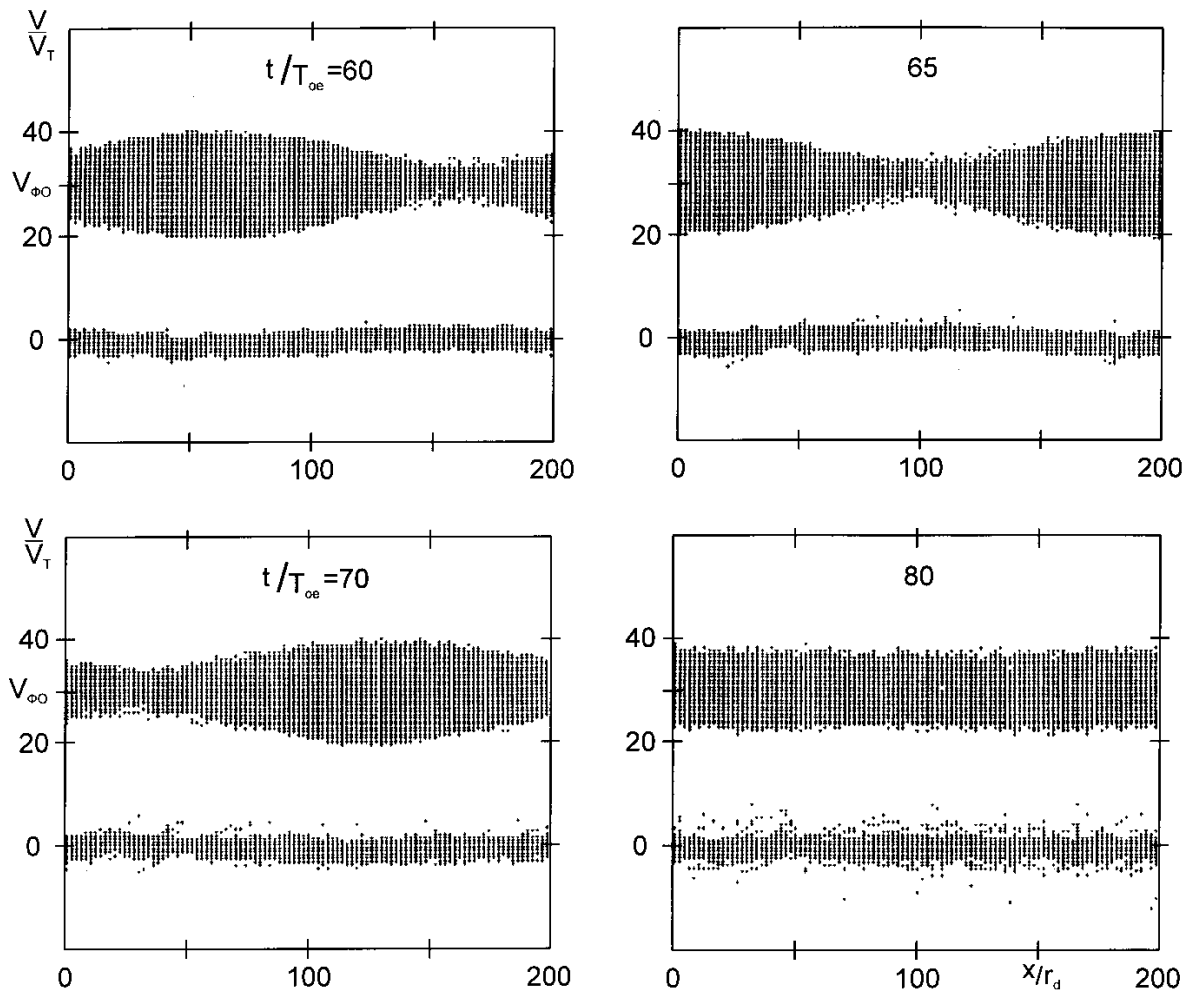


Рис. 34: Фазовые плоскости электронов. Случай 6.

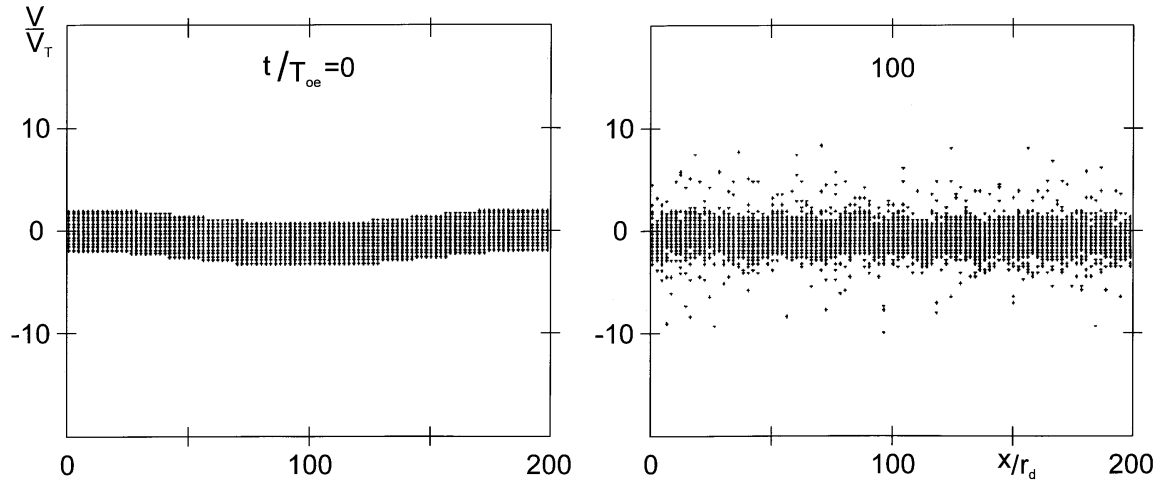


Рис. 35: Фазовые плоскости электронов. Случай 6а.

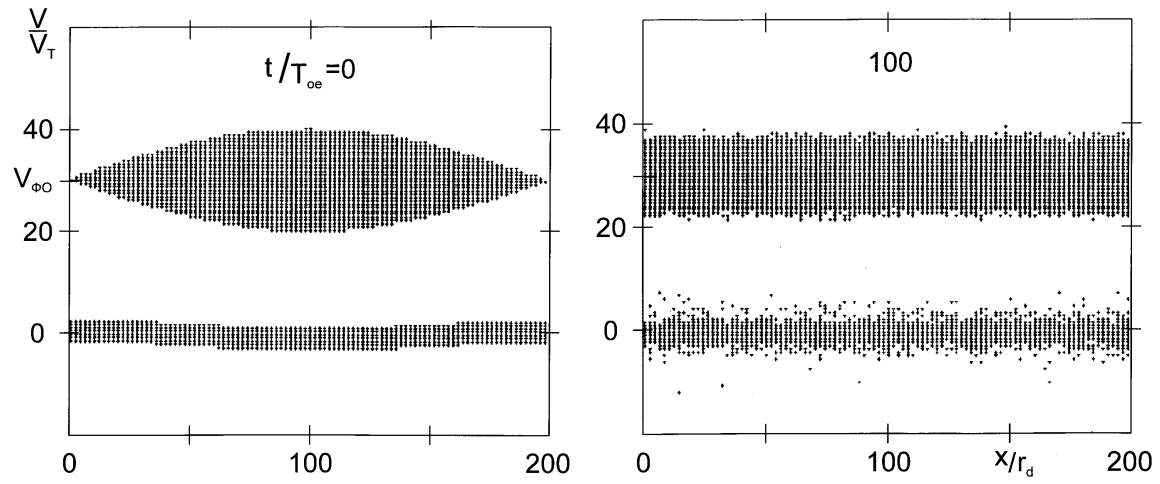


Рис. 36: Фазовые плоскости электронов. Случай 6б.