

Сибирское отделение Российской Академии наук
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера

В.В. Кубарев

ПОТЕРИ СВЯЗИ В ЛАЗЕРНЫХ РЕЗОНАТОРАХ
С ПОЛЫМ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ
ИЛИ ПЛАНАРНЫМ ВОЛНОВОДОМ

ИЯФ 97-67

НОВОСИБИРСК

1997

Потери связи в лазерных резонаторах с полым прямоугольным или планарным волноводом

V.V. Kubarev

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Решена задача о потерях связи основной волноводной моды в лазерном резонаторе, состоящем из двух зеркал и полого прямоугольного или планарного волновода между ними. Найдены оптимальные конфигурации и позиции зеркал для волноводов с различным отношением сторон. Рассмотрены резонаторы лазеров, длина волны которых может изменяться в широком диапазоне.

**Coupling losses in laser resonators
with hollow rectangular
or planar waveguide**

V.V. Kubarev

The problem of coupling losses of main waveguide mode in laser resonator, consisting of two mirrors and hollow rectangular or planar waveguide situated between its, has been solved. The optimal configurations and positions of mirrors for waveguides with various relation of sides have been found. The resonators of lasers with wavelength changing in wide range have been considered.

Введение

Резонаторы с полыми диэлектрическими и металлическими волноводами часто используются в лазерной физике. Волноводные лазеры имеют бóльший к.п.д., чем лазеры с открытыми резонаторами, вследствие большего отношения объема моды к разрядному объему.

В некоторых лазерах, например лазерах с поперечным разрядом или лазерах на свободных электронах с магнитным ондулятором, для увеличения коэффициента усиления желательно, чтобы зазор между электродами или полюсами магнитов был минимален. Если при этом лазер работает в ИК или субмиллиметровом диапазоне, использование прямоугольного или планарного волновода для проводки излучения в узком зазоре с малыми потерями является совершенно необходимым. Как правило, другой поперечный размер прямоугольного волновода (рис.1) желательно иметь как можно больше, т.к. волноводные потери мод с наименьшим затуханием $E^x H_{ij}^y$, имеющих электрический вектор параллельный большей стороне волновода, пропорциональны λ^2/a^3 , где λ – длина волны. Поэтому в данной работе более подробно рассматриваются прямоугольные волноводы с $a \geq 5b$. Предельным случаем $a = \infty$ является планарный волновод.

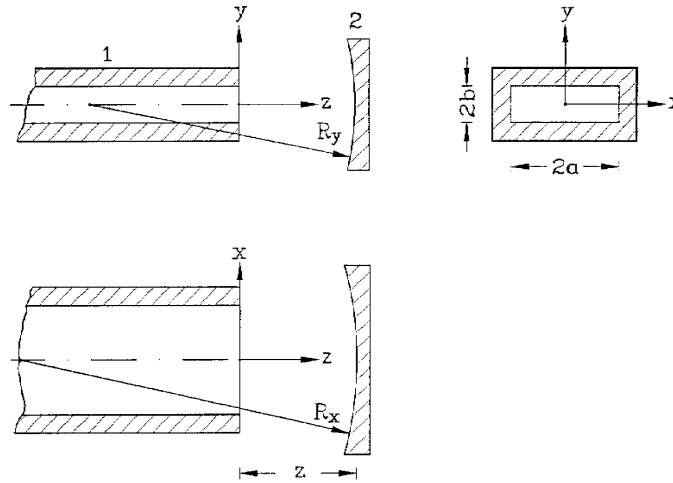


Рис. 1: Геометрия для расчета потерь связи: 1 – волновод, 2 – зеркало.

Т.к. моды внутри волновода имеют плоский волновой фронт, тривиальный волноводный лазерный резонатор образуется, если на торцы волновода установить плоские зеркала. В реальных конструкциях лазеров, из-за необходимости юстировки, зеркала находятся на конечном расстоянии от торцов волновода. В ряде случаев необходимо, чтобы зеркала находились на значительном расстоянии от торцов волновода. Например, в лазерах на свободных электронах этот промежуток

требуется для ввода и вывода электронного пучка, а в обычных лазерах для размещения внутри резонатора специальных устройств: селективирующих ячеек, поляризаторов и т.д. В этом случае резонатор уже не является чисто волноводным, а представляет собой комбинацию волноводного и открытых участков.

Будем рассматривать волноводы с $a, b \gg \lambda$. Тогда слаборасходящееся излучение из торца волновода может быть разложено по модам свободного пространства, описанным в работе [1]. Вышеприведенное неравенство позволяет также представить излучение внутри волновода в виде суммы специфических мод полого волновода. Эти моды волноводов с круглым и прямоугольным сечением описаны в работах [2] и [3] соответственно. Будем рассматривать достаточно длинный волновод, такой, чтобы он выделял одну рабочую $E H_{11}$ – моду при прямоугольной геометрии или $T E_{01}(T M_{01})$ при планарной геометрии либо за счет селекции этой моды резонансной длиной резонатора, как в случае субмиллиметровых лазеров [4,5], либо за счет того, что суммарные потери для высших волноводных мод больше порога генерации.

Целью настоящей работы является расчет потерь связи при преобразовании рабочей волноводной моды в моды свободного пространства и затем последних, после отражения от зеркала, снова в волноводную моду. Такая задача для круглых волноводов рассматривалась и частично решена в работе [6]. В настоящей статье используется аналогичный метод решения задачи с помощью модового разложения для прямоугольной и планарной геометрии волновода. Устранена ошибка, допущенная в работе [6], которая приводит к некоторому изменению оптимальных конфигураций резонатора и увеличению минимальных потерь. Корректное решение задачи для круглой геометрии волновода будет описано в отдельной статье.

1 Модовое разложение

Как следует из работы [3] напряженность электромагнитного поля $E^x H_{11}^y$ – моды (E_x или H_y) на излучающем торце прямоугольного волновода пропорциональна:

$$E_x \sim F(x, y, 0) = F_x(x) \cdot F_y(y) = \begin{cases} a^{-1/2} \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \cdot b^{-1/2} \cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right) & \text{– внутри} \\ 0 & \text{– за контуром волновода} \end{cases} \quad (1)$$

Напряженности полей одномерного планарного волновода пропорциональны $F_y(y)$. В (1) функции $F_x(x)$ и $F_y(y)$ отнормированы в соответствии с равенствами:

$$\int_{-a}^a F_x dx = 1; \quad \int_{-b}^b F_y dy = 1; \quad (2)$$

Далее это поле мы можем разложить в ряд Фурье по модам свободного пространства. Эти моды для симметричного квадратного пучка, соответствующего в нашем случае равенству $a = b$, найдены в работе [1]. Хотя, в принципе, поле (1) можно разложить и по этим модам, гораздо меньшее число мод потребуется, если несимметрично относительно замены переменных $x \leftrightarrow y$ распределение (1) мы будем разлагать также по несимметричным относительно этой замены модам свободного пространства. Обобщая приводимые в [1] выкладки на случай несимметричной прямоугольной геометрии, легко показать, что собственными функциями волнового уравнения для электромагнитного поля в свободном пространстве в этом случае будут:

$$\begin{aligned} \Psi_{mn}(x, y, z, t) &= \Psi_{xm}(x, z) \cdot \Psi_{yn}(y, z) \cdot \exp[i(\Omega t - kz)] = \\ &= K_m \cdot \left[\frac{\omega_{x0}}{\omega_x(z)} \right]^{1/2} \cdot H_m \left[\sqrt{2} \frac{x}{\omega_x(z)} \right] \cdot \exp \left\{ \left[-\frac{x}{\omega_x(z)} \right]^2 + i\Phi_{xm}(z) - ik \frac{x^2}{2\rho_x(z)} \right\} \cdot \\ &\cdot K_n \cdot \left[\frac{\omega_{y0}}{\omega_y(z)} \right]^{1/2} \cdot H_n \left[\sqrt{2} \frac{y}{\omega_y(z)} \right] \cdot \exp \left\{ \left[-\frac{y}{\omega_y(z)} \right]^2 + i\Phi_{yn}(z) - ik \frac{y^2}{2\rho_y(z)} \right\}. \end{aligned}$$

$$\cdot \exp[i(\Omega t - kz)] ; \quad (3)$$

Собственными функциями планарного волновода очевидно будут:

$\Psi_{0n}(y, z, t) = \Psi_{yn}(y, z) \cdot \exp[i(\Omega t - kz)]$. В (3) : K_m, K_n – нормирующие коэффициенты; H_m, H_n – полиномы Эрмита индексов m, n ; а зависящие от z величины имеют следующий вид:

$$\omega_x(z) = \omega_{x0}[1 + (z/\beta_{x0})^2]^{1/2}; \quad \omega_y(z) = \omega_{y0}[1 + (z/\beta_{y0})^2]^{1/2}; \quad (4)$$

$$\rho_x(z) = z[1 + (\beta_{x0}/z)^2]; \quad \rho_y(z) = z[1 + (\beta_{y0}/z)^2]; \quad (5)$$

$$\Phi_{xm}(z) = (m + \frac{1}{2}) \arctan(z/\beta_{x0}); \quad (6)$$

$$\Phi_{yn}(z) = (n + \frac{1}{2}) \arctan(z/\beta_{y0}); \quad (7)$$

$$\beta_{x0} = \pi\omega_{x0}^2/\lambda; \quad \beta_{y0} = \pi\omega_{y0}^2/\lambda; \quad (8)$$

Физический смысл величин в (4)–(8) следующий: $\omega_x(z)$ – характерный радиус пучка в x – направлении, ω_{x0} – этот же радиус в перетяжке пучка ($z = 0$), $\rho_x(z)$ – радиус волнового фронта в плоскости $y = 0$, β_{x0} – расстояние вдоль оси z от перетяжки пучка до точки, где $\rho_x(z)$ минимален, $\Phi_{xm}(z)$ – дополнительный фазовый сдвиг и аналогично для "y" – индексов.

Далее всюду мы будем опускать несущественный для данной задачи фазовый множитель $\exp[i(\Omega t - kz)]$, где Ω – частота излучения, k – волновой вектор.

Поместим перетяжки всех мод свободного пространства ($z = 0, \rho_x = \rho_y = \infty$) на торец волновода, где излучение, выходящее из волновода, также имеет плоский волновой фронт. Собственные функции (3) на торце имеют вид:

$$\begin{aligned} \Psi_{mn}(x, y, 0) &= \Psi_{xm}(x, 0) \cdot \Psi_{yn}(y, 0) = K_m \cdot H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega_{x0}} \right) \cdot \\ &\cdot \exp \left[- \left(\frac{x}{\omega_{x0}} \right)^2 \right] \cdot K_n \cdot H_n \left(\sqrt{2} \frac{y}{\omega_{y0}} \right) \exp \left[- \left(\frac{y}{\omega_{y0}} \right)^2 \right]; \end{aligned} \quad (9)$$

Переменные x и y допускают разделение в волновом уравнении для волновода и для свободного пространства. Это свойство использовано при выводе как (1), так и (3), (9), где эти переменные разделены, а вид функций F_x и F_y , Ψ_{xm} и Ψ_{yn} идентичен. Поэтому для краткости мы будем там, где это возможно, выписывать только функции переменной x , имея ввиду, что функции переменной y получаются элементарными заменами: $x \leftrightarrow y, a \leftrightarrow b, \omega_{0x} \leftrightarrow \omega_{0y}$. Разлагая распределение (1) в ряд Фурье по модам (9), имеем [7]:

$$F_x(x) = \sum_m A_m \Psi_{xm}(x); \quad (10)$$

$$A_m = \int_{-\infty}^{\infty} F_x(x) \Psi_{xm} dx = \int_{-a}^a F_x(x) \Psi_{xm} dx; \quad (11)$$

$$\Psi_{xm}(x) = K_m \cdot H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega_{0x}} \right) \cdot \exp \left[- \left(\frac{x}{\omega_{0x}} \right)^2 \right]; \quad (12)$$

$$K_m = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/4} (2^m m! \omega_{0x})^{-1/2}; \quad (13)$$

Коэффициенты (13) соответствуют нормировке:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{xm}(x) \Psi_{xk}(x) dx = \delta_{mk} ; \quad (14)$$

где δ_{mk} – символ Кронекера.

В разложении (10) четной функции $F_x(x)$ очевидно присутствуют только четные функции $\Psi_{xm}(x)$ ($m = 0, 2, 4, \dots$).

Собственные функции Ψ_{xm} и Ψ_{ym} будут определены, если мы выберем некоторые значения характерных радиусов пучка ω_{0x} и ω_{0y} . Хотя, в принципе, этот выбор может быть произвольным в рамках $\omega_{0x}, \omega_{0y} \gg \lambda$, существуют определенные значения характерных радиусов, при которых задача вычисления потерь согласования, во-первых, максимально упрощается, во-вторых, в ней, помимо вычислительного аспекта, максимально проявляется физический смысл. Это позволяет посредством минимальных вычислений ответить на ряд существенных вопросов.

Поскольку косинусоидальное распределение (1) весьма близко к нулевой моде свободного пространства, естественно выбрать такие ω_{0x} и ω_{0y} , чтобы коэффициент A_0 в (10) имел максимальное значение. Для определенности будем называть такое разложение оптимальным. Заметим, что значения функций $F_x(x)$ и $F_y(y)$ в (1) подобны при равных значениях безразмерных координат x/a и y/b . Естественно для оптимального решения задачи сохранить такую "безразмерную" симметрию в модах свободного пространства, т.е. выбрать такие ω_{0x} и ω_{0y} , чтобы:

$$\omega_{0x}/a = \omega_{0y}/b = \gamma ; \quad (15)$$

Значение ω_{0x} находим из уравнения:

$$\frac{\partial A_0}{\partial \omega_{0x}} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/4} a^{-1/2} \int_{-a}^a \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \frac{\partial}{\partial \omega_{0x}} \left\{ \omega_{0x}^{-1/2} \exp\left[-\left(\frac{x}{\omega_{0x}}\right)^2\right] \right\} = 0 ; \quad (16)$$

Откуда легко получить уравнение для определения γ :

$$\int_{-1/\gamma}^{1/\gamma} \cos\left(\frac{\pi}{2}\gamma\tau\right) \exp(-\tau^2) \cdot \left(2\tau^2 - \frac{1}{2}\right) d\tau = 0 ; \quad (17)$$

Численное решение (17) дает $\gamma = 0,70324895$. Из (11)–(13) следует, что $\partial A_0/\partial \omega_{0x} = A_2 \cdot 2^{-1/2} \omega_{0x}^{-1}$. Поэтому при максимальном A_0 коэффициент $A_2 = 0$. Это весьма благоприятно, т.к. при этом повышается удельный вес главной нулевой гармоники в разложении. Учитывая нормировку (14), получаем долю мощности исходного излучения из торца волновода B_j , содержащуюся в первых j гармониках разложения по каждой поперечной координате:

$$B_j = \left(\sum_{m=0}^j A_m^2 \right)^2 ; \quad (18)$$

В Табл. приведены значения этого параметра и коэффициентов A_m . Из нее видно, что в нулевой основной моде свободного пространства содержится около 99 % излучаемой из волновода мощности, а в первых $(8)^2 = 64$ членах более 99,9 %. Такое число членов разложения обеспечивает точность вычисления потерь $\sim 0,1$ %. Из таблицы также видна периодичность членов, содержащих наименьшую мощность ($m = 2, 8, 14$).

m, j	A_m	B_j
0	0,994641	0,98931
2	1,73 E-6	0,98931
4	-0,089058	0,99449
6	0,035870	0,99706
8	0,009085	0,99722
10	-0,023540	0,99833
12	0,017857	0,99897
14	0,005534	0,99903

Доминирующая роль нулевой моды в оптимальном модовом разложении позволяет сразу определить близкие к оптимальным конфигурации зеркал для различных расстояний z , при которых потери связи близки к минимальным: поверхность зеркала должна совпадать с волновым фронтом этой моды (как впрочем и остальных мод). В дальнейшем будем называть такое зеркало адаптивным. Заметим, что при решении этой задачи методом вычисления интеграла Френеля-Кирхгофа потребовалось бы производить громоздкие двумерные вычисления, требующие очень большого машинного времени.

2 Вычисление потерь

Далее задачу удобно разбить на две части. В первой части будут вычислены потери связи для идеализированного адаптивного, в общем случае тороидального зеркала. Во второй части будут рассмотрены потери связи для произвольного тороидального зеркала, находящегося на различных расстояниях от торца волновода, — этот случай имеет гораздо большее практическое значение. Заметим, что в данной статье предполагается, что зеркала всегда имеют достаточно большой размер, чтобы потери, связанные с апертурным обрезанием пучков на зеркалах были много меньше потерь связи.

2.1 Адаптивное тороидальное зеркало

Т.к. волновые фронты мод свободного пространства совпадают с поверхностью адаптивного тороидального зеркала амплитудные распределения этих мод на торце волновода после отражения от зеркала будут такие же, как исходные излучаемые распределения. Потери связи в этом случае обусловлены тем, что фазовые скорости различных мод являются различными функциями от z , в результате чего моды после отражения от зеркала возвращаются на торец волновода с различными фазами. При $z \rightarrow 0$ потери согласования стремятся к нулю, т.к. согласно (6) и (7) фазы всех мод на торце волновода $2[\Phi_{xm}(z) + \Phi_{yn}(z)]$ равны нулю, что соответствует тривиальному случаю плоского зеркала на торце волновода. При $z \rightarrow \infty$ потери согласования также равны нулю, т.к. в этом случае фазы всех мод различаются на величину кратную 2π . Поскольку при $z \rightarrow \infty$ $\rho_x(z) = \rho_y(z) = z$, этот случай соответствует сферическому зеркалу, расположенному на большом расстоянии от торца волновода.

Для квадратного волновода при $z = \beta_{x0} = \beta_{y0}$ соседние моды с минимальной разницей в индексах $\Delta n, \Delta m = 2$ находятся в противофазе. Соответственно, если $\Delta n, \Delta m = 4$, моды будут находится в фазе. В этой точке ($z/\beta_{y0} = 1$) потери согласования должны иметь некоторое локально минимальное значение, т.к. в модах с $n = 0; 4$ и $m = 0; 4$ содержится большая часть мощности излучения (99,4 %). Таким образом, зависимость потерь связи от z для квадратного волновода должна иметь вид распределения с двумя максимумами. Ясно также, что для различных прямоугольных волноводов потери связи будут изменяться от такого распределения до распределения с четырьмя максимумами при $a \gg b$ или $b \gg a$.

Количественно потери связи $c(z)$ выражаются через интегралы перекрытия в виде :

$$c(z) = 1 - \left| \int_{-a}^a F_x(x) F'_x(x, z) dx \int_{-b}^b F_y(y) F'_y(y, z) dy \right|^2 ; \quad (19)$$

где F'_x и F'_y — функции поля, возвращенного на торец волновода после отражения от зеркала, которые равны:

$$F'_x(x, z) = \sum_m A_m \Psi_{xm}(x) \cdot \exp[2i\Phi_{xm}(z)] ; \quad (20)$$

После подстановки (20) в (19) и элементарных преобразований получаем:

$$c(z) = 1 - \sum_{m,q} A_m^2 A_q^2 \cos\{2[\Phi_{xm}(z) - \Phi_{xq}(z)]\} \cdot \sum_{n,p} A_n^2 A_p^2 \cos\{2[\Phi_{yn}(z) - \Phi_{yp}(z)]\} ; \quad (21)$$

В (21) индексы m, n, q, p — целые четные числа от 0 до 14.

Т.к. потери связи по одной из координат $c_x(z)$ равны:

$$c_x(z) = 1 - \left| \int_{-a}^a F_x(x) F'_x(x, z) dx \right|^2 ; \quad (22)$$

легко получить, что $c(z) = c_x(z) + c_y(z) - c_x(z)c_y(z)$. Отсюда потери связи планарного волновода $c_y(z)$, у которого $c_x(z) \equiv 0$, и потери связи квадратного волновода $c(z)$, у которого $c_x(z) \equiv c_y(z)$, связаны соотношением: $c_y(z) = 1 - \sqrt{1 - c(z)}$. При $c(z) \ll 1$ (т.е. $c(z) \ll 100\%$) $c_y(z) \simeq c(z)/2$. Имея ввиду эту взаимосвязь, в дальнейшем будем рассматривать общий случай прямоугольной геометрии.

На рис.2 показаны рассчитанные по (21) потери связи для волноводов с различным отношением сторон в зависимости от удобного безразмерного параметра z/β_{y0} .

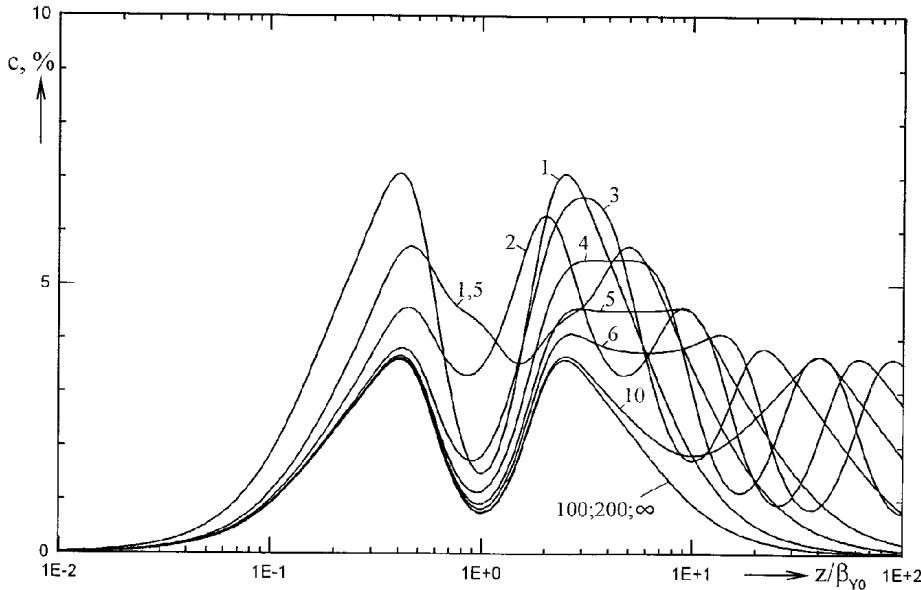


Рис. 2: Зависимости потерь связи адаптивного зеркала и различных прямоугольных волноводов от нормированного расстояния между зеркалом и волноводом. Цифры на кривых — отношения a/b .

Заметим, что в рассматриваемой задаче потери инвариантны относительно преобразования $z/\beta_{y0} \leftrightarrow (a/b)^2/(z/\beta_{y0})$. Поэтому при логарифмической горизонтальной оси на рис.2 все графики потерь симметричны относительно точек $z/\beta_{y0} = a/b$.

Потери квадратного волновода ($a = b$) подобны, как и следовало ожидать, аналогичным потерям круглого волновода [6]. В частности, локальные минимумы потерь равны: для квадратного волновода – 1,49 %, для круглого – 1,48 %, а максимальные значения потерь составляют 7,16 % и 6,51 % соответственно. При очень больших отношениях $a/b \geq 100$ функции потерь представляют собой два уменьшенных в 2 раза распределения потерь для квадратного волновода, расположенных симметрично относительно точки $z/\beta_{y0} = a/b$. В изображенном на рис.2 диапазоне z/β_{y0} эти потери совпадают, как и следовало ожидать, с потерями планарного волновода ($a/b = \infty$).

2.2 Произвольное тороидальное зеркало

В общем случае тороидального зеркала с произвольными радиусами кривизны R_x и R_y , находящегося на произвольном расстоянии от торца волновода, каждая мода свободного пространства после отражения от зеркала будет возвращаться на торец волновода, имея другое амплитудное распределение поля по сечению волновода и измененный волновой фронт по сравнению с излучаемым полем. Потери связи по-прежнему выражаются равенством (19), но с другими функциями F'_x и F'_y . Как известно, квадраты модулей интегралов перекрытия в (19) максимальны и равны 1 при $F_x = F'_x$ и $F_y = F'_y$. Т.к. основная нулевая мода, содержащая бóльшую часть мощности излучения, отображается адаптивным зеркалом сама в себя, это зеркало является хорошим (хотя и, как будет показано ниже, не всегда лучшим) приближением к идеалу. В этом случае F_x и F'_x , F_y и F'_y попарно близки, а потери связи относительно невелики (≤ 7 %).

При $F_x \neq F'_x$ и $F_y \neq F'_y$, согласно неравенству Коши-Шварца, квадраты модулей интегралов перекрытия всегда меньше 1, причем их значения тем меньше, чем больше отличие вышеуказанных функций. Поэтому ясно, что в случае тороидального зеркала, значительно отличающегося от адаптивного, потери связи будут очень большими из-за того, что нулевая мода отображается таким зеркалом на торец волновода в сильно измененном виде.

Легко также понять, что адаптивное зеркало не для всех z дает абсолютный минимум потерь. Потери в случае адаптивного зеркала обусловлены только несовпадением амплитудных распределений принимаемого на торец волновода поля и поля в волноводе. Волновой же фронт обоих полей на торце волновода одинаков (плоский). Вполне допустима ситуация, когда несовпадение амплитудных распределений может быть уменьшено за счет некоторой ”расфокусировки” системы, т.е. смещения перетяжек мод. Конечно это приведет к искривлению волнового фронта принимаемого излучения, но в целом интегралы перекрытия могут увеличиться, а потери уменьшиться. Таким образом, абсолютный минимум потерь для заданного z может достигаться при зеркале немного отличающемся от адаптивного. Это отличие не может быть большим, т.к. основную роль в модовом разложении играет нулевая мода, для которой адаптивное зеркало оптимально.

Функции возвращенного на торец волновода поля F'_x и F'_y имеют вид :

$$F'_x = \sum_m A_m K_m \cdot H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega'_x} \right) \cdot \left(\frac{\omega_{0x}}{\omega'_x} \right)^{1/2} \times \\ \times \exp \left[- \left(\frac{x}{\omega'_x} \right)^2 + i \left(\Phi'_{xm} - k \frac{x^2}{2\rho'_x} \right) \right]; \quad (23)$$

В (23) множитель $(\omega_{0x}/\omega'_x)^{1/2}$ учитывает изменение величины поля из-за изменения характерного поперечного размера пучка (ω'_x – характерный размер возвращенного на торец поля); Φ'_{xm} – фазовый набег на оси пучка, обусловленный различием фазовых скоростей мод; ρ'_x – радиус кривизны возвращенного поля. Для вычисления фаз Φ'_{xm} и Φ'_{yn} потребуются уравнения, связывающие радиусы кривизны волновых фронтов мод свободного пространства до (ρ_{x1}, ρ_{y1}) и после (ρ_{x2}, ρ_{y2}) зеркала :

$$\rho_{x2}^{-1} = \rho_{x1}^{-1} - f_x^{-1}; \quad \rho_{y2}^{-1} = \rho_{y1}^{-1} - f_y^{-1}; \quad (24)$$

где $f_x = R_x/2$; $f_y = R_y/2$. Используя уравнения (4)–(8), (24) можно вычислить фазы Φ'_{xm} и Φ'_{ym} :

$$\begin{aligned} \Phi'_{xm}(z) = (m + \frac{1}{2}) \left\{ \arctan\left(\frac{z}{\beta_{x0}}\right) + \arctan \left[z \left(\frac{\beta'_x}{(\rho'_x)^2} + \frac{1}{\beta'_x} \right) - \frac{\beta'_x}{\rho'_x} \right] + \right. \\ \left. + \arctan \left(\frac{\beta'_x}{\rho'_x} \right) \right\}; \end{aligned} \quad (25)$$

где $\beta'_x = \pi(\omega'_x)^2/\lambda$. В (25) первый член в фигурных скобках это фазовый набег на прямом проходе от излучающего торца волновода до зеркала, равный (6), а остальные — фазовые набег на обратном пути от зеркала до торца волновода. Параметры возвращенного пучка β'_x , β'_y , ρ'_x , ρ'_y выражаются через параметры излучаемого пучка β_{x0} , β_{y0} и f_x , f_y , z посредством:

$$\rho'_x = \frac{\left[z + f_x \frac{z(f_x - z) - \beta_{x0}^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2} \right]^2 + \left[\frac{\beta_{x0} f_x^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2} \right]^2}{z + f_x \frac{z(f_x - z) - \beta_{x0}^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2}}; \quad (26)$$

$$\beta'_x = \frac{\left[z + f_x \frac{z(f_x - z) - \beta_{x0}^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2} \right]^2 + \left[\frac{\beta_{x0} f_x^2}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2} \right]^2}{\frac{f_x^2 \beta_{x0}}{(f_x - z)^2 + \beta_{x0}^2}}; \quad (27)$$

Здесь мы должны отметить, что в работе [6], которая явилась прототипом настоящей статьи, допущена ошибка: фаза моды с радиальным индексом p однородного по углу круглого пучка записана в виде $\Phi_p = (2p + 1)[\arctan(z/\beta_0) + \arctan(z/\beta')]$, что неверно. Верный фазовый набег является функцией двух параметров пучка ρ' и β' . Именно отмеченная выше неточность приводит к тому, что аналогия между результатами вычислений в настоящей статье и в статье [6] на данном этапе нарушается. В частности, не верно заключение автора [6] о том, что адаптивное зеркало всегда дает минимальные потери для заданного z . Так на рис.3 показаны потери связи квадратного волновода и различных сферических зеркал. При $z/\beta_{y0} > 1$ мы видим, что минимум потерь для заданного z наблюдается для зеркала, имеющего меньший радиус кривизны, чем адаптивное, а само значение потерь оказывается меньше, чем у адаптивного зеркала. Отношение адаптивных потерь к минимальным для некоторых значений R/β_{y0} существенно превышает 1 (например, равно 2 при $R/\beta_{y0} = 8,125$), а различие этих потерь по абсолютной величине может достигать значения около 2 % ($R/\beta_{y0} = 5,2$). Заметим однако, что адаптивное зеркало является оптимальным при $z/\beta_{y0} < 1$. В ряде случаев адаптивное зеркало можно считать неплохим первым приближением к оптимальному зеркалу. Практическая ценность этого приближения состоит в том, что определить адаптивное зеркало для любого отношения a/b можно сразу, без каких-либо численных расчетов, по формулам (5) (величина потерь при этом, однако, останется неизвестной).

В первом грубом приближении вид кривых на рис.3 определяется нулевой модой свободного пространства. Так при $R/\beta_{y0} > 2$ кривые потерь касаются адаптивной кривой (в точном решении могут ее пересекать) в двух точках z/β_{y0} , что соответствует наличию при этих значениях R/β_{y0} двух корней уравнения $\rho_x(z) = R$, где $\rho_x(z)$ находится из (5). Когда $R/\beta_{y0} = 2$ имеется один корень и одно касание при $z/\beta_{y0} = 1$. Если $R/\beta_{y0} < 2$ корней нет и кривые потерь всюду выше адаптивной кривой.

Постоянное значение потерь связи для $z/\beta_{y0} < 0,07$ на рис.3 обусловлено тем, что они в этой области определяются кривизной зеркала, которая является постоянной величиной.

Кривая потерь для $R/\beta_{y0} = \infty$ на рис.3 необходима для расчета резонатора практически любого простого волноводного лазера, плоские зеркала которого из-за необходимости юстировки всегда

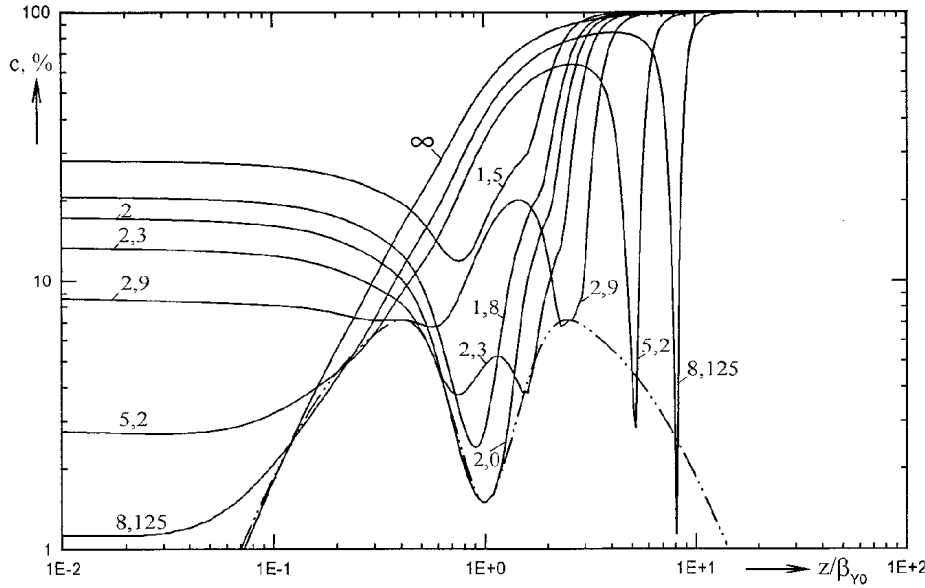


Рис. 3: Зависимости потерь связи квадратного волновода ($a = b$) и сферических зеркал, имеющих различный нормированный радиус кривизны (сплошные линии; цифры на кривых — величины R/β_{y0}); того же волновода и адаптивного зеркала (линии штрих-две точки) от нормированного расстояния.

находятся на конечном расстоянии от торца волновода. В данном случае мы видим, что потери связи $\leq 1\%$ при $z \leq 0,07\beta_{y0}$.

Следует отметить одну особенность резонатора с вырожденным ($a = b$) квадратным волноводом, существенную для лазеров с перестраиваемой длиной волны, например, для лазеров на свободных электронах. Допустим на некотором расстоянии z от торца волновода установлено зеркало, которое дает минимальные потери для этого z на некоторой длине волны. Если теперь длина волны будет изменяться, то потери в соответствии с рис.3 будут расти. Однако, перемещая зеркало, мы можем найти такое z , для которого это зеркало будет снова оптимальным уже для измененного значения $R/\beta_{y0} \sim \lambda$. При этом потери могут возрасти максимум до величины максимальных адаптивных потерь, т.е. до $7,2\%$ (при условии, что $R/\beta_{y0} \geq 2$ во всем диапазоне перестройки λ). Нетрудно понять, что такой способ уменьшения потерь, возникающих из-за изменения λ , будет не всегда эффективным для прямоугольного волновода с $a \neq b$. На рис.4 показаны потери связи волновода, у которого $a/b = 5$, с тороидальными зеркалами, адаптивными при $(z/\beta_{y0})^* = 25; 5; 1$ на некоторой λ_0 и изменение этих потерь для других λ . Видно, что теперь, в отличие от квадратного волновода, потери не всегда можно свести к минимальным для другого значения z . Увеличение потерь из-за изменения λ связано с рассогласованием волновых фронтов зеркала и мод свободного пространства, которое нельзя сделать малым за счет изменения одного параметра z в двух независимых уравнениях (5) при $a \neq b$. Это свойство прямоугольного волновода принципиально отличает его от вырожденного квадратного, а также круглого волноводов. Наиболее ярко иллюстрируют сказанное кривые на рис.4 для адаптивного зеркала при $(z/\beta_{y0})^* = 25$, где изменение λ приводит к сильному увеличению потерь. Существенно потери увеличиваются и для адаптивного зеркала при $(z/\beta_{y0})^* = 5$. Однако в определенных случаях потери связи близки к уровню потерь для адаптивного зеркала в очень широком диапазоне изменения λ . Наилучший результат получается для адаптивного зеркала при $(z/\beta_{y0})^* = 1$, когда длина волны увеличивается. Здесь небольшим перемещением зеркала потери можно свести к величинам $\leq 6\%$ при изменении длины волны в 4 раза.

Ситуация заметно улучшается для волноводов с большим отношением a/b . На рис.5 показаны потери связи волновода с $a/b = 10$ и адаптивного зеркала при $(z/\beta_{y0})^* = 1$, которые при подстройке

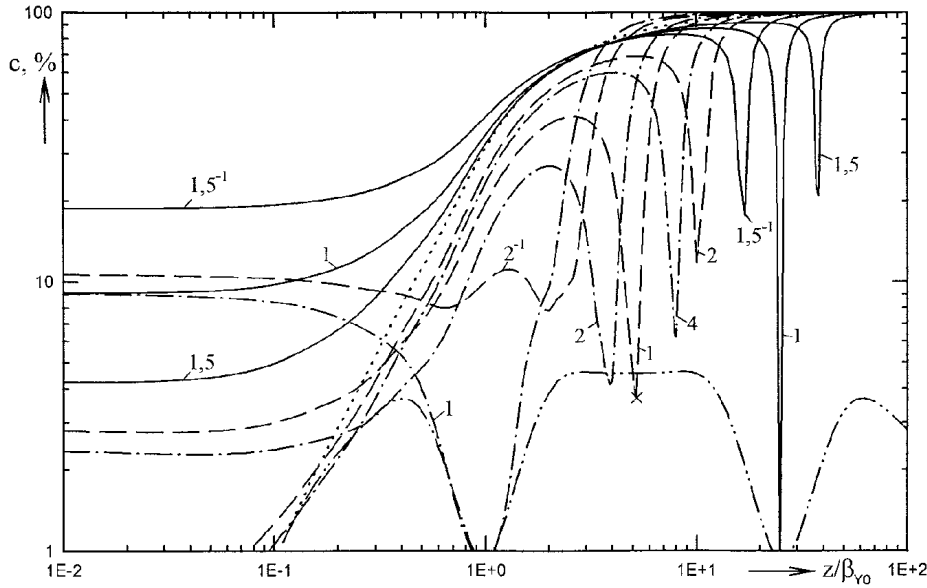


Рис. 4: Зависимости потерь связи прямоугольного волновода с $a/b = 5$ и тороидальных зеркал, адаптивных при $(z/\beta_{y0})^* = 25$ (сплошные линии), $(z/\beta_{y0})^* = 5$ (штриховые линии), $(z/\beta_{y0})^* = 1$ (штрих-пунктирные линии) и $\lambda/\lambda_0 = 1$, от нормированного расстояния для различных λ (цифры на кривых — отношения λ/λ_0) и аналогичные зависимости для адаптивного (линии штрих — две точки) и плоского (пунктир) зеркал.

z не превышают 4 %, когда λ изменяется на порядок величины. Нетрудно понять, что расширение диапазона λ , в котором потери невелики, при увеличении a/b связано с тем, что на рассматриваемом интервале z/β_{y0} задача все больше становится похожей на одномерную.

Заметим, что потери на рис.4—5 показаны как функции одной переменной z/β_{y0} для зеркал, адаптивных при некоторых величинах $(z/\beta_{y0})^*$. При этом локальные минимумы потерь, один из которых помечен крестиком на рис.4, иногда получаются для z/β_{y0} немного отличающегося от $(z/\beta_{y0})^*$. Однако, в принципе, задача минимизации потерь при $a \neq b$ — двумерная, т.е. для каждой точки z/β_{y0} для нахождения локального минимума нужно варьировать два радиуса кривизны зеркала R_x/β_{y0} и R_y/β_{y0} . Такая вариация, однако, очень слабо изменяет (относительное изменение ≤ 4 %) значение локальных минимумов на рис.4—5, в том числе для $\lambda/\lambda_0 \neq 1$.

Кривые для плоского зеркала на рис.4—5 показывают, что малые потери ($\leq 1\%$) наблюдаются для $z/\beta_{y0} \leq 0,1$ для любой конечной λ .

Другая область z , где потери малы для всех λ , удовлетворяет неравенству: $z/\beta_{x0} = (z/\beta_{y0})(a/b)^2 \geq 10$. Эту область можно назвать "дальней зоной" мод свободного пространства или областью сферической оптики. В ней сферическое зеркало с радиусами кривизны $R_x = R_y = z$, согласно (5), является адаптивным, а все моды, согласно (6)—(7), находятся в фазе, т.е. потери близки к нулю. При типичных значениях a , b , λ эта область, однако, трудно реализуема на практике из-за больших z и больших размеров зеркал.

С целью выяснения возможностей сферической оптики при средних z на рис.6 показаны зависимости потерь связи резонаторов с простыми сферическими зеркалами $R/\beta_{y0} = 20$ для волноводов с различным отношением сторон. Несмотря на то, что радиус кривизны зеркала больше минимальных радиусов кривизны волнового фронта мод свободного пространства когда $a/b \leq 4,47$, уже при $a/b > 3$ потери связи очень велики для всех z из-за несимметрии волнового фронта.

Рис.6 также иллюстрирует важный для практики лазеров на свободных электронах случай, когда плоское зеркало устанавливается на очень малом расстоянии от торца волновода, а вывод электронного пучка осуществляется через окно в вертикальной боковой стенке размером $s \times 2b$,

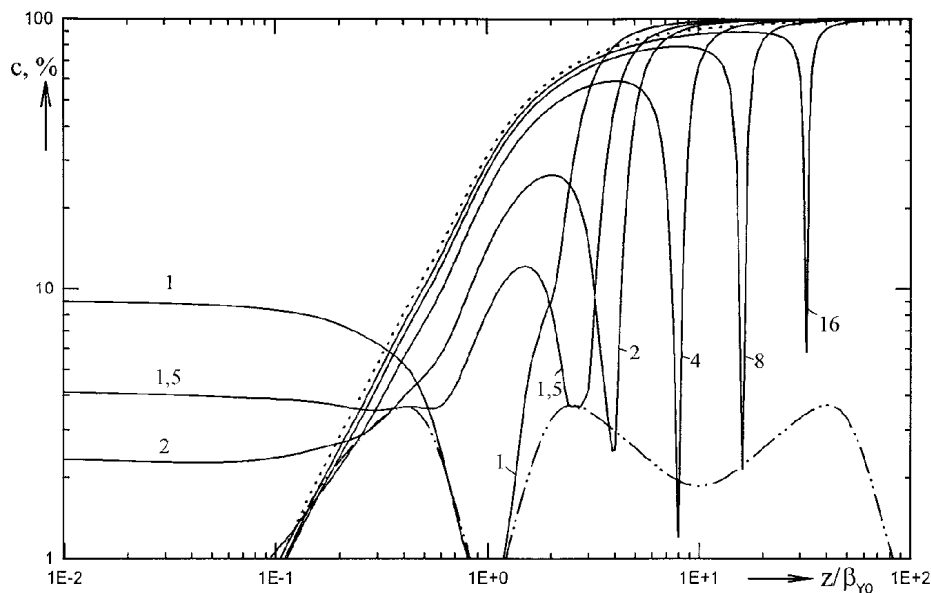


Рис. 5: Зависимости потерь связи прямоугольного волновода с $a/b = 10$ и тороидального зеркала, адаптивного при $(z/\beta_{y0})^* = 1$, $\lambda/\lambda_0 = 1$ от нормированного расстояния для различных λ (сплошные кривые, цифры на кривых – отношения λ/λ_0) и аналогичные зависимости для адаптивного (линии штрих – две точки) и плоского (пунктир) зеркал.

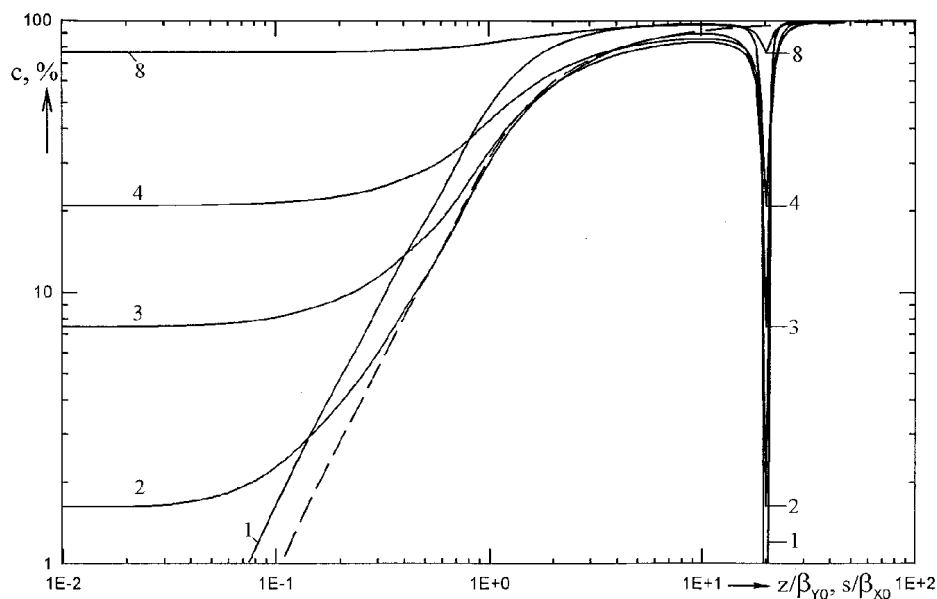


Рис. 6: Зависимость потерь связи сферического зеркала с $R/\beta_{y0} = 20$ и прямоугольных волноводов с различным отношением сторон от нормированного расстояния z/β_{y0} (сплошные кривые; цифры на кривых – отношения a/b). Зависимость потерь связи прямоугольного волновода и плоского зеркала на его торце от нормированной длины окна в боковой стенке s/β_{x0} (штрихованная линия).

где s – длина окна (расстояние между зеркалом и целой частью волновода), $2b$ – высота волновода (рис.1). Для сохранения симметрии излучения относительно осей x и y системы координат на рис.1 считается, что имеется такое же окно в противоположной боковой стенке волновода. Для уменьшения потерь и сведения задачи к одномерной будем полагать, что горизонтальный размер волновода в области окон $2a_v$ уширен (т.е. $2a_v > 2a$) на необходимую для удержания пучка в вертикальном направлении величину. Потери связи в такой геометрии равны потерям связи обычного волновода с $a/b \ll 0, 1$, расположенного на расстоянии $z = s$ от зеркала, и в силу одномерности задачи являются функцией одной безразмерной переменной $s/\beta_{x0} \sim s\lambda/a^2$. Из рис.6 видно, что эти потери $\leq 1\%$ для $s/\beta_{x0} \leq 0, 1$.

Заключение

В работе рассчитаны потери связи лазерного резонатора с полым прямоугольным или планарным волноводом для основной волноводной моды. Найдены оптимальные геометрии резонаторов для различных лазеров, в том числе для лазеров с большой перестройкой по длине волны, например, лазеров на свободных электронах. Знание потерь связи позволяет вычислить полные потери резонатора лазера, т.к. остальные компоненты потерь (потери на зеркалах, волноводные потери и др.) определить легко.

Автор благодарен Куренскому Е.А. за большую помощь при оформлении этой работы.

Литература

- [1] *Kogelnik H., Li T.* Appl. Optics, 5, 1550 (1966).
- [2] *Marcatili E.A.J., Schmeltzer R.A.* Bell. Syst. Techn. J., 43, 1783 (1964).
- [3] *Krammer H.* IEEE J. Quantum Electron., QE-12, 505 (1976).
- [4] *Кубарев В.В., Куренский Е.А.* Квантовая электроника, 22, 1179 (1995).
- [5] *Кубарев В.В., Куренский Е.А.* Квантовая электроника, 23, 311 (1996).
- [6] *Abrams R.L.* IEEE J. Quantum Electron., QE-8, 838 (1972).
- [7] *Никифоров А.Ф., Уваров В.Б.* Специальные функции математической физики (М., Наука, 1984).