



Сибирское отделение Российской Академии наук
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера

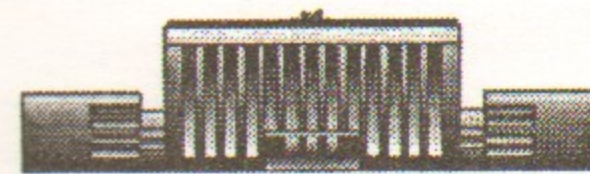
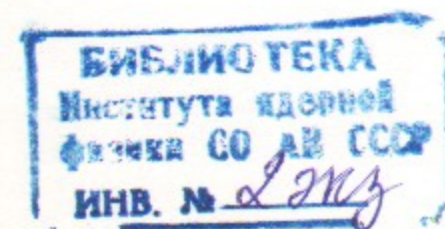
*К. 88
1998*

В.В. Кубарев

ПОТЕРИ СВЯЗИ В ЛАЗЕРНЫХ РЕЗОНАТОРАХ
С ПОЛЫМ КРУГЛЫМ ВОЛНОВОДОМ

ИЯФ 98-34

<http://www.inp.nsk.su/publications>



НОВОСИБИРСК

1998

Потери связи в лазерных резонаторах с полым круглым волноводом

В.В. Кубарев

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН, 630090
Новосибирск, Россия

Аннотация

Решена задача о потерях связи основной EH_{11} волноводной моды в лазерном резонаторе, состоящем из двух зеркал и полого круглого волновода между ними. Определены потери связи для зеркал с различными радиусами кривизны, расположенных на различных расстояниях от торцов волновода. Найдены оптимальные положения и кривизны зеркал, при которых потери связи минимальны.

Coupling losses in laser resonators with hollow circular waveguide

V. V. Kubarev

The problem of the coupling losses of main EH_{11} waveguide mode in laser resonator consisting of two mirrors and hollow circular waveguide was solved. Coupling losses for mirrors with various radius of the curvature installed on various distance from the ends of waveguide were determined. Optimal positions and curvatures of mirrors providing minimum coupling losses were found.

Введение

Волноводные лазеры с резонаторами, в которых используется круглый полый диэлектрический или металлический волновод довольно распространены. Эти лазеры имеют больший к.п.д., чем лазеры с открытыми резонаторами, вследствие большего отношения объема моды к разрядному объему [1]–[6]. Для определённых усиливающих сред, например, разряда постоянного тока в гелий-неоновой смеси, удельный коэффициент усиления обратно пропорционален диаметру разрядной трубки и применение волновода позволяет существенно увеличить не только к.п.д., но и этот параметр [7]. Большие преимущества в коэффициенте усиления даёт волновод в субмиллиметровых DCN -лазерах за счет специфического эффекта взаимоусиления EH_{11} и TE_{01} волноводных мод [5]. В инфракрасных и субмиллиметровых лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) использование круглых волноводов необходимо для проводки излучения в длинном спиральном ондуляторе с проходным отверстием малого диаметра, уменьшение которого позволяют увеличить коэффициент усиления активной среды.

Так как моды внутри волновода имеют плоский волновой фронт, тривиальный волноводный лазерный резонатор образуется, если на торцы волновода установить плоские зеркала. В реальных конструкциях лазеров, из-за необходимости юстировки, зеркала находятся на конечном расстоянии от торцов волновода. В ряде случаев необходимо, чтобы зеркала находились на значительном расстоянии от торцов волновода. Например, в лазерах на свободных электронах этот промежуток требуется для ввода и вывода электронного пучка, а в обычных лазерах для

размещения внутри резонатора специальных устройств: селективирующих ячеек, поляризаторов и т.д. В этом случае резонатор уже не является чисто волноводным, а представляет собой комбинацию волноводного и открытых участков.

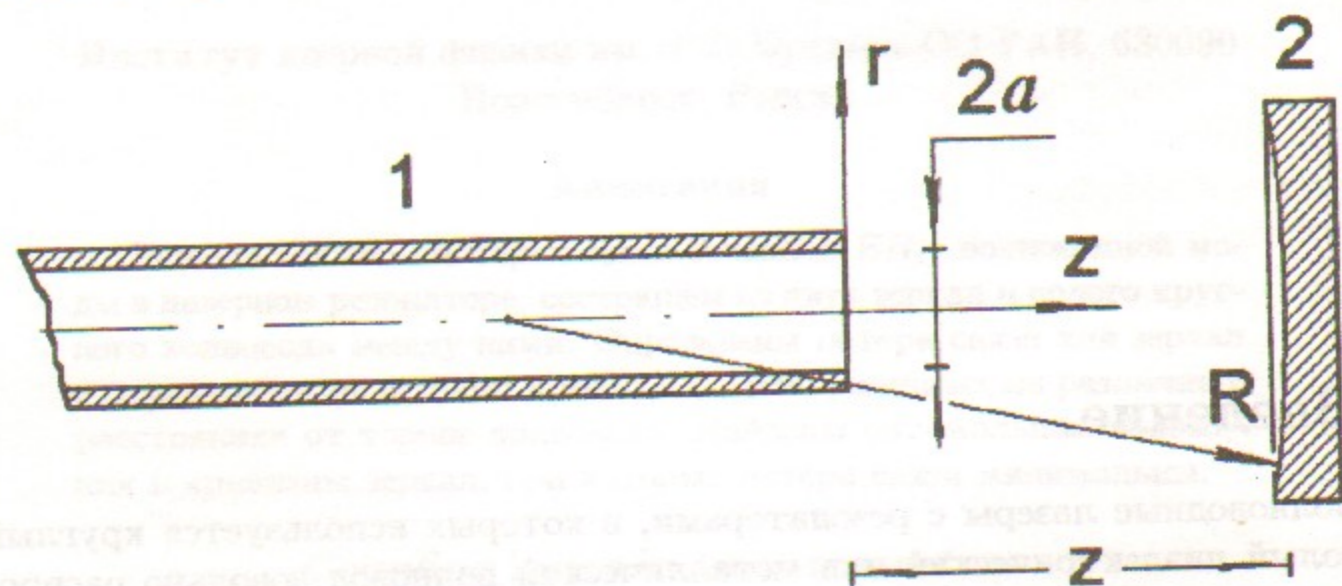


Рис. 1: Геометрия для расчёта потерь связи: 1 – волновод, 2 – зеркало.

Будем рассматривать волноводы с внутренним диаметром $2a \gg \lambda|\hat{n}|$, где λ – длина волны излучения в вакууме, \hat{n} – комплексный показатель преломления материала волновода (рис.1). Тогда излучение внутри волновода можно представить в виде совокупности специфических мод полого волновода, описанных в работе [8]. Будем рассматривать резонатор с достаточно длинным волноводом, таким, чтобы лазер работал в одномодовом режиме на наиболее мощной EH_{11} – моде за счёт выделения этой моды в результате различных физических процессов. Обоснование такой модели будет рассмотрено ниже. Таким образом, считается, что из торца волновода в направлении зеркала излучается пучок, который на торце волновода имеет плоский волновой фронт и распределение интенсивности EH_{11} -моды. В промежутке между зеркалом и волноводом этот слаборасходящийся пучок мы можем разложить по нормальным гауссовым модам свободного пространства, описанным в работе [9].

Целью настоящей работы является расчёт потерь связи при преобразовании рабочей волноводной EH_{11} -моды в нормальные гауссовы моды и затем последних, после отражения от зеркала, снова в волноводную EH_{11} -моду. Такая задача рассматривалась и частично решена в работе [10]. Метод модового разложения, предложенный в этой работе, лёг в основу настоящей статьи.

Однако в работе [10] допущена “техническая” ошибка, которая приводит к некоторому изменению оптимальных конфигураций резонатора и увеличению минимальных потерь. Как будет показано ниже, в некоторых случаях это увеличение весьма существенно (около 100%). Заметим, что в других случаях изменение результатов статьи [10] очень невелико. Однако и этот результат был неизвестен до тех пор, пока не было получено точное решение задачи, предлагаемое в данной работе. Первая часть статьи [10], которая соответствует разделу “Адаптивное зеркало” настоящей работы и которую можно считать первым грубым приближением рассматриваемой задачи минимизации потерь связи, является верной. Тем не менее, для общности изложения, она будет повторена. Эта часть дополнена только лишь важной для определения границ используемого одномодового рассмотрения раскладкой потерь связи на апертурную и неапертурную части с некоторым уточнением расчётов. Вторая, наиболее важная для практики часть статьи [10], соответствующая разделу “Произвольное сферическое зеркало” настоящей работы, претерпела существенные изменения.

Определим границы правомерности используемой одномодовой (по волноводным модам) расчётной модели, в которой считается, что поле на выходе из волновода всегда имеет структуру “чистой” EH_{11} -моды. Тривиальным случаем резонатора, для которого рассматриваемая модель применима при любых значениях потерь связи, является резонатор с таким волноводом, в котором высшие волноводные моды, образующиеся при падении излучения на его торец, сильно затухают уже на одном проходе волновода. Такой случай с длинным и/или узким волноводом, хотя и вполне возможен, но сравнительно редко встречается на практике.

Чтобы проанализировать другие случаи, рассмотрим “классический” волноводный лазер с плоскими зеркалами у торцов волновода и его основную рабочую EH_{11} -моду. Будем отодвигать зеркала такого лазера, которые обычно находятся на расстоянии $z \leq a$, на некоторые значительно большие расстояния от торцов волновода. Будем искать радиусы кривизны зеркал, при которых потери связи EH_{11} -моды будут минимальны и не будут превышать нескольких процентов. Если такие зеркала существуют, то, в силу малости этих потерь, можно считать структуру рабочей EH_{11} -моды неизменной и в этом случае. Малые возмущения этой моды, которые в волноводном пространстве можно представить в виде суммы высших волноводных мод, не затухающих теперь в достаточной степени за один проход в волноводном пространстве, будут отфильтровываться в этом случае за счёт потерь связи при их возвращении на торец волновода после отражения от зеркала. Как будет видно из результатов данной работы, потери связи,

минимизированные по определению задачи для EH_{11} -моды, будут очень велики для высших волноводных мод в широком диапазоне расстояний z , удовлетворяющем большинству практических потребностей. Для очень больших z эффективность такого механизма фильтрации невелика. Однако в этом случае фильтрацию высших модовых возмущений легко осуществить за счёт апертурных потерь на зеркалах при их оптимальном размере. При очень малых z оба вышеперечисленные механизма фильтрации неэффективны и абсолютная точность определения потерь связи несколько снижается из-за уменьшения точности самой модели. Однако в этом случае классического волноводного лазера с зеркалами вблизи торцов волновода потери связи очень малы и значительно меньше других потерь в резонаторе. Поэтому практически здесь достаточно знать потери связи с точностью до порядка величины.

Рассмотрим вопрос об "одномодовости" лазера в смысле его "одночастотности". При этом нас будут интересовать не возмущения основной EH_{11} -моды, рассмотренные выше, а другие возможные модовые конфигурации в исследуемой системе. Для рассматриваемого вопроса мы можем грубо считать, что эти моды являются модами полого круглого волновода. Результаты этой работы наиболее полезны при расчёте потерь в резонаторах лазеров, которые с "классическим" волноводным резонатором (плоские зеркала вблизи торцов волновода) могут работать в одномодовом режиме на линейно поляризованной EH_{11} -моде. Круг таких приборов достаточно широк. Во-первых, это различные субмиллиметровые лазеры [1] – [6], в которых одномодовый режим легко реализуется за счёт того, что частотное расстояние между рабочей модой и другими поперечными и продольными модами можно сделать большим, чем ширина частотного контура усиления активной среды. Во-вторых, это лазеры, у которых вышеупомянутое условие не выполнено, но "одномодовость" достигается за счёт сильного нелинейного эффекта конкуренции мод. В принципе, для этого необходимо только лишь, чтобы усиливающая среда имела однородное частотное уширение и потери других волноводных мод были несколько больше, чем у EH_{11} -моды. Основной конкурирующей с EH_{11} -модой является TE_{01} -мода с круговой поляризацией. Потери этой моды можно сделать значительно большими, чем потери EH_{11} -моды, используя анизотропные элементы резонатора (окна Брюстера на разрядной трубке [7], специальные поляризаторы на зеркалах [1] – [6], зеркала в виде одномерных сеток и т.д.). Что касается волноводных потерь высших волноводных мод с линейной поляризацией, то они в несколько раз больше, чем у EH_{11} -моды [8]. Таким путём одномодовый режим был получен, например, в CO_2 -лазерах высокого давления [10], в $He-Ne$ -

лазерах высокого давления и капиллярных $He-Ne$ -лазерах [7], а также в субмиллиметровых HCN - и DCN -лазерах [1, 2, 4, 5] в режимах, когда в частотный контур усиления среды попадает несколько мод.

Если теперь отодвинуть зеркала такого одномодового лазера на некоторые значительные расстояния от торцов и при этом выбрать такие зеркала, чтобы потери связи EH_{11} -моды были минимальны, то "одномодовость" лазера сохранится, т.к. потери связи для других волноводных мод будут заведомо много больше и разница в потерях этих мод и EH_{11} -моды возрастёт.

Экспериментальное подтверждение сказанного для малых z было получено, например, в работах [1] – [6]. Для больших z это же было продемонстрировано ещё в работе [7], где описывается первый в мире волноводный лазер. Этот лазер имел геометрию резонатора с сильно отодвинутыми сферическими зеркалами и работал в одномодовом режиме на EH_{11} -моде.

Следует отметить, что результаты данной работы при больших потерях связи EH_{11} -моды не применимы строго к расчёту потерь лазера, т.к. в этом случае, во-первых, сильно изменяется структура поля внутри волновода и это противоречит используемой модели. Во-вторых, в этом случае может смениться доминирующая рабочая мода или может возникнуть сложный многомодовый (многочастотный) режим. Тем не менее, в этом случае результаты работы можно использовать в оценках с точностью до порядка величины. Однако практический интерес всегда представляют резонаторы с минимальными потерями, для которых полученные результаты будут заведомо справедливы.

Рассмотрим особенности применения круглых волноводов в ЛСЭ. Первая особенность связана с поляризацией излучения. Применение круглого волновода целесообразно в ондуляторах с круглым проходным отверстием каким является, например, спиральный ондулятор. Волна, возбуждаемая в таком ондуляторе, имеет круговую поляризацию. Адекватная ей мода круглого волновода состоит из двух ортогональных линейно поляризованных мод, сдвинутых по фазе на $\pi/2$ (например, двух ортогональных EH_{11} -мод). Вследствии аксиальной симметрии потери связи моды с круговой поляризацией будут равны потерям связи отдельной линейно поляризованной моды (например, EH_{11} -моды).

Вторая особенность состоит в том, что в ЛСЭ, в отличие от газовых лазеров, характерные поперечные размеры активной среды (электронного пучка) и волновода могут существенно различаться. В том случае, когда электронный пучок занимает значительную часть сечения волновода, доминирующей модой будет низшая EH_{11} -мода. Когда же

пучок узкий и проходит вблизи оси волновода, тип доминирующей моды будет зависеть от соотношения усиления активной среды и потерь в резонаторе. Если усиление активной среды много больше внутренних потерь резонатора и полезные потери оптимальны, выходная мощность лазера практически не зависит от внутренних потерь и пропорциональна усилению активной среды [5]. В этом случае доминирующей может стать одна из высших мод типа EH_{1n} , которая наиболее эффективно взаимодействует с узким электронным пучком, т.к. интенсивность EH_{1n} -моды вблизи оси растет с увеличением индекса моды n . Потери связи высших EH_{1n} -мод могут быть рассчитаны по методике, аналогичной описываемой, с использованием адекватного модового разложения.

Когда усиление активной среды незначительно превышает потери в резонаторе (пороговый режим), доминирующей модой, даже в случае узкого пучка, будет низшая EH_{11} -мода, т.к. в этом случае "вес" усиления и потерь в процессе генерации одинаков [5], но рост волноводных потерь с увеличением индекса моды n происходит быстрее ($\sim n^2$), чем рост усиления, обусловленный увеличением эффективности взаимодействия электронного пучка с волной ($\sim n$).

В заключение этого раздела отметим, что решение задачи вычисления потерь связи EH_{11} -моды в несколько более сложном невырожденном резонаторе с прямоугольным волноводом описано в работах [11, 12].

1 Модовое разложение

Как следует из работы [8], напряженность электрического поля основной EH_{11} -моды на излучающем торце волновода пропорциональна

$$E = E(r) = \begin{cases} \frac{K_0}{a} \cdot J_0\left(u_{10} \frac{r}{a}\right) & \text{— внутри} \\ 0 & \text{— за контуром волновода} \end{cases}, \quad (1)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка, u_{10} — первый корень этой функции. Коэффициент $K_0 = 1,086762$ при нормировке поля

$$\int_0^a E^2(r) 2\pi r dr = 1; \quad (2)$$

Слаборасходящееся излучение из торца волновода на участке от торца до зеркала и обратно будем представлять в виде суммы аксиально симметричных нормальных гауссовых мод, которые являются собственными

функциями волнового уравнения в свободном пространстве и в цилиндрических координатах имеют вид [9]:

$$\Psi_p(r, z, t) = \Psi_p(r, z) \exp[i(\Omega t - kz)] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega(z)} L_p\left(\frac{2r^2}{\omega_0^2}\right) \times \\ \times \exp\left\{-\frac{r^2}{\omega^2(z)} + i\left[\phi_p(z) - k\frac{r^2}{2\rho(z)}\right]\right\} \exp[i(\Omega t - kz)], \quad (3)$$

где L_p — полиномы Лагерра индекса p , а зависящие от z величины имеют следующий вид:

$$\omega(z) = \omega_0[1 + (z/\beta_0)^2]^{1/2}, \quad (4)$$

$$\rho(z) = z[1 + (\beta_0/z)^2]^{1/2}, \quad (5)$$

$$\phi_p(z) = (2p + 1) \arctan(z/\beta_0), \quad (6)$$

$$\beta_0 = \pi\omega_0^2/\lambda. \quad (7)$$

Физический смысл величин в (4)–(7), как известно, следующий: $\omega(z)$ — характерный радиус пучка, ω_0 — этот же радиус в перетяжке пучка ($z = 0$), $\rho(z)$ — радиус волнового фронта пучка, β_0 — расстояние вдоль оси z от перетяжки пучка до точки, где $\rho(z)$ минимален, $\phi_p(z)$ — дополнительный фазовый сдвиг.

Далее всюду мы будем опускать несущественный для данной задачи фазовый множитель $\exp[i(\Omega t - kz)]$, где Ω — частота излучения, k — волновой вектор.

Поместим перетяжки всех мод свободного пространства ($z = 0, \rho = \infty$) на торец волновода, где излучение, выходящее из волновода, также имеет плоский волновой фронт. Собственные функции (3) на торце имеют вид:

$$\Psi_p(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega_0(z)} L_p\left(\frac{2r^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2}\right). \quad (8)$$

Нормирующий коэффициент в (3), (8) соответствует нормировке:

$$\int_0^\infty \Psi_p(r) \Psi_q(r) 2\pi r dr = \delta_{pq}, \quad (9)$$

где δ_{pq} — символ Кронекера.

Разложим поле (1) в ряд Фурье по полной системе ортогональных функций (8) [13]:

$$E(r) = \sum_p A_p \Psi_p(r), \quad (10)$$

$$A_p = \int_0^{\infty} E(r) \Psi_p(r) 2\pi r dr = \frac{K_0}{a} \int_0^a J_0\left(u_{10} \frac{r}{a}\right) \Psi_p(r) 2\pi r dr. \quad (11)$$

Собственные функции Ψ_p будут определены, если мы выберем некоторое значение характерного радиуса пучков ω_0 . Хотя, в принципе, этот выбор может быть произвольным в рамках $\omega_0 \gg \lambda$, существует определенное значение характерного радиуса, при котором задача вычисления потерь согласования, во-первых, максимально упрощается, во-вторых, в ней, помимо вычислительного аспекта, максимально проявляется физическая сторона. Это позволяет посредством минимальных вычислений ответить на ряд существенных вопросов.

Поскольку Бесселевское распределение (1) весьма близко к нулевой гауссовой моде, естественно выбрать такое ω_0 , чтобы коэффициент A_0 в (10) имел максимальное значение. Для определенности будем называть такое разложение оптимальным. Таким образом, ω_0 находим из уравнения:

$$\frac{\partial A_0}{\partial \omega_0} = \frac{K_0}{a} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a J_0\left(u_{10} \frac{r}{a}\right) \frac{\partial}{\partial \omega_0} \left[\frac{1}{\omega_0} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2}\right) \right] 2\pi r dr = 0. \quad (12)$$

Упрощая (12), получаем уравнение для определения $\gamma = \omega_0/a$:

$$\int_0^{1/\gamma^2} J_0(u_{10} \sqrt{t} \gamma) \exp(-t) (2t - 1) dt = 0. \quad (13)$$

Численное решение (12) дает $\gamma = 0,643562$. Из (11)—(13) следует, что $\partial A_0 / \partial \omega_0 = -A_1 / \omega_0$. Поэтому в оптимальном разложении коэффициент $A_1 = 0$. Это весьма благоприятно, т.к. при этом повышается удельный вес главной нулевой моды в разложении. Учитывая нормировки (2) и (9), получаем долю мощности исходного излучения из торца волновода B_j , содержащуюся в первых j гармониках разложения (10):

$$B_j = \sum_{p=0}^j A_p^2. \quad (14)$$

В Табл. приведены значения этого параметра и коэффициентов A_p . Из нее видно, что в основной нулевой гауссовой моде содержится около 98% излучаемой из волновода мощности, а в первых семи членах более

99,9%. Такое число членов разложения обеспечивает точность вычисления потерь $\sim 0,1 - 0,2\%$. Реальная точность вычислений в данной работе в несколько раз выше вблизи минимальных и максимальных значений функций потерь за счёт использования второго приближения, учитывающего априорную информацию о точках, где потери равны 0 и 100%.

Таблица

p, j	A_p	B_j
0	0,990329	0,98075
1	1,61 E -9	0,98075
2	-0,120493	0,99527
3	-0,043073	0,99712
4	0,019590	0,99751
5	0,034135	0,99867
6	0,020010	0,99907
7	0,000199	0,99907

Из таблицы также видна периодичность членов, содержащих наименьшую мощность ($p = 1, 4, 7$).

Доминирующая роль нулевой моды в оптимальном модовом разложении позволяет сразу определить близкие к оптимальным конфигурации зеркал для различных расстояний z , при которых потери связи близки к минимальным: поверхность зеркала должна совпадать с волновым фронтом этой моды (как впрочем и остальных мод). В дальнейшем будем называть такое сферическое зеркало адаптивным. Заметим, что при решении этой задачи методом вычисления интеграла Френеля-Кирхгофа, было бы необходимо перебирать очень много различных вариантов резонатора, что потребовало бы очень большого машинного времени. При этом физическая причина полученного оптимума была бы утеряна.

2 Вычисление потерь

Далее задачу удобно разбить на две части. В первой части будут вычислены потери связи для идеализированного адаптивного сферического зеркала. Во второй части будут рассмотрены потери связи для произвольного сферического зеркала, находящегося на различных расстояниях от торца волновода, — этот случай имеет гораздо большее практическое значение.

Заметим, что в данной работе предполагается, что зеркала всегда имеют достаточно большой размер, чтобы дифракционные потери, связанные с апертурным обрезанием пучков на зеркалах, были много меньше потерь связи. Считается также, что излучение выходящее за пределы апертюры волновода в плоскости $z = 0$ полностью теряется.

2.1 Адаптивное сферическое зеркало

Т.к. волновые фронты нормальных гауссовых мод совпадают с поверхностью адаптивного сферического зеркала, распределения поля этих мод на торце волновода после отражения от зеркала будут такие же, как исходные излучаемые распределения. Потери связи в этом случае обусловлены тем, что фазовые скорости различных мод являются различными функциями от z , в результате чего моды после отражения от зеркала возвращаются на торец волновода с различными фазами. При $z \rightarrow 0$ потери согласования стремятся к нулю, т.к. согласно (6) фазы всех мод на торце волновода, равные $2\phi_p(z)$, обращаются в нуль, что соответствует тривиальному случаю плоского зеркала на торце волновода. При $z \rightarrow \infty$ потери согласования также стремятся к нулю, т.к. в этом случае фазы всех мод различаются на величину кратную 2π .

При $z = \beta_0$ соседние моды с минимальной разницей в индексах $\Delta p = 1$ находятся в противофазе. Соответственно, если $\Delta p = 2$, моды будут находиться в фазе. В этой точке ($z/\beta_0 = 1$) потери согласования должны иметь некоторое локально минимальное значение, т.к. в модах с $p = 0$; 2 содержится большая часть мощности излучения (99,5%), а мода с $p = 1$ отсутствует. Таким образом, зависимость потерь связи от z должна иметь вид распределения с двумя максимумами.

При выбранной нормировке поля (2) количественно потери связи $c(z)$ выражаются через интеграл перекрытия посредством

$$c(z) = 1 - \left| \int_0^a E(r) E'(r, z) 2\pi r dr \right|^2, \quad (15)$$

где $E(r)$ – исходное распределение поля (1) на выходе волновода, $E'(r, z)$ – поле, возвращённое на торец волновода после отражения от зеркала. Значение $c(z) = 1$ соответствует 100% потерям.

Возвращённое поле имеет вид:

$$E'(r, z) = \sum_p A_p \Psi_p(r) \cdot \exp[i2\phi_p(z)]. \quad (16)$$

После подстановки (10) и (16) в (15) и элементарных преобразований получаем:

$$c(z) = 2 \sum_{p,q} A_p^2 A_q^2 \sin^2 \{ [\phi_p(z) - \phi_q(z)] / 2 \}, \quad (17)$$

где p, q – целые числа от 0 до 7.

Суммарные потери связи (17) можно разбить на две части: $c(z) = c_a(z) + c_f(z)$. Здесь величиной $c_a(z)$ обозначены апертюрные потери, т.е. доля излучения, которая не попадает назад в апертюру волновода, а величиной $c_f(z)$ – остальная неапертюрная часть потерь. Целесообразность разбиения потерь на две части обусловлена двумя факторами. Во-первых, как будет показано ниже, это проясняет физическую природу некоторых минимумов потерь. Во-вторых, эти части имеют различный “вес” при рассмотрении вопроса о границах применимости используемой “ EH_{11} -модовой” модели задачи. Предположение о том, что возмущение “классической” структуры EH_{11} -моды мало, означает, что мала c_f доля потерь связи, т.к. именно эта часть мощности излучения трансформируется в высшие волноводные моды при каждом падении излучения на торец. Что касается “истинной одномодовости” лазера в смысле одночастотности, то здесь, как было показано выше, важно, чтобы были малы суммарные потери связи $c = c_a + c_f$ для основной волноводной моды. Таким образом, величина доли потерь c_f более важна для рассматриваемой модели.

Апертюрные потери очевидно равны:

$$\begin{aligned} c_a(z) &= 1 - \int_0^a |E'(r)|^2 2\pi r dr = \\ &= 1 - \sum_{p,q} A_p A_q \exp[i(\phi_p - \phi_q)] \int_0^a \Psi_p(r) \Psi_q(r) 2\pi r dr = \\ &= 1 - \sum_{p,q} A_p A_q \cos(\phi_p - \phi_q) \int_0^a \Psi_p(r) \Psi_q(r) 2\pi r dr. \end{aligned} \quad (18)$$

Долю потерь $c_f(z)$ легко определить, вычтя (18) из (17): $c_f(z) = c(z) - c_a(z)$.

На рис.2 показаны потери связи адаптивного зеркала, составляющие этих потерь c_a и c_f , а также отношение c_a/c как функции удобного безразмерного параметра z/β_0 . Максимумы суммарных потерь равны 6,46%. Потери минимальны в трёх областях: $z/\beta_0 < 0, 1$, $z/\beta_0 > 10$ и $z/\beta_0 \simeq 1$.

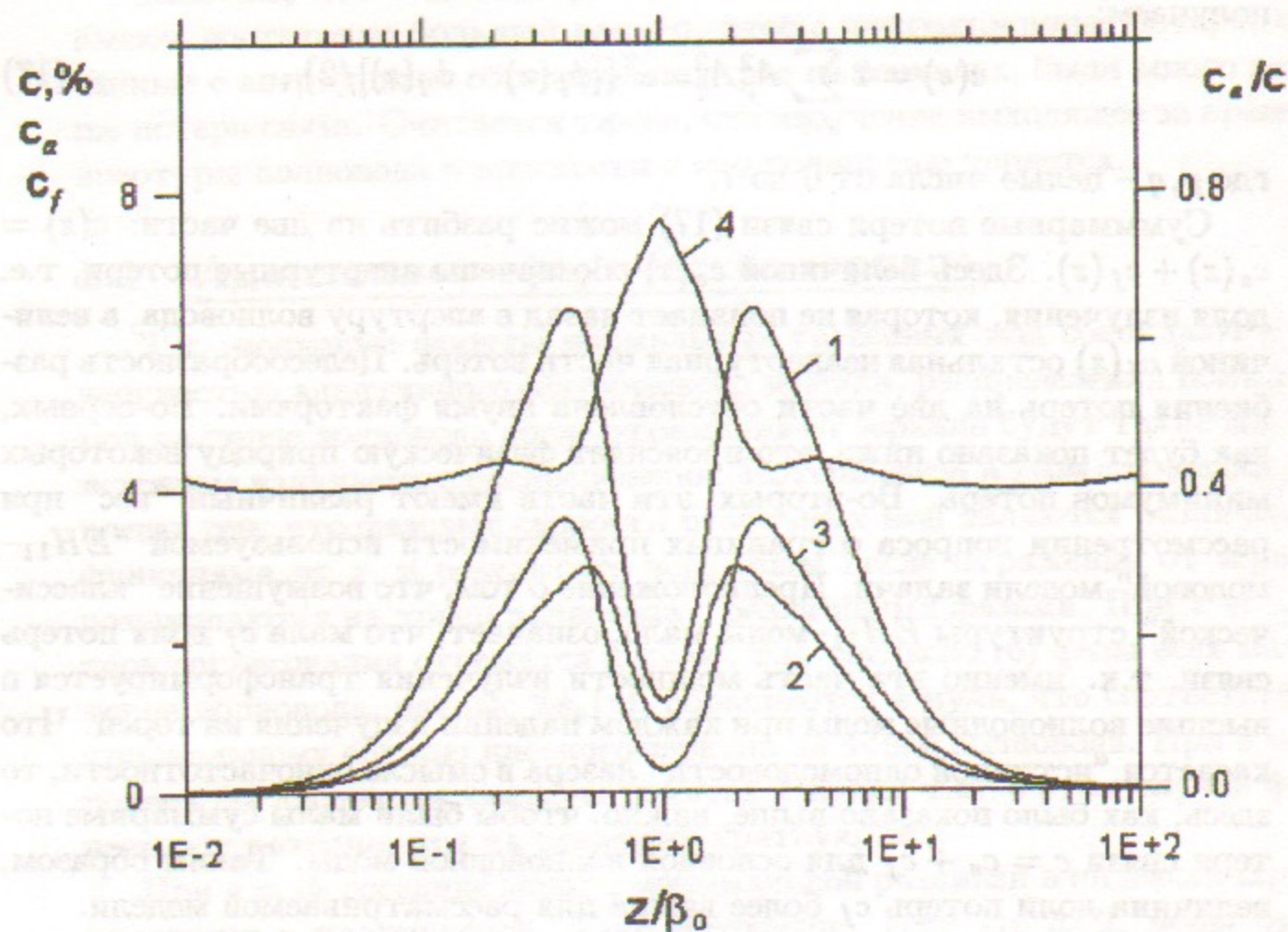


Рис. 2: Зависимости суммарных потерь связи c (1), апертурной доли потерь связи c_a (2), неапертурной доли потерь связи c_f (3) и отношения c_a/c (4) от нормированного расстояния между зеркалом и волноводом для адаптивного зеркала.

Последняя область представляет, по-видимому, наибольший интерес для практики, т.к. здесь зеркало находится на удобном, не очень малом и не очень большом расстоянии от торца волновода. Величина потерь при $z/\beta_0 = 1$ равна 1,20%, что несколько меньше величины таких же потерь в работе [10] (1,48%). Т.к. величины c_f и c достаточно малы, "EH₁₁-модовая" модель расчёта справедлива для адаптивного резонатора при всех z/β_0 . Тем более это справедливо для области вблизи $z/\beta_0 = 1$, где доля $c_f = 0,28\%$ предельно мала.

Потери связи круглого волновода подобны, как и следовало ожидать, аналогичным потерям квадратного волновода [11, 12].

2.2 Произвольное сферическое зеркало

В общем случае сферического зеркала с произвольным радиусом кривизны R , находящегося на произвольном расстоянии от торца волновода, каждая нормальная гауссова мода после отражения от зеркала будет возвращаться на торец волновода, имея другое амплитудное распределение поля по сечению волновода и изменённый волновой фронт по сравнению с модами излучаемого поля. Суммарные потери связи, по-прежнему, выражаются равенством (15), а их апертурная составляющая равенством (18), но с другим полем E' . Как известно, квадрат модуля интеграла перекрытия в (15) максимален и равен 1 при $E' = E$. Т.к. основная нулевая гауссова мода, содержащая большую часть мощности излучения, отображается адаптивным зеркалом сама в себя, это зеркало является хорошим (хотя и, как будет показано ниже, не всегда самым лучшим) приближением к идеалу. В этом случае E' и E близки, а потери связи относительно невелики ($\leq 6,5\%$).

При $E' \neq E$, согласно неравенству Коши-Шварца, квадрат модуля интеграла перекрытия всегда меньше 1, причём его значение тем меньше, чем больше отличие вышеуказанных полей. Поэтому ясно, что в случае сферического зеркала, значительно отличающегося от адаптивного, потери связи будут очень большими из-за того, что нулевая мода отображается таким зеркалом на торец волновода в сильно изменённом виде.

Легко также понять, что адаптивное зеркало будет давать абсолютный минимум потерь не для всех z . Два физических фактора в основном определяют абсолютный минимум потерь связи для заданного значения z . Первый и основной фактор – это согласование волнового фронта основной нулевой гауссовой моды и поверхности зеркала. Адаптивное зеркало обращает нулевую моду, поэтому оно оптимально для этой моды.

Второй, как будет видно ниже, более слабый фактор формирования минимума – это зануление апертурной доли потерь связи для сферического зеркала с $R = z$. В "точечной" терминологии принципа Гюйгенса-Френеля такое зеркало строит перевёрнутое изображение излучающих точек торца волновода на тот же торец [14]. В силу симметрии волновода относительно начала системы координат все изображения излучающих точек снова попадают в волновод и поэтому апертурные потери обращаются в нуль при $R = z$. При этом, однако, несмотря на то, что вся выходящая из торца волновода мощность излучения снова попадает назад в волновод, суммарные потери связи отнюдь не равны нулю, т.к. появляется разность фаз между изображениями излучающих точек

с различными поперечными координатами, которая равняется нулю для самих излучающих точек при плоском волновом фронте выходящего из торца волновода излучения.

Радиус кривизны адаптивного зеркала R_a , согласно (5), отвечает соотношению $R_a/\beta_0 = z/\beta_0 + \beta_0/z$. Радиус кривизны зеркала, обращающего в нуль апертурные потери, равен $R_0 = z$. Отсюда видно, что $R_a \simeq R_0$ при $z/\beta_0 \gg 1$. Таким образом, для зеркал, адаптивных при $z/\beta_0 \gg 1$, должен наблюдаться эффект наложения этих двух факторов, при котором второй фактор, малосущественный при других z , начинает определять минимум потерь вместе с основным первым фактором. Эта ситуация должна проявиться в небольшом изменении оптимального радиуса кривизны зеркала по сравнению с адаптивным зеркалом, а также в уменьшении самого значения минимальных потерь.

Возвращённое на торец волновода поле E' имеет вид:

$$E'(r, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega'} \sum_p A_p \cdot L_p \left[\frac{2r^2}{(\omega')^2} \right] \cdot \exp \left[- \left(\frac{r}{\omega'} \right)^2 + i \left(\phi'_p - k \frac{r^2}{2\rho'} \right) \right], \quad (19)$$

где $\omega'(z)$ – характерный размер, $\phi'_p(z)$ – фазовый набег вдоль оси z , $\rho'(z)$ – радиус кривизны возвращённых на торец гауссовых мод. Для вычисления ω' , ϕ'_p и ρ' потребуется уравнение, связывающее радиусы кривизны волновых фронтов гауссовых мод до (ρ_1), и после (ρ_2) зеркала

$$\rho_2^{-1} = \rho_1^{-1} - f^{-1}, \quad (20)$$

где $f = R/2$. Используя уравнения (4)–(7), (20), можно вычислить фазы $\phi'_p(z)$:

$$\phi'_p(z) = (2p+1) \left\{ \arctan \left(\frac{z}{\beta_0} \right) + \arctan \left[z \left(\frac{\beta'}{(\rho')^2} + \frac{1}{\beta'} \right) - \frac{\beta'}{\rho'} \right] + \arctan \left(\frac{\beta'}{\rho'} \right) \right\}, \quad (21)$$

где $\beta' = \pi(\omega')^2/\lambda$. В (21) первый член в фигурных скобках – это фазовый набег на прямом проходе от излучающего торца волновода до зеркала, равный (6), а остальные – фазовый набег на обратном пути от зеркала до торца волновода. Параметры возвращенного пучка β' , ρ' выражаются

через параметр излучаемого пучка β_0 и f , z посредством:

$$\rho' = \frac{\left[z + f \frac{z(f-z) - \beta_0^2}{(f-z)^2 + \beta_0^2} \right]^2 + \left[\frac{\beta_0 f^2}{(f-z)^2 + \beta_0^2} \right]^2}{z + f \frac{z(f-z) - \beta_0^2}{(f-z)^2 + \beta_0^2}}, \quad (22)$$

$$\beta' = \frac{\left[z + f \frac{z(f-z) - \beta_0^2}{(f-z)^2 + \beta_0^2} \right]^2 + \left[\frac{\beta_0 f^2}{(f-z)^2 + \beta_0^2} \right]^2}{f^2 \beta_0 / ((f-z)^2 + \beta_0^2)}. \quad (23)$$

В статье [10], которая легла в основу настоящей работы, выражение для фаз гауссовых мод имеет вид $\phi'_p = (2p+1)[\arctan(z/\beta_0) + \arctan(z/\beta')]$, что неверно. Именно эта неточность приводит к тому, что результаты вычислений в настоящей работе и в статье [10] на данном этапе начинают заметно различаться. В частности, не верно заключение автора [10] о том, что для любого z минимальные потери всегда даёт адаптивное зеркало. Так на рис.3 показаны потери связи волновода и различных сферических зеркал. При $z/\beta_0 > 3$ мы видим, что минимум потерь наблюдается для зеркал, имеющих меньший радиус кривизны, чем у адаптивного зеркала, а само значение потерь оказывается меньше, чем потери для адаптивного зеркала. Физическая причина этого явления, как уже отмечалось выше, состоит в наложении относительно слабого эффекта обращения в нуль апертурных потерь, которые для различных R/β_0 изображены на рис.4, на основной эффект адаптивного зеркала. Отношение адаптивных потерь к минимальным для некоторых значений R/β_0 существенно превышает 1 (например, равно 2 при $R/\beta_0 = 8,125$), а различие этих потерь по абсолютной величине может достигать значения около 2% ($R/\beta_0 = 5,2$). Заметим однако, что адаптивное зеркало является оптимальным при $z/\beta_0 < 3$. В ряде случаев адаптивное зеркало можно считать неплохим первым приближением к оптимальному зеркалу. Практическая ценность этого приближения состоит в том, что определить адаптивное зеркало можно сразу, без каких-либо численных расчётов, по формуле (5) (величина потерь при этом, однако, останется неизвестной).

В первом грубом приближении вид кривых на рис.3 определяется нулевой гауссовой модой. Так при $R/\beta_0 > 2$ кривые потерь касаются адаптивной кривой (в точном решении могут её пересекать) в двух точках z/β_0 , что соответствует наличию при этих значениях R/β_0 двух корней

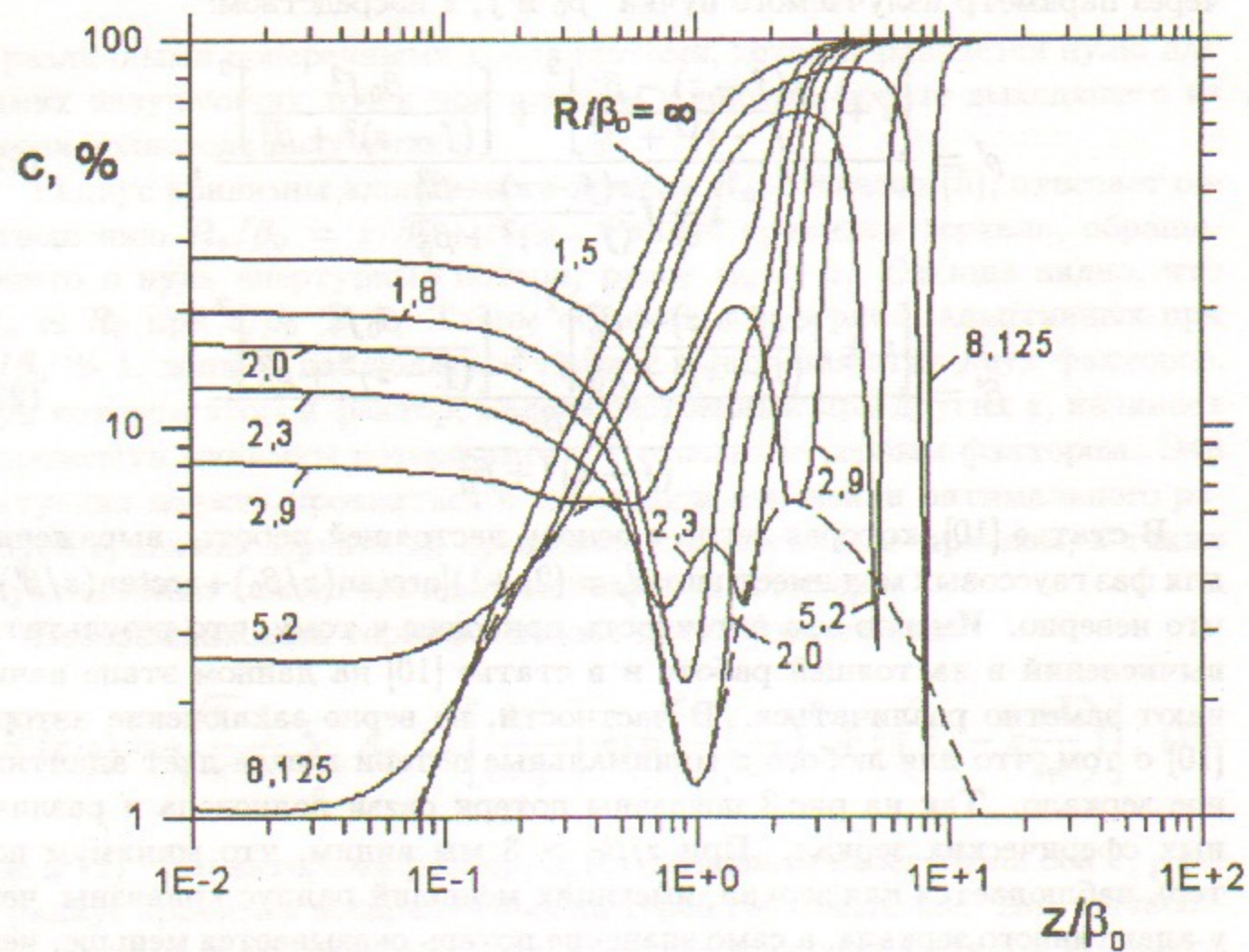


Рис. 3: Зависимости потерь связи волновода и сферических зеркал, имеющих различный нормированный радиус кривизны (сплошные линии); волновода и адаптивного зеркала (штриховая линия) от нормированного расстояния между зеркалом и волноводом.

уравнения $\rho(z) = R$, где $\rho(z)$ находится из (5). Когда $R/\beta_0 = 2$ имеется один корень и одно касание при $z/\beta_0 = 1$. Если $R/\beta_0 < 2$, корней нет и кривые потерь всюду выше адаптивной кривой.

Постоянное значение потерь связи для $z/\beta_0 < 0,07$ на рис.3 обусловлено тем, что они в этой области определяются кривизной зеркала, которая является постоянной величиной.

Кривая потерь для $R/\beta_0 = \infty$ на рис.3 необходима для расчёта резонатора практически любого простого волноводного лазера, плоские зеркала которого из-за необходимости юстировки всегда находятся на конечном расстоянии от торца волновода. В данном случае мы видим, что потери связи $\leq 1\%$ при $z \leq 0,08\beta_0$.

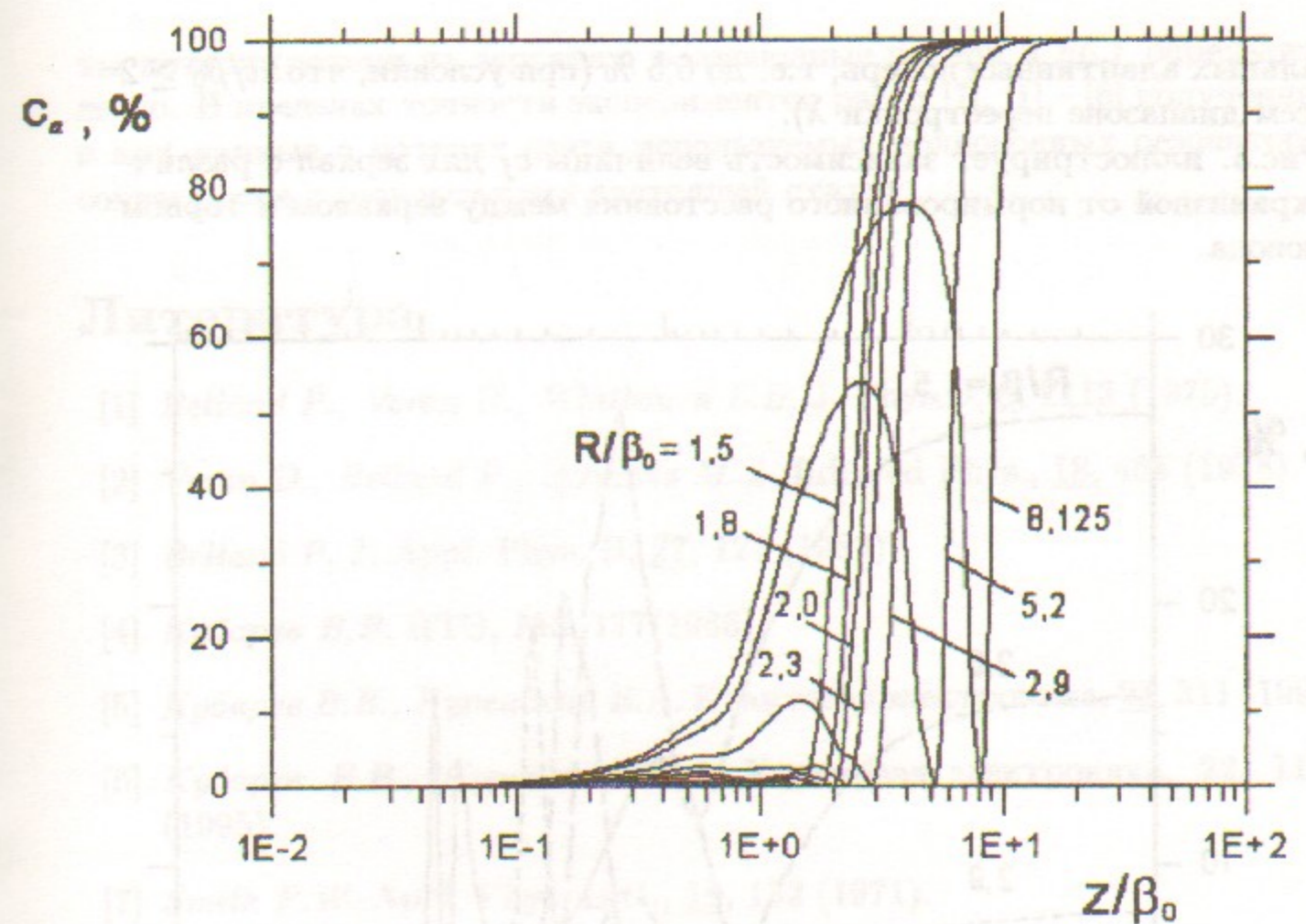


Рис. 4: Зависимости апертурных долей потерь связи волновода и сферических зеркал, имеющих различный нормированный радиус кривизны, от нормированного расстояния между зеркалом и волноводом.

В целом потери связи лазерного резонатора с круглым волноводом практически идентичны, как и следовало ожидать, потерям связи резонатора с квадратным волноводом [11, 12].

Следует отметить одну особенность резонатора с круглым волноводом, аналогичную особенности резонатора с вырожденным квадратным волноводом, существенную для лазеров с перестраиваемой длиной волны, например, для лазеров на свободных электронах. Допустим на некотором расстоянии z от торца волновода установлено зеркало, которое дает минимальные потери для этого z на некоторой длине волны. Если теперь длина волны будет изменяться, то потери, в соответствии с рис.3, будут расти. Однако, перемещая зеркало, мы можем найти такое z , для которого это зеркало будет снова оптимальным уже для измененного значения $R/\beta_0 \sim \lambda$. При этом потери могут возрасти максимум до величины мак-

симальных адаптивных потерь, т.е. до 6,5 % (при условии, что $R/\beta_0 \geq 2$ во всем диапазоне перестройки λ).

Рис.5. иллюстрирует зависимость величины c_f для зеркал с различной кривизной от нормированного расстояния между зеркалом и торцом волновода.

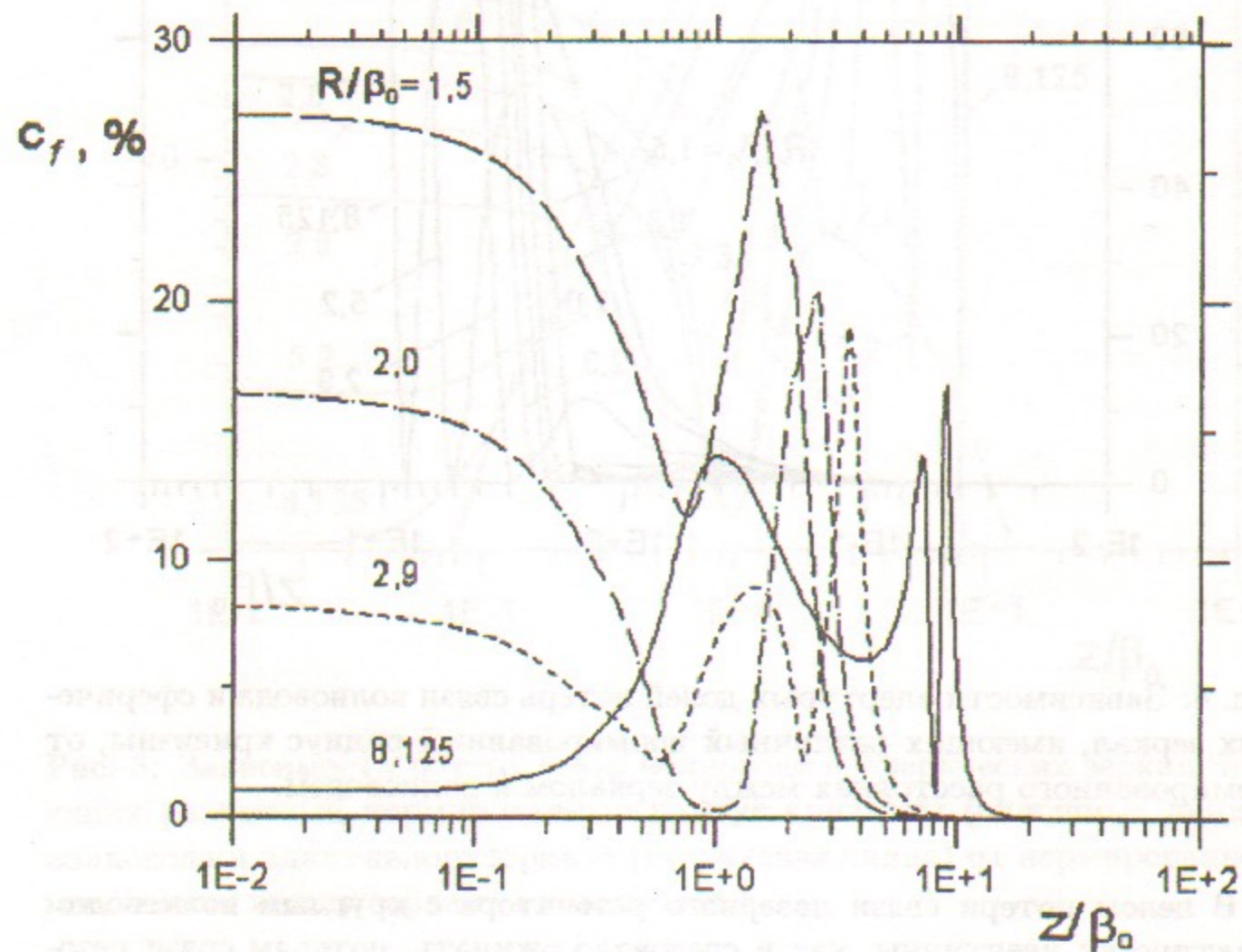


Рис. 5: Зависимости неапертурных долей потерь связи волновода и сферических зеркал, имеющих различный нормированный радиус кривизны, от нормированного расстояния между зеркалом и волноводом.

Заключение

В работе рассчитаны потери связи лазерного резонатора с полым круглым волноводом для основной EH_{11} -моды. Найдены оптимальные геометрии резонаторов для различных лазеров. Знание потерь связи позволяет вычислить полные потери резонатора лазера, т.к. остальные компонен-

ты потерь (потери на зеркалах, волноводные потери и др.) определить легко. В пределах точности экспериментов работ [7], [1] – [6] полученные в них данные о потерях связи используемых волноводных резонаторов согласуются с результатами настоящей статьи.

Литература

- [1] Belland P., Veron D., Whitbourn L.B. J. Phys.D, **8**, 2113 (1975).
- [2] Veron D., Belland P., Beccaria M. J. Infrared Phys., **18**, 465 (1978).
- [3] Belland P. J. Appl. Phys. B, **27**, 123 (1982).
- [4] Кубарев В.В. ПТЭ, №3, 177(1986).
- [5] Кубарев В.В., Куренский Е.А. Квантовая электроника, **23**, 311 (1996)
- [6] Кубарев В.В., Куренский Е.А. Квантовая электроника, **22**, 1179 (1995).
- [7] Smith P.W. Appl. Phys. Lett., **19**, 132 (1971).
- [8] Marcatili E.A.J., Schmeltzer R.A. Bell. Syst. Techn. J., **43**, 1783 (1964).
- [9] Kogelnik H., Li T. Appl. Optics, **5**, 1550 (1966).
- [10] Abrams R.L. IEEE J. Quantum Electron., QE-8, 838 (1972).
- [11] Кубарев В.В. Препринт ИЯФ 97-67, Новосибирск 1997.
- [12] Кубарев В.В. Квантовая электроника, **25**, №5 (1998).
- [13] Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Специальные функции математической физики (М., Наука, 1984).
- [14] Борн М., Вольф Э. Основы оптики (М., Наука, 1973).

V.V. Kubarev

**Потери связи в лазерных резонаторах
с полым круглым волноводом**

V.V. Kubarev

**Coupling losses in laser resonators
with hollow circular waveguide**

ИЯФ 97-34

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 5.05.1998 г.

Сдано в набор 11.05.1998 г.

Подписано в печать 11.05.1998 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.1 печ.л., 0.9 уч.-изд.л.

Тираж 120 экз. Бесплатно. Заказ № 34

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротапринте "ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН",
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.