



Сибирское отделение Российской Академии наук  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера

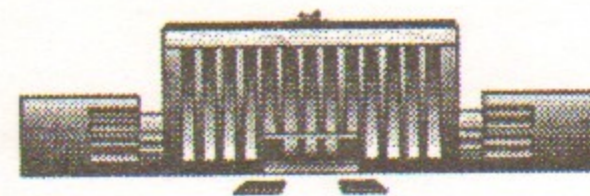
*A.86*  
*1998*

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

**ВОЛНЫ БГК  
И МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ  
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ХОЛОДНОГО  
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ПЛАЗМОЙ. II.**

ИЯФ 98-37

<http://www.inp.nsk.su/publications>



НОВОСИБИРСК

1998



## Волны БГК и модуляционная неустойчивость при взаимодействии холодного электронного пучка с плазмой. II.

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН  
630090 Новосибирск, Россия

### Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с параметрами  $V_0/V_T = 15,9$ ;  $n_b/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$  и  $2 \cdot 10^{-2}$  в одномерной бесстолкновительной плазме с подвижными ионами в "короткой" системе  $L = \lambda = 100r_d$ .

Показано, что развитие пучковой неустойчивости сопровождается спутанной и модуляционной неустойчивостью. Развитие модуляционной неустойчивости приводит к затуханию электрического поля в результате поглощения его энергии электронами плазмы. После сброса части энергии поля затухание становится малым. Параллельно формируется волна БГК-типа.

### Interaction of cold electron beam with plasma. BGK waves and modulational instability. II.

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

Budker Institute of Nuclear Physics  
630090 Novosibirsk, Russia

### Abstract

The instability of a cold electron beam ( $V_0/V_T = 15,9$ ;  $n_b/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$  and  $2 \cdot 10^{-2}$ ) in onedimensional collisionless plasma with mobile ions in a "short" system ( $L = \lambda = 100r_d$ ) was studied in numerical experiments (PIC-method).

It was shown, that the evolution of the beam-plasma instability is followed by the sideband instability and the modulational instability. The evolution of the modulational instability leads to the damping of the electric field due to the absorption of the field energy by the plasma electrons. When a part of the energy is absorbed, the damping becomes small. In parallel a BGK-type wave is formed.

© Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов большой скорости  $V_0 \gg V_T$  в одномерной бесстолкновительной плазме с подвижными ионами в "короткой" системе  $L = \lambda$ . Работа является продолжением работы [1], в которой исследовалась неустойчивость пучка малой плотности —  $n_b/n_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ . В настоящей работе исследуются пучки с плотностью  $n_b/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$  и  $2 \cdot 10^{-2}$ .

В работе [1] было показано, что нелинейная стадия пучковой неустойчивости определяется захватом электронов пучка возбуждающейся волной. Дальнейшее развитие приводит к формированию стационарной волны типа волны БГК. Волна имеет довольно сложную структуру. Она содержит ядро захваченных частиц, окруженное стохастическим слоем. Ядро также неоднородно — на фоне практически равномерного распределения частиц существуют долгоживущие медленно расплывающиеся сгустки частиц. Параметры установившейся волны в "короткой" системе не удовлетворяют условию спутанной неустойчивости [2,3]  $\alpha = (V_s^I + V_s^N)/(V_\phi^I - V_\phi^N) > 0,8$  ( $V_s = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ ) [3], так что эта неустойчивость не возбуждается. Не возбуждается и модуляционная неустойчивость.

В настоящей работе показано, что с ростом плотности пучка возрастает амплитуда волны на нелинейной стадии пучковой неустойчивости. В результате становится возможным возбуждение гармоник-спутанников. Это приводит к модуляции волны и модуляционной неустойчивости. Развитие модуляционной неустойчивости приводит к затуханию волны в результате стохастической неустойчивости движения электронов плазмы [4]. Однако, полного затухания волны не происходит — после сброса части энергии затухание прекращается (или замедляется) и формируется волна БГК того же типа, что и в работе [1].



Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной  $L/r_d = 100$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям с  $T_e/T_i = 30$ ,  $M/m = 10^2$ , обрзанное на скорости  $V \sim \pm 2,8V_T$  из-за ограниченности числа счетных частиц ( $N^e \sim 10^5$  на длине  $100r_d$ ).

Задается холодный (монокроматический) пучок со скоростью  $V_o/V_T = 15,9$ . Для эффективного увеличения числа частиц пучка применяется метод "взвешивания", эквивалентный тому, что один электрон дробится на  $\beta$  частиц ( $b$ -электронов) с массой  $m/\beta$  и зарядом  $e/\beta$ , но с тем же отношением  $e/m$ , как у электрона.

Рассматривается два случая.

В случае 1-2  $n_b/n_o = 1 \cdot 10^{-2}$ ; число электронов пучка на длине  $L/r_d = 100$   $N^b = 1 \cdot 10^3$ ; число "взвешенных"  $b$ -электронов  $N^{b'} = 1 \cdot 10^4$ ; энергия электронов пучка  $W_b^o/W_e^o = 2,594$  ( $W_e^o$  — тепловая энергия электронов плазмы).

В случае 1-3  $n_b/n_o = 2 \cdot 10^{-2}$ ;  $N^b = 2 \cdot 10^3$ ;  $N^{b'} = 1 \cdot 10^4$ ;  $W_b^o/W_e^o = 5,187$ .

В обоих случаях в начальный момент времени задается затравочная ленгмюровская волна малой амплитуды  $E_o/(m r_d / e T_{oe}^2) = 1$  с длиной волны  $\lambda/r_d = 100$ , номером гармоники  $N = L/\lambda = 1$  и фазовой скоростью  $V_\phi/V_T = 16,1$ .

В начальный момент задается 100 пробных частиц ( $e = m = 0$ ,  $e/m$  то же, что у электрона) со скоростью, равной скорости электронов пучка  $V_o/V_T = 15,9$ , равномерно распределенных по длине системы. Прослеживается 18 траекторий пробных частиц на фазовой плоскости.

Подробности постановки и описания численного эксперимента приведены в работе [1].

Отметим, что в тексте и на рисунках поле  $E$  и амплитуда гармоник  $E^N$  нормируется на  $m r_d / e T_{oe}^2$ .

Рассмотрим случай 1-2:  $L/r_d = 100$ ;  $V_o/V_T = 15,9$ ;  $n_b/n_o = 1 \cdot 10^{-2}$ ;  $W_b^o/W_e^o = 2,6$ .

На рис. 1 ÷ 4 показана зависимость от времени потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$  (рис. 1), энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  (рис. 2), амплитуды гармоник поля  $E^N$  (рис. 3) и амплитуды гармоник возмущения плотно-

сти  $\tilde{n}^N$  (рис. 4). На рис. 5,6 показаны фазовые плоскости электронов, на рис. 7,8 — функции распределения по скорости электронов плазмы и пучка ( $b$ -электронов), на рис. 9,10 — распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ , на рис. 11 — распределение  $E(x)$ , на рис. 12 ÷ 15 — траектории электронов (пробных частиц) на фазовой плоскости для случая 1-2.

Из рис. 1 ÷ 3 видно, что начальная стадия неустойчивости имеет тот же характер, что и в случае 1-1 [1]. Из рис. 3 видно, что с самого начала выделяется гармоника  $N = 1$  с длиной волны  $\lambda/r_d = 100 = L/r_d$ . Нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом электронов пучка, что видно по фазовым плоскостям (рис. 5) и кривым  $W(t)$ ,  $E^N(t)$  (рис. 1 ÷ 3). Первый максимум кривой  $E^I(t)$  достигается в  $t/T_{oe} \sim 6,6$ , при этом  $E_{max}^I \sim 34,5$ ;  $W_{E max} \sim 0,49W_e^o \sim 0,19W_b^o$ ;  $\Delta W_{b max} \sim 0,89W_e^o \sim 0,34W_b^o$ . Максимальной амплитуде  $E_{max}^I$  соответствует область захвата с  $V_{z max} = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}} \sim 7,46V_T$ .

Из рис. 1 ÷ 3 видно, что  $W(t)$  и  $E^I(t)$  меняются с периодом  $T \sim 5T_{oe}$ , соответствующим периоду оборота захваченных частиц. Максимумы и минимумы этих кривых соответствуют определенным фазам захваченных частиц. Это видно из рис. 5, где показаны фазовые плоскости в моменты времени, соответствующие первому максимуму и минимуму, второму и третьему минимуму кривой  $E^I(t)$  —  $t/T_{oe} \sim 6,6-8,5-13,5-18,9$ .

Однако, развитие неустойчивости в случае 1-2 отличается от случая 1-1. Из рис. 3 видно, что уже в  $t/T_{oe} > 1-2$  начинает расти гармоника  $N = 2$ . В работе [1] было отмечено, что для пучка конечной плотности согласно линейной теории [5] существует граница неустойчивости

$$k < k_{гр} = \frac{\omega_{oe}}{V_o} \left[ 1 + \left( \frac{n_b}{n_o} \right)^{1/3} \right]^{3/2},$$

что эквивалентно условию

$$V_\phi^N > V_{\phi гр} = V_o / \left[ 1 + \left( \frac{n_b}{n_o} \right)^{1/3} \right]^{3/2}.$$

В рассматриваемом случае 1-2 это условие разрешает возбуждение только основной гармоники  $N = 1$ . Остальные гармоники имеют фазовые скорости меньше граничной, так что гармоника  $N = 2$  не может возбуждаться линейным механизмом.

В работе [2] показано, что на нелинейной стадии пучковой неустойчивости возможно развитие сателлитной неустойчивости. Скорость ро-



ста гармоник-сателлитов зависит от разницы фазовых скоростей ("расстройки") основной волны и гармоники —  $\Delta V_{\phi}^N$  и уменьшается с ростом  $\Delta V_{\phi}^N$ . Характерной особенностью этой неустойчивости является переход некоторой части захваченных основной волной электронов пучка в захват гармоникой-сателлитом и развитие стохастической неустойчивости движения электронов. Это наблюдалось в работе [2] при численном исследовании пучковой и сателлитной неустойчивости, а также в работе [3] при исследовании сателлитной неустойчивости волны БГК.

По фазовым плоскостям электронов в случае 1-2 видно, что рост гармоники  $N = 2$  определяется сателлитной неустойчивостью. Действительно, из рис. 5 видно, что в  $t/T_{oe} > 10$  гармоника  $N = 2$  начинает захватывать электроны пучка. При захвате гармоникой  $N = 2$  электроны замедляются, а амплитуда  $N = 2$  растет. С увеличением амплитуды растет число захватываемых электронов, что приводит к дальнейшему росту амплитуды гармоники  $N = 2$  (рис. 3). После того как электроны совершат оборот в области захвата гармоники  $N = 2$  их движение приобретает характер сильной стохастической неустойчивости — электроны то захватываются гармоникой  $N = 2$ , то становятся пролетными, то снова захватываются волной  $N = 1$ . Это видно, например, по траекториям электронов на фазовой плоскости рис. 14,15 (подробнее см. ниже). Параллельно идет "размешивание" на фазовой плоскости в области захвата гармоник  $N = 1$  и 2 (рис. 5,6), что подтверждается и видом функций распределения  $f_b(V)$  (рис. 7,8).

Возбуждение гармоники  $N = 2$  приводит к модуляции поля, что видно по распределению поля  $E(x)$  (рис. 9) и по изменению  $E(x)$  в течение периода  $T_{oe}$  (рис. 11а). Модуляция поля стимулирует развитие модуляционной неустойчивости. Действительно, из рис. 9 видно, что в  $t/T_{oe} > 100$  растут впадины плотности и соответственно гармоники  $\tilde{n}^N$  (рис. 4). Поле концентрируется во впадинах плотности (рис. 9), чему соответствует рост новых гармоник  $N = 3 - 4...$  (рис. 3).

При возбуждении новых гармоник их области захвата включаются в область сильной стохастической неустойчивости, в результате чего некоторая часть  $b$ -электронов дрейфует в область меньших скоростей, передавая энергию электрическому полю. В  $t/T_{oe} \geq 120$  в сильную стохастическую неустойчивость включаются электроны плазмы ( $p$ -электроны). Они наоборот дрейфуют в область больших скоростей (рис. 6,7,8), отнимая энергию у поля. В результате в  $t/T_{oe} \geq 120$  поле затухает, а энергия электронов плазмы растет (рис. 2). Анализ  $E^N(t)$  (рис. 3) показывает, что в  $t/T_{oe} \sim 120 - 200$  амплитуда гармоники  $N = 2$  па-

дает, но амплитуда гармоник  $N = 3, 4$  еще продолжает расти. В результате в  $t/T_{oe} \sim 120 - 160$  максимальное значение  $E(x)$  сохраняется ( $E_m \sim 54$ ;  $E_m^2/8\pi nT \sim 0,9$ ), хотя форма  $E(x)$  меняется (рис. 9). Глубина впадин плотности продолжает расти до  $t/T_{oe} \sim 160$ .

Рост возмущения плотности приводит к конверсии гармоник. При конверсии гармоник с волновыми векторами  $k_e^{N_e}$  на возмущениях плотности с  $k_i^{N_i}$  возбуждаются новые гармоники с волновыми векторами  $k^N = k_e^{N_e} \pm \alpha k_i^{N_i}$  и номерами гармоник  $N = N_e \pm \alpha N_i$ ,  $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ , т.е. возбуждаются более коротковолновые гармоники и обратные волны [6,7]. По фазовым плоскостям электронов (рис. 6) и функциям распределения (рис. 7,8) видно, что в  $t/T_{oe} \sim 140 - 200$  происходит захват  $p$ -электронов в области  $V < 0$ . Это свидетельствует о возбуждении обратных волн. Подтверждает это и анализ  $E^N(t)$ . Действительно, в  $t/T_{oe} > 100 - 120$   $E^I(t)$  модулируется с периодом  $\sim T_{oe}/2$ , что свидетельствует о возбуждении обратной волны  $N = 1$ . Амплитуда обратной волны довольно велика, так что в  $t/T_{oe} \sim 120 - 160$   $E(x)$  меняется в течение периода  $T_{oe}$  почти как в стоячем солитоне (рис. 11б).

Сильная стохастическая неустойчивость в  $t/T_{oe} > 120 - 160$  продолжает развиваться. К  $t/T_{oe} \sim 200$  максимальная скорость  $p$ -электронов достигает величины  $V_{max}^e/V_T \sim 19$ ,  $V_{max}^e > V_{\phi cp}^I$ . Это показывает, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата всех гармоник  $N \geq 1$  с  $V_{\phi}^N > 0$ , включая волну  $N = 1$ . В области  $V < 0$   $p$ -электроны ускоряются до скорости  $V_{min}^e/V_T \sim -10$ ,  $|V_{min}^e| > |V_{\phi cp}^{II}| \sim |8, 2V_T|$ . Это свидетельствует о том, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник  $N \geq |-2|$  с  $V_{\phi}^N < 0$ .

Ускорение  $p$ -электронов приводит к продолжению затухания поля (рис. 2,10). С уменьшением поля уменьшаются и впадины плотности (рис. 10).

К  $t/T_{oe} \sim 200 - 250$  основные процессы заканчиваются —  $V_{max}^e$ ,  $V_{min}^e$  больше не растут, вид функций распределения (рис. 7,8), фазовых плоскостей (рис. 6) в  $t/T_{oe} \sim 200 - 600$  практически не меняется, сохраняется и средняя величина  $\Delta W_b$  (рис. 1), но из-за довольно большого возмущения плотности ( $\tilde{n}_b/n_o \sim 10^{-1}$ ) продолжается конверсия и сохраняется небольшое затухание поля (рис. 2). Однако, средняя амплитуда волны  $N = 1$  остается достаточно большой и меняется не очень значительно (рис. 3) — в  $t/T_{oe} \sim 200 - 600$  средняя амплитуда  $E^I$  меняется от  $\sim 19$  до  $\sim 12,8$ , а  $V_s^I/V_T$  от  $\sim 5,5$  до  $4,5$ . По распределению  $E(x)$  видно, что оно приближается к синусоидальному  $N = 1$  (рис. 10), причем волна является бегущей  $N = 1$ , хотя и сохраняется обратная волна  $N = 1$  с ам-



плитудой  $\sim 1/4$  от амплитуды бегущей (рис. 11в). Определение фазовой скорости (см. [1]) гармоники  $N = 1$  показывает, что средняя фазовая скорость практически не меняется — в  $t/T_{oe} \sim 200 - 400$  —  $V_{ф\text{ ср}} \sim 14,56V_T$ , в  $t/T_{oe} \sim 400 - 600$  —  $V_{ф\text{ ср}} \sim 14,39V_T$ .

Таким образом, в  $t/T_{oe} > 200$  устанавливается медленно-затухающая волна  $N = 1$  с практически постоянной средней фазовой скоростью. Амплитуда волны  $E^I(t)$  промодулирована с периодом захваченных частиц  $T_B \sim 5T_{oe}$  и с периодом  $\sim T_{oe}/2$  из-за обратной волны  $N = 1$ . В  $t/T_{oe} \sim 500 - 600$  средняя амплитуда волны  $E_{ср}^I \sim 12,8$ ;  $V_{з\text{ ср}}/V_T \sim 4,54$ ; средняя фазовая скорость  $V_{ф\text{ ср}} \sim 14,39V_T$ ; средняя энергия поля  $W_{E\text{ ср}} \sim 5 \cdot 10^{-2}W_e^o \sim 2 \cdot 10^{-2}W_b^o$ ; средняя потеря энергии пучка  $\Delta W_{b\text{ ср}} \sim 0,6W_e^o \sim 0,23W_b^o$ .

Анализ функций распределения электронов пучка в  $t/T_{oe} \sim 200 - 600$  (рис. 7,8) показывает, что  $f_b(V)$  имеет плоское основание и четко выделенный пик с максимумом около  $V \sim V_{ф\text{ ср}}$ . Распределение возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$  (рис. 10) также имеет вид пика с максимумом около  $x$ , где  $E(x) = 0$ , что в системе волны соответствует координате дна потенциальной ямы (максимума сепаратрисы). Это показывает, что существует сгусток захваченных частиц. Анализ положения максимума  $f_b(V)$  и  $\tilde{n}_b(x)$  в разные моменты времени (подробнее см. [1]) показывает, что сгусток частиц движется по фазовой плоскости вокруг центра области захвата  $x = x_m$ ,  $V = V_{ф\text{ ср}}$ . Орбита сгустка имеет  $\Delta V_{max} \sim 1,91V_T \sim 0,21 \cdot (2V_{з\text{ ср}})$  и  $\Delta x_{max} \sim 21r_d \sim 0,21\lambda$ , т.е. лежит внутри области захвата  $\Delta V_3 = 2V_{з\text{ ср}} \sim 9,08V_T$ ,  $\Delta x_3 = \lambda = 100r_d$  вблизи ее центра — максимальная и минимальная скорость сгустка на орбите  $V_{max,min} \sim V_{ф\text{ ср}} \pm 0,21V_{з\text{ ср}}$ , а  $x_{max,min} \sim x_m \pm 0,21\lambda$ . Движение сгустка по фазовой плоскости и определяет колебания амплитуды волны с периодом  $\sim T_B$ .

Сохранение распределения  $b$ -электронов на фазовой плоскости (рис. 6), функции распределения (рис. 7,8), распределения плотности  $b$ -электронов (рис. 10), средней фазовой скорости, малое изменение амплитуды и распределения  $E(x)$  показывает, что после сброса части энергии в результате сателлитной и модуляционной неустойчивости в случае 1-2 устанавливается волна БГК-типа. Параметры волны в  $t/T_{oe} \sim 500 - 600$  ( $E_{ср}^I \sim 12,8$ ;  $V_{з\text{ ср}}/V_T \sim 4,54$ ;  $V_{ф\text{ ср}}/V_T \sim 14,39$ ) оказываются близкими к параметрам волны БГК в случае 1-1 [1], когда волна БГК формируется в результате развития пучковой неустойчивости, а сателлитная и модуляционная неустойчивости не играют роли ( $E_{ср}^I \sim 13,5$ ;  $V_{з\text{ ср}}/V_T \sim 4,66$ ;  $V_{ф\text{ ср}}/V_T \sim 14,55$ ). Отметим, что существование долгоживущего сгустка захваченных частиц наблюдалось и в случае 1-1 [1].

В работе [1] было показано, что в случае 1-1 вблизи сепаратрисы волны БГК образуется область стохастического движения — стохастический слой. Образуется стохастический слой и в случае 1-2. Для того, чтобы оценить границы слоя, анализировались траектории электронов (пробных частиц) на фазовой плоскости (подробнее о построении и анализе траекторий см. [1]).

Анализ траекторий показывает, что часть частиц остается захваченной в волне  $N = 1$ , часть движется стохастически. На рис. 12 показана характерная траектория захваченной частицы 1 в лабораторной системе в  $t/T_{oe} \sim 0 - 400$  и  $400 - 600$  и в системе волны  $N = 1$  в  $t/T_{oe} \sim 130 - 220$  и  $500 - 550$ . Из рис. 12 видно, что частица 1 остается захваченной до  $t/T_{oe} \sim 600$ , хотя ее траектория имеет довольно сложный характер. По траектории в лабораторной системе видно, что скорость частицы промодулирована. В системе волны это проявляется в периодическом изменении орбиты частицы —  $\Delta x_{max}$ ,  $\Delta V_{max}$  ее траектории то увеличивается, то уменьшается. В  $t/T_{oe} \sim 500 - 600$   $\Delta x_{max}$ ,  $\Delta V_{max}$  меняются в пределах  $\Delta x_{max} \sim 15 - 28r_d \sim 0,15 - 0,28\lambda$ ;  $\Delta V_{max} \sim 1,5 - 3,8V_T \sim 0,17 - 0,42(2V_{з\text{ ср}})$ . Такой же характер траекторий захваченных частиц наблюдался и в случае 1-1 [1].

Характерные траектории “стохастических” частиц показаны на рис. 13 ÷ 15. На всех рисунках показаны траектории в лабораторной системе в  $t/T_{oe} \sim 0 - 400$  и  $400 - 600$  и траектории в системе волны  $N = 1$  или  $N = 2$ . По траектории частицы 2 (рис. 13) видно, что частица 2 все время остается в сфере влияния волны  $N = 1$  — она то захватывается, то становится пролетной, то снова захватывается волной  $N = 1$ . Частица 3 (рис. 14) в  $t/T_{oe} \sim 0 - 80$  привязана к волне  $N = 1$  — она то захватывается, то выходит из захвата, но в  $t/T_{oe} \sim 90 - 120$  захватывается гармоникой  $N = 2$ , в  $t/T_{oe} > 120$  выходит из захвата, становится пролетной и в  $t/T_{oe} > 180$  опять захватывается волной  $N = 1$ , а в  $t/T_{oe} \sim 240$  выходит из захвата и в дальнейшем остается привязанной к волне  $N = 1$ . Частица 4 (рис. 15) в  $t/T_{oe} \sim 0 - 100 - 200$  переходит из волны  $N = 1$  в  $N = 2$  и обратно, но в  $t/T_{oe} > 200$  остается в сфере влияния гармоники  $N = 2$  то захватываясь, то становясь пролетной. Некоторые частицы попадают в сферу влияния более коротковолновых гармоник и замедляются до малых скоростей. Действительно, по функции распределения  $b$ -электронов в  $t/T_{oe} \sim 600$  (рис. 7,8) видно, что отдельные частицы замедляются до минимальной скорости  $V_{min}^b/V_T \sim 0,5$ .

Анализ траекторий захваченных и “стохастических” частиц в  $t/T_{oe} \sim 400 - 600$  позволяет оценить границы стохастического слоя волны  $N = 1$ , вернее, некоторые точки на границе — внутренние и внешние границы



по скорости в районе  $x \sim x_m$ , внутренние границы по  $x$  в районе  $V \sim V_\phi$ , внешние границы по  $V$  в районе узла сепаратрисы  $x \sim x_o$  (подробнее см. [1]).

Для оценки внутренних границ слоя по  $V$  на  $x \sim x_m$  сравнивались  $\Delta V_{max}$  траекторий захваченных и "стохастических" частиц и выбиралось максимальное  $\Delta V_{max}$  захваченной и минимальное  $\Delta V_{min}$  "стохастической" частицы. Обе оценки согласуются и дают для границ области захваченных частиц и соответственно внутренних границ стохастического слоя  $\Delta V \sim 7,4V_T \sim 0,81 \cdot (2V_{з\text{ср}})$ .

Аналогичная оценка границ области захваченных частиц и соответственно внутренних границ стохастического слоя по  $x$  на  $V \sim V_\phi$  дает  $\Delta x \sim 60r_d \sim 0,60\lambda$ . Отметим, что  $\Delta V$ ,  $\Delta x$  определены по траектории частицы 2 (рис. 13).

Предполагая, что внутренние границы стохастического слоя по  $V$  симметричны относительно  $V = V_\phi$ , а границы по  $x$  симметричны относительно  $x = x_m$  (это предположение подтверждается симметрией траекторий захваченных частиц), получаем для границ слоя по  $V - V_{гр} \sim V_{\phi\text{ср}} \pm \frac{\Delta V}{2} \sim 18,1V_T$  и  $10,7V_T$ , для границ слоя по  $x - x_{гр} \sim x_m \pm \frac{\Delta x}{2} \sim x_m \pm 30r_d$ .

Внешние границы стохастического слоя по  $V$  на  $x \sim x_m$  оценивались двумя способами. В первом границы определялись по максимальным  $V_{max}^b/V_T \sim 22,76$  и минимальным  $V_{min}^b/V_T \sim 0,48$  скоростям  $b$ -электронов. Эта оценка дает границы области развитого стохастического движения. Во втором случае внешние границы оценивались по максимальным и минимальным скоростям "стохастических" траекторий в  $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ . Оказалось, что в это время не наблюдается переходов из  $N = 1$  в  $N = 2$  (или  $N \geq 2$ ) или обратно, т.е. к этому времени формируется собственный стохастический слой волны БГК  $N = 1$ . Эта оценка дает  $V_{max}/V_T \sim 21,36$ ;  $V_{min}/V_T \sim 8,26$ .

Внешние границы слоя по  $V$  на  $x \sim x_o$  определялись по фазовой плоскости — по максимальным и минимальным скоростям  $b$ -электронов, когда они находятся на  $x \sim x_o$  —  $V_{max}/V_T \sim 20,69$ ;  $V_{min}/V_T \sim 0,48$ .

Границы и ширина стохастического слоя приведены в таблице 1.

Из таблицы 1 видно, что в районе  $x \sim x_m$  стохастический слой занимает небольшую часть области захвата —  $\delta V/V_{з\text{ср}} \sim 0,19$ . В районе  $V \sim V_\phi$  ширина слоя  $\delta x/\lambda \sim 0,40$ . Ширина внешнего слоя, особенно нижнего, значительно различается для области развитого стохастического движения и слоя установившейся волны БГК — в первом случае ширина

Таблица 1.

Границы и ширина стохастического слоя. Случай 1-2.

$$E_{ср}^I \approx 12,8; V_{з\text{ср}} \approx 4,54V_T; V_{\phi\text{ср}} \approx 14,39V_T.$$

$$\Delta V \sim 7,4V_T \sim 0,81(2V_{з\text{ср}}); \Delta x \sim 60r_d \sim 0,60\lambda.$$

Границы	$V_{гр}^{(1)}/V_T$	$\delta V^{(1)}/V_T$	$\delta V^{(1)}/V_{з\text{ср}}$	$V_{гр}^{(2)}/V_T$	$\delta V^{(2)}/V_T$	$\delta V^{(2)}/V_{з\text{ср}}$
<u><math>x \sim x_m</math></u>						
Верхняя						
Внешняя	22,76			21,36		
		3,82	0,84		2,42	0,53
$V_{\phi\text{ср}} + V_{з\text{ср}}$	18,94			18,94		
		0,84	0,19		0,84	0,19
Внутренняя	18,09			18,09		
Ширина слоя		4,66	1,03		3,26	0,72
<u>Нижняя</u>						
Внешняя	0,48			8,26		
		9,37	2,06		1,59	0,35
$V_{\phi\text{ср}} - V_{з\text{ср}}$	9,85			9,85		
		0,84	0,19		0,84	0,19
Внутренняя	10,69			10,69		
Ширина слоя		10,21	2,25		2,43	0,54
<u><math>x \sim x_o</math></u>						
Верхняя	20,69					
		6,30	1,39			
$V_{\phi\text{ср}}$	14,39					
		13,91	3,06			
Внутренняя	0,48					
Ширина слоя		20,21	4,45			
<u><math>V \sim V_\phi</math></u>						
	$\frac{ x_{гр} - x_m }{r_d}$	$\frac{\delta x}{r_d} = \frac{ x_{гр} - x_o }{r_d}$		$\frac{\delta x}{\lambda/2}$		
Правая	30	20		0.40		
Левая	30	20		0.40		

$E$  нормировано на  $\frac{m r_d}{e T_{oe}^2}$ ,  $V_z = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$ ;  $\Delta V$ ,  $\Delta x$  — границы сгустка захваченных частиц на  $x \sim x_m$  и  $V \sim V_\phi$  ( $x = x_m$ ,  $V = V_\phi$  — центр области захвата); внутренние границы стохастического слоя на  $x \sim x_m$  и  $V \sim V_\phi$  —  $V_{гр} = V_{\phi\text{ср}} \pm \Delta V/2$  и  $x_{гр} = x_m \pm \Delta x/2$ ;  $\delta V$ ,  $\delta x$  — ширина стохастического слоя;  $x = x_o$  — узел сепаратрисы. (1) — внешние границы по  $V_{max}^b$ ,  $V_{min}^b$ ; (2) — внешние границы по  $V_{max}$ ,  $V_{min}$  траекторий в  $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ .



нижнего слоя  $\delta V^{(1)}/V_{3\text{cp}} \sim 2,25$ , во втором —  $\delta V^{(2)}/V_{3\text{cp}} \sim 0,54$ ; ширина верхнего слоя соответственно —  $\delta V^{(1)}/V_{3\text{cp}} \sim 1,03$  и  $\delta V^{(2)}/V_{3\text{cp}} \sim 0,72$ .

Для периода развитого стохастического движения можно оценить границы области стохастического движения электронов плазмы. В области скоростей  $V > 0$  за верхнюю границу можно принять максимальную скорость электронов плазмы —  $V_{\text{max}}^e/V_T \sim 19,89$ , за нижнюю границу — минимальную скорость электронов пучка  $V_{\text{min}}^b/V_T \sim 0,48$ , так что ширина области стохастического движения  $\delta V/V_T \sim 19,4$ . В области скоростей  $V < 0$  за нижнюю границу можно принять минимальную скорость электронов плазмы  $V_{\text{min}}^e/V_T \sim -10,19$ , а верхнюю границу можно оценить по возмущению граничной скорости  $p$ -электронов на фазовой плоскости —  $V/V_T \sim -2,4$ , так что ширина области стохастического движения в области  $V < 0$  —  $\delta V/V_T \sim 7,8$ .

Таблица 2.

Сравнение ширины стохастического слоя волны БГК  $N = 1$  в случаях 1-1 и 1-2.

Случай 1-1  $E_{\text{cp}}^I \approx 13,5$ ;  $V_{3\text{cp}} \approx 4,66V_T$ ;  $V_{\text{фcp}} \approx 14,55V_T$ .  
 Случай 1-2  $E_{\text{cp}}^I \approx 12,8$ ;  $V_{3\text{cp}} \approx 4,54V_T$ ;  $V_{\text{фcp}} \approx 14,39V_T$ .  
 Случай 1-1  $\Delta V \sim 8V_T \sim 0,86(2V_3)$ ;  $\Delta x \sim 60r_d \sim 0,60\lambda$ .  
 Случай 1-2  $\Delta V \sim 7,4V_T \sim 0,81(2V_3)$ ;  $\Delta x \sim 60r_d \sim 0,60\lambda$ .

Ширина слоя	Случай 1-1	Случай 1-2
	$\delta V/V_{3\text{cp}}$	$\delta V/V_{3\text{cp}}$
<u>Верхний</u>		
	$x \sim x_m$	
Внешний	0,62	0,53
Внутренний	0,14	0,19
Полный	0,76	0,72
<u>Нижний</u>		
Внешний	0,52	0,35
Внутренний	0,14	0,19
Полный	0,66	0,54
	$V \sim V_{\text{ф}}$	
	$\delta x/\frac{\lambda}{2}$	$\delta x/\frac{\lambda}{2}$
Правый	0,40	0,40
Левый	0,40	0,40

Пояснения — см. Таблицу 1.

Выше было отмечено, что параметры установившейся волны БГК в случае 1-2 близки к параметрам волны БГК в случае 1-1 [1]. Сравним параметры стохастического слоя в этих случаях (таблица 2). Сравнение показывает, что стохастический слой волны БГК в случаях 1-1 и 1-2 различается незначительно, хотя история формирования волны БГК в этих случаях различна. В случае 1-1 волна БГК формируется в результате развития пучковой неустойчивости. В случае 1-2 параллельно с пучковой неустойчивостью развивается сателлитная и модуляционная неустойчивость, что приводит к сбросу части энергии на стадии формирования волны БГК.

Рассмотрим случай 1-3:  $L/r_d = 100$ ;  $V_0/V_T = 15,9$ ;  $n_b/n_0 = 2 \cdot 10^{-2}$ ;  $\frac{W_b^0}{W_e^0} = 5,2$ .

На рис. 16 ÷ 20 показаны зависимость от времени потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b$  (рис. 16), энергии поля  $W_E$  и энергии электронов плазмы  $\Delta W_e$  (рис. 17), амплитуды гармоник поля  $E^N$  (рис. 18,20) и амплитуды гармоник возмущения плотности  $\tilde{n}^N$  (рис. 19). На рис. 21,22 показаны фазовые плоскости электронов, на рис. 23,24 — функции распределения по скорости электронов плазмы и пучка  $b$ -электронов, на рис. 25 — распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ , на рис. 26 — распределение  $E(x)$ , на рис. 27 — фазовые плоскости ионов, на рис. 28 ÷ 30 — траектории электронов (пробных частиц) на фазовой плоскости для случая 1-3.

Из рис. 16 ÷ 18, 20 видно, что начальная стадия неустойчивости имеет тот же характер, что и в случаях 1-2 и 1-1 [1]. Действительно, на этой стадии выделяется гармоника  $N = 1$  с длиной волны  $\lambda/r_d = L/r_d = 100$ . По фазовым плоскостям (рис. 21) видно, что нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом электронов пучка. Первый максимум кривой  $E^I(t)$  (рис. 18,20) достигается в  $t/T_{oe} \sim 5,9$  при этом  $E_{\text{max}}^I \sim 51,2$ ;  $V_{3\text{max}}/V_T \sim 9,09$ ;  $W_{E\text{max}} \sim 0,94W_e^0 \sim 0,18W_b^0$ ;  $\Delta W_{b\text{max}} \sim 2,15W_e^0 \sim 0,41W_b^0$ .

Из рис. 16 ÷ 18, 20 видно, что  $W(t)$ ,  $E^I(t)$  меняются с периодом  $T \sim 3,5T_{oe}$ . Максимумы и минимумы этих кривых соответствуют определенным фазам захваченных частиц. Это видно из рис. 21, где показаны фазовые плоскости в моменты времени, соответствующие первому максимуму и минимуму  $t/T_{oe} \sim 5,9 - 7,4$  и четвертому максимуму —  $t/T_{oe} \sim 14,7$  кривой  $E^I(t)$ .



Однако, развитие неустойчивости так же как в случае 1-2 отличается от случая 1-1 [1]. Из рис. 18,20 видно, что уже в  $t/T_{oe} > 1 - 2$  начинает расти гармоника  $N = 2$ , т.е. развивается сателлитная неустойчивость. Действительно, уже в  $t/T_{oe} \geq 6$  гармоника  $N = 2$  начинает захватывать электроны пучка (рис. 21  $t/T_{oe} = 7,4$ ). При этом амплитуда гармоники  $N = 2$  растет и к  $t/T_{oe} \sim 13$  достигает величины  $E^{II} \sim 30$ , соответствующей средней амплитуде волны  $N = 1$  (рис. 18). Несколько позже сателлитная неустойчивость приводит к возбуждению гармоник  $N = 3$  и 4 (рис. 18,20).

В районе областей захвата гармоник развивается сильная стохастическая неустойчивость движения  $b$ -электронов. Это приводит к интенсивному "размешиванию" на фазовой плоскости, так что уже к  $t/T_{oe} \sim 20$  фазовая плоскость заполняется  $b$ -электронами, а пробные частицы (обозначены черными точками) разбрасываются в широкой области (рис. 21).

Возбуждение гармоник приводит к модуляции поля, что видно по распределению поля  $E(x)$  (рис. 25) и по изменению  $E(x)$  в течение периода  $T_{oe}$  (рис. 26а). Модуляция поля приводит к развитию модуляционной неустойчивости. Действительно, из рис. 25 видно, что в  $t/T_{oe} > 40$  растут впадины плотности и соответственно гармоники  $\tilde{n}^N(t)$  (рис. 19), а поле концентрируется во впадинах, чему соответствует появление новых гармоник и рост их амплитуды (рис. 18,20).

Величина поля быстро растет и в  $t_{max}/T_{oe} \sim 63$  достигает максимальной величины  $E_{max} \sim 74,4$ ,  $E_{max}^2/8\pi n_0 T \sim 1,77$ . Изменение распределения  $E(x)$  в  $t \sim t_{max}$  (рис. 26б) показывает, что образовавшаяся структура имеет характер стоячего солитона. В  $t > t_{max}$  поле быстро, за  $\sim 10T_{oe}$  затухает, а энергия поля поглощается электронами плазмы (рис. 17,18,25). Таким образом, в случае 1-3 в отличие от случая 1-2 развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу.

По фазовым плоскостям ионов (рис. 27) видно, что после затухания поля впадины плотности схлопываются ( $t/T_{oe} \sim 100$ ), причем, некоторое число ионов ускоряется. Последующее развитие приводит к ионно-звуковой турбулентности.

Механизм затухания поля можно понять, анализируя фазовые плоскости электронов (рис. 22) и функции распределения (рис. 23,24). Из этих рисунков видно, что в  $t/T_{oe} \sim 50 - 60$  происходит захват электронов плазмы в области скоростей  $V > 0$ , а в  $t/T_{oe} \sim 60 - 70$  — в области  $V < 0$ . В области  $V > 0$  за  $\sim 10T_{oe}$   $p$ -электроны ускоряются до максимальной скорости  $V_{max}^e/V_T \sim 22$ ,  $V_{max}^e > V_{ф.ср}^I$ . Это свидетельствует о развитии сильной стохастической неустойчивости в районе областей захвата всех

гармоник с  $V_{ф}^N > 0$ , включая волну  $N = 1$ . В области  $V < 0$   $p$ -электроны ускоряются до скорости  $V_{min}^e/V_T \sim -12$ ,  $|V_{min}^e| > |V_{ф.ср}^{II}|$ . Это показывает, что сильная стохастическая неустойчивость развивается в районе областей захвата гармоник с  $V_{ф}^N < 0$ ,  $N \geq |-2|$ .

К  $t/T_{oe} \sim 80 - 100$  основные процессы заканчиваются —  $V_{max}^e$ ,  $V_{min}^e$  больше не растут, вид фазовых плоскостей (рис. 22), функций распределения (рис. 23,24), распределения  $\tilde{n}_b(x)$  (рис. 25) в  $t/T_{oe} > 100$  практически не меняется, сохраняются  $\Delta W_b \sim 1,6W_e^o \sim 0,3W_b^o$  и  $\Delta W_e$  немного меньше  $\Delta W_b$  (рис. 16,17). Однако, поле не затухает полностью. Из рис. 20 видно, что в  $t/T_{oe} > 100$  гармоника  $N = 1$  имеет практически постоянную амплитуду  $E_{ср}^I \sim 2,5$ ;  $V_{з.ср}/V_T \sim 2,01$ . Гармоника  $N = 1$  имеет амплитуду больше остальных гармоник, у которых  $E^N \leq 1$  находится на уровне шумов (рис. 18). По изменению  $E(x)$  в течение  $T_{oe}$  в  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$  (рис. 26в) видно, что устанавливается бегущая волна  $N = 1$ , хотя  $E(x)$  сильно искажено шумами. Определение фазовой скорости гармоники  $N = 1$  показывает, что средняя фазовая скорость практически постоянна —  $t/T_{oe} \sim 150 - 200$   $V_{ф.ср}/V_T \sim 12,84$ . Таким образом, в  $t/T_{oe} > 100$  устанавливается волна  $N = 1$  с практически постоянной средней амплитудой и средней фазовой скоростью.

Анализ функций распределения электронов пучка в  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$  (рис. 23,24) показывает, что  $f_b(V)$  имеет плоское основание и четко выделенный пик с максимумом около  $V \sim V_{ф.ср}$ , причем уровень основания заметно (почти в два раза) выше, чем в случае 1-2 (рис. 7,8). Распределение плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$  в  $t/T_{oe} \sim 100 - 200$  (рис. 25  $t/T_{oe} = 200$ ) также имеет вид пика, хотя и менее четкого, чем в случае 1-2 (рис. 10); максимум  $\tilde{n}_b(x)$  привязан к фазе  $E(x) \sim 0$ , соответствующей в системе волны координате  $x \sim x_m$ . Это показывает, что в районе центра области захвата  $V \sim V_{ф}$ ,  $x \sim x_m$  существует сгусток захваченных частиц. Анализ положения максимума  $f_b(V)$  в разные моменты времени показывает, что сгусток частиц движется по фазовой плоскости вокруг центра области захвата. Орбита сгустка имеет  $\Delta V_{max} \sim 1,27V_T \sim 0,32 \cdot (2V_{з.ср})$ , т.е. лежит внутри области захвата  $\Delta V_3 = 2V_3 \sim 4,0V_T$  вблизи ее центра — максимальная и минимальная скорость на орбите  $V_{max,min} \sim V_{ф.ср} \pm 0,32V_{з.ср}$ . Определить  $\Delta x_{max}$  не удастся из-за сильной изрезанности  $E(x)$ .

Сохранение средней амплитуды и средней фазовой скорости волны  $N = 1$ , сохранение  $f_b(V)$  и  $\tilde{n}_b(x)$  показывает, что после сброса большей части энергии в результате коллапса в случае 1-3 устанавливается волна БГК-типа с параметрами  $E_{ср}^I \sim 2,5$ ;  $V_{з.ср} \sim 2,01V_T$ ;  $V_{ф.ср} \sim 12,84V_T$ .



В случае 1-3, также как в случае 1-2, вблизи сепаратрисы волны образуется стохастический слой. Анализ траекторий электронов (пробных частиц) на фазовой плоскости показывает, что некоторые частицы остаются захваченными в волне  $N = 1$ , значительная часть частиц движется стохастически. На рис. 28 показана характерная траектория захваченной частицы 1 в лабораторной системе в  $t/T_{oe} \sim 0 - 200$  и в системе волны  $N = 1$  в  $t/T_{oe} \sim 20 - 70$  и  $\sim 150 - 200$ . Обращает на себя внимание изменение фазовой скорости волны от  $V_{\phi}/V_T \sim 15,1$  в  $t/T_{oe} < 100$  до  $V_{\phi}/V_T \sim 12,8$  в  $t/T_{oe} > 100$ , но несмотря на это, частица 1 все время остается захваченной.

Характерные траектории "стохастических" частиц 2 и 3 показаны на рис. 29,30 в лабораторной системе в  $t/T_{oe} \sim 0 - 200$  и в системе волны  $N = 1$  или  $N = 2$ . Частица 2 (рис. 29), в основном, привязана к волне  $N = 1$  — она то захватывается, то выходит из захвата, в  $t/T_{oe} \sim 40 - 50$  она захватывается гармоникой  $N = 2$ , но снова возвращается к  $N = 1$  и в  $t/T_{oe} \sim 150 - 200$  оказывается захваченной. Частица 3 (рис. 30) неоднократно переходит из  $N = 1$  в  $N = 2$  и обратно, но в  $t/T_{oe} > 70$  выходит из захвата со скоростью  $V < V_{\phi}^{II}$  и остается пролетной. Некоторые частицы попадают в сферу влияния и более коротковолновых гармоник и замедляются до малых скоростей. По функциям распределения  $f_b(V)$  (рис. 23,24) видно, что отдельные частицы замедляются до минимальной скорости  $V_{min}^b/V_T \sim 0,5$ .

Анализ траекторий захваченных и "стохастических" частиц в  $t/T_{oe} \sim 150 - 200$  позволяет оценить границы стохастического слоя волны  $N = 1$  подобно тому, как это делалось для случая 1-2.

Для оценки внутренних границ слоя по скорости на  $x \sim x_m$  сравнивались  $\Delta V_{max}$  траекторий захваченных в  $N = 1$  и "стохастических" в районе  $N = 1$  траекторий и выбиралось максимальное  $\Delta V_{max}$  захваченной частицы и минимальное  $\Delta V_{max}$  "стохастической". Обе оценки согласуются и дают для границ области захваченных частиц и соответственно внутренних границ стохастического слоя  $\Delta V \sim 3,2V_T \sim 0,80 \cdot (2V_{z,cp})$ . Предполагая, что эти границы симметричны относительно  $V = V_{\phi}$ , получаем  $V_{гр} \sim V_{\phi,cp} \pm \frac{\Delta V}{2} \sim 14,4$  и  $11,2V_T$ .

Аналогичная оценка для границ области захваченных частиц и внутренних границ стохастического слоя по  $x$  на  $V \sim V_{\phi}$  дает  $\Delta x \sim 66r_d \sim 0,66\lambda$  и соответственно  $x_{гр} \sim x_m \pm \frac{\Delta x}{2} \sim x_m \pm 33r_d$ . Отметим, что  $\Delta V$ ,  $\Delta x$  определено по траектории частицы 2 (рис. 29).

Внешние границы стохастического слоя по скорости на  $x \sim x_m$  для области развитого стохастического движения определялись по макси-

мальным  $V_{max}^b/V_T \sim 24,83$  и минимальным  $V_{min}^b/V_T \sim 0,48$  скоростям  $b$ -электронов, а границы собственного стохастического слоя волны БГК  $N = 1$  в  $t/T_{oe} \sim 150 - 200$  по максимальным  $V_{max}/V_T \sim 15,95$  и минимальным  $V_{min}/V_T \sim 10,18$  скоростям "стохастических" траекторий, привязанных к волне  $N = 1$ .

Внешние границы слоя по скорости на  $x \sim x_o$  определялись по фазовой плоскости — по максимальным и минимальным скоростям  $b$ -электронов, когда они находятся на  $x \sim x_o$  —  $V_{max}/V_T \sim 24,83$ ,  $V_{min}/V_T \sim 0,48$ .

Границы и ширина стохастического слоя приведены в таблице 3.

Из таблицы 3 видно, что в районе  $x \sim x_m$  стохастический слой занимает небольшую часть области захвата —  $\delta V/V_{z,cp} \sim 0,20$ . В районе  $V \sim V_{\phi}$  ширина слоя  $\delta x/\lambda \sim 0,34$ . Сравнение со случаем 1-2 (таблица 1) показывает, что несмотря на большую разницу параметров установившейся волны БГК в случаях 1-2 и 1-3 ширина внутреннего слоя относительно  $V_{z,cp}$  и  $\lambda/2$  почти не различается. Близки и  $\delta V^{(2)}/V_{z,cp}$  для внешней части слоя и соответственно ширина верхнего ( $\delta V^{(2)}/V_{z,cp} \sim 0,7$ ) и нижнего ( $\delta V^{(2)}/V_{z,cp} \sim 0,5$ ) слоя по скорости на  $x \sim x_m$ . Абсолютная ширина слоя  $\delta V/V_T$  в случаях 1-2 и 1-3, естественно, различается.

Для периода развитого стохастического движения можно оценить границы области стохастического движения электронов плазмы. В области скоростей  $V > 0$  верхняя граница  $\sim V_{max}^e/V_T \sim 20,53$ , нижняя граница  $\sim V_{min}^b/V_T \sim 0,48$ , так что ширина этой области  $\delta V/V_T \sim 20,05$ . В области  $V < 0$  нижняя граница  $\sim V_{min}^e/V_T \sim -11,62$ , верхняя граница (подобно случаю 1-2) —  $V/V_T \sim -3,50$ , так что ширина области стохастического движения в области  $V < 0$  —  $\delta V/V_T \sim 8,12$ . Отметим, что эти области незначительно отличаются от случая 1-2. ( $\delta V/V_T \sim 19,4$  и  $\sim 7,8$  соответственно).

Сравнение случаев 1-1 [1], 1-2, 1-3 показывает, что развитие пучковой неустойчивости может привести к формированию волны БГК-типа как в отсутствие сателлитной и модуляционной неустойчивости (случай 1-1), так и в случаях, когда эти неустойчивости играют существенную роль и приводят к поглощению части энергии электрического поля электронами плазмы. Характерной особенностью сформировавшейся волны БГК является наличие долгоживущих сгустков захваченных частиц вблизи центра области захвата (дна потенциальной ямы) и образование стохастического слоя в районе сепаратрисы волны.



Таблица 3.

Границы и ширина стохастического слоя. Случай 1-3.

$$E_{\text{ср}}^I \approx 2,5; V_{\text{зср}} \approx 2,01V_T; V_{\text{фср}} \approx 12,84V_T.$$

$$\Delta V \sim 3,2V_T \sim 0,80(2V_{\text{зср}}); \Delta x \sim 66r_d \sim 0,66\lambda.$$

Границы	$V_{\text{гp}}^{(1)}/V_T$	$\delta V^{(1)}/V_T$	$\delta V^{(1)}/V_{\text{зср}}$	$V_{\text{гp}}^{(2)}/V_T$	$\delta V^{(2)}/V_T$	$\delta V^{(2)}/V_{\text{зср}}$
$x \sim x_m$						
Верхняя						
Внешняя	24,83			15,95		
		9,99	4,97		1,11	0,55
$V_{\text{фср}} + V_{\text{зср}}$	14,84			14,84		
		0,40	0,20		0,40	0,20
Внутренняя	14,44			14,44		
Ширина слоя		10,39	5,17		1,51	0,75
$x \sim x_0$						
Нижняя						
Внешняя	0,48			10,18		
		10,35	5,16		0,65	0,32
$V_{\text{фср}} - V_{\text{зср}}$	10,83			10,83		
		0,40	0,20		0,40	0,20
Внутренняя	11,23			11,23		
Ширина слоя		10,75	5,36		1,05	0,52
$V \sim V_{\text{ф}}$						
Правая						
Левая						
	$\frac{ x_{\text{гp}} - x_m }{r_d}$	$\frac{\delta x}{r_d} = \frac{ x_{\text{гp}} - x_0 }{r_d}$			$\frac{\delta x}{\lambda/2}$	
Правая	33	17			0,34	
Левая	33	17			0,34	

$E$  нормировано на  $\frac{mr_d}{eT_{\text{ос}}^2}$ ;  $V_{\text{з}} = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ ;  $\Delta V, \Delta x$  — границы сгустка захваченных частиц на  $x \sim x_m$  и  $V \sim V_{\text{ф}}$  ( $x = x_m, V = V_{\text{ф}}$  — центр области захвата); внутренние границы стохастического слоя на  $x \sim x_m$  и  $V \sim V_{\text{ф}} - V_{\text{гp}} = V_{\text{фср}} \pm \Delta V/2$  и  $x_{\text{гp}} = x_m \pm \Delta x/2$ ;  $\delta V, \delta x$  — ширина стохастического слоя;  $x = x_0$  — узел сепаратрисы. (1) — внешние границы по  $V_{\text{max}}^b, V_{\text{min}}^b$ ; (2) — внешние границы по  $V_{\text{max}}, V_{\text{min}}$  траекторий в  $t/T_{\text{ос}} \sim 150 - 200$ .

## Литература

- [1] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. — Волны БГК и модуляционная неустойчивость при взаимодействии холодного электронного пучка с плазмой. I. Препринт ИЯФ N 36, Новосибирск, 1998.
- [2] Н.Г. Мациборко, И.Н. Онищенко, Я.Б. Файнберг, В.Д. Шапиро, В.И. Шевченко. — ЖЭТФ 63, 874, 1972.
- [3] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова, Б.Н. Лазеев. — Волна Бернштейна-Грина-Крускала в длинной системе. Неустойчивость спутников. I, II. Препринты ИЯФ N 95-23, N 95-24, Новосибирск, 1995.
- [4] N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. — Phys. Lett 112A, 330, 1985.
- [5] В.С. Имшенник, Ю.И. Морозов. — ЖТФ 31, 640, 1961.
- [6] P.K. Kaw, A.T. Lin, J.M. Dawson. — Phys. Fluids 16, 1967, 1973.
- [7] N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin. — Physica Scripta 24, 566, 1981.





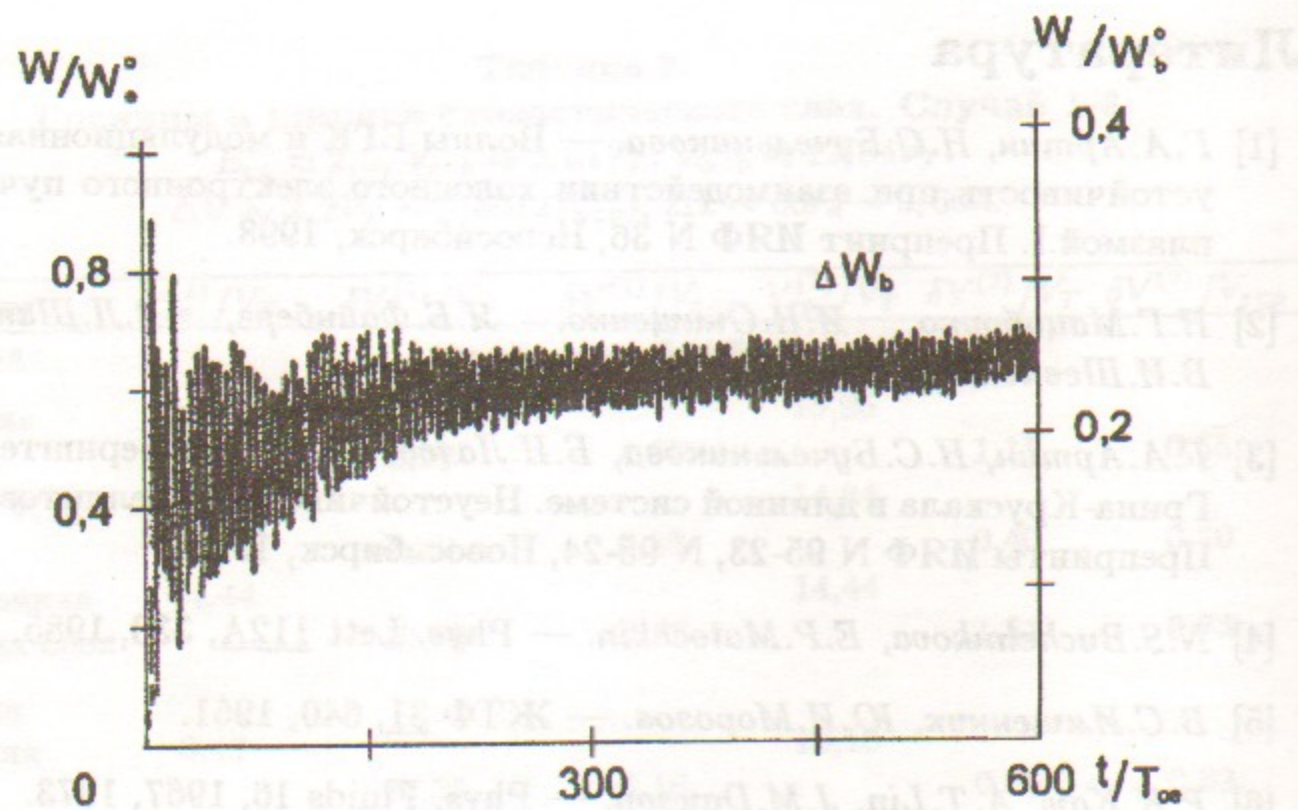


Рис. 1: Зависимость от времени потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ . Случай 1-2.

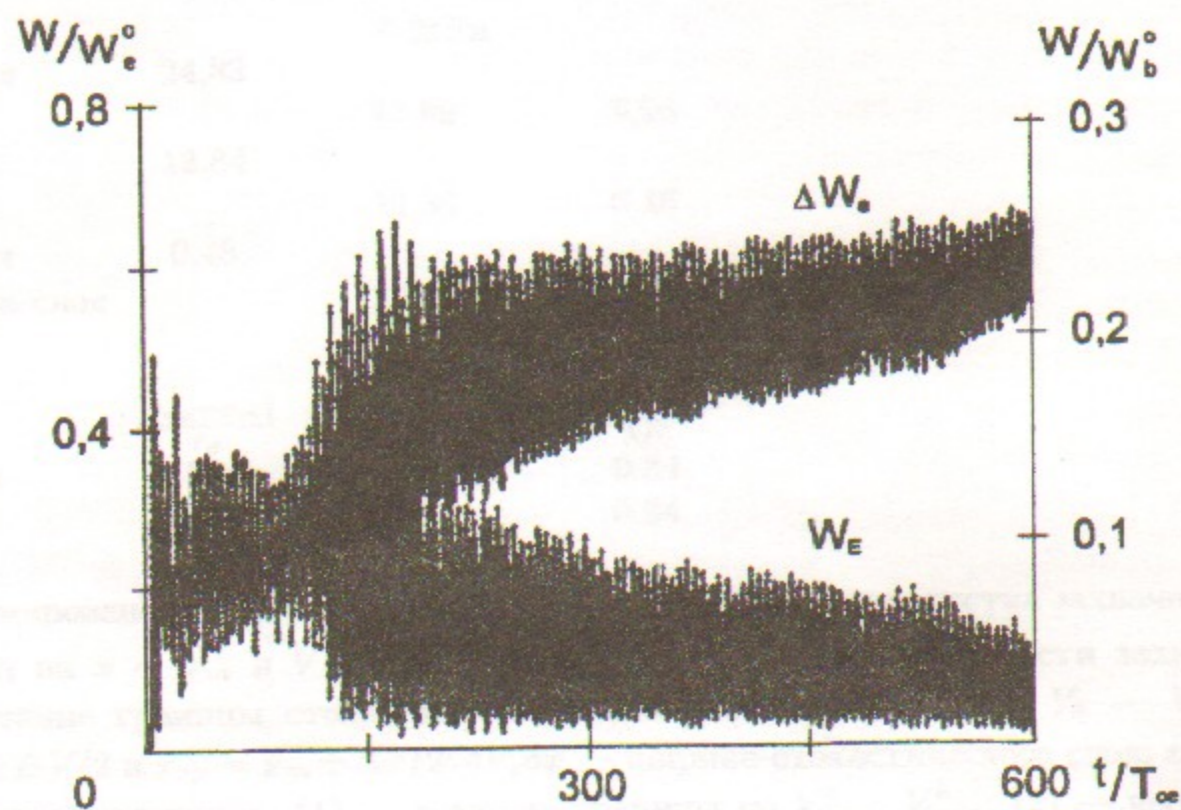


Рис. 2: Зависимость от времени энергии поля  $W_E$  и энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай 1-2.

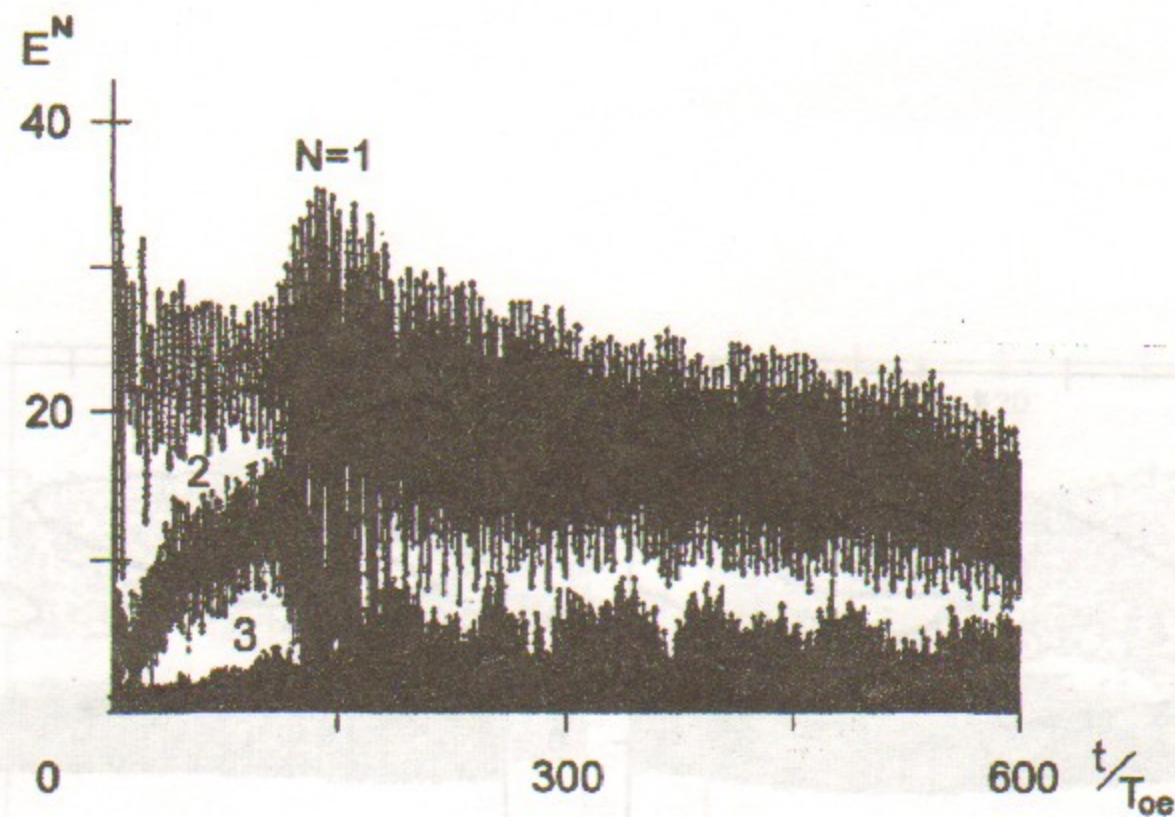


Рис. 3: Зависимость от времени амплитуды волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 10$ . Случай 1-2.

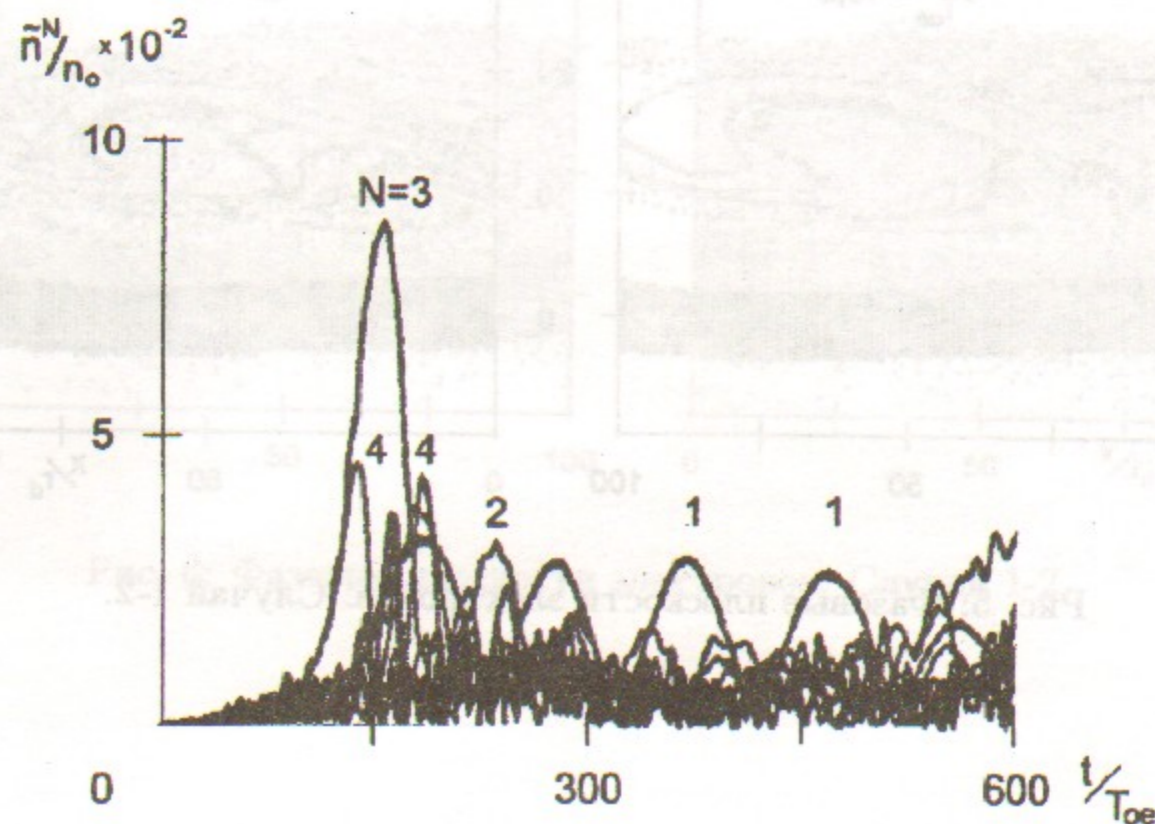


Рис. 4: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 1-2.



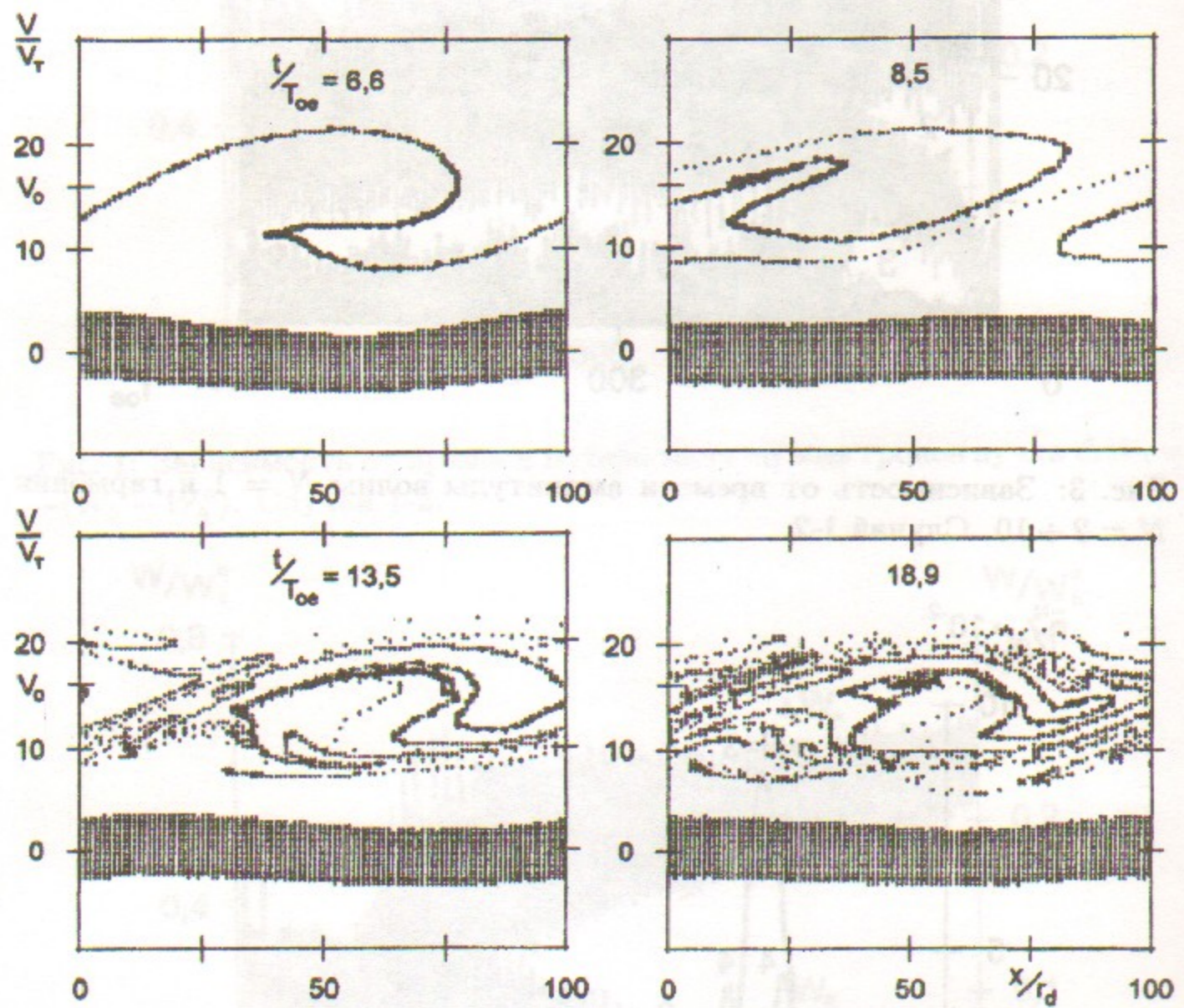


Рис. 5: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-2.

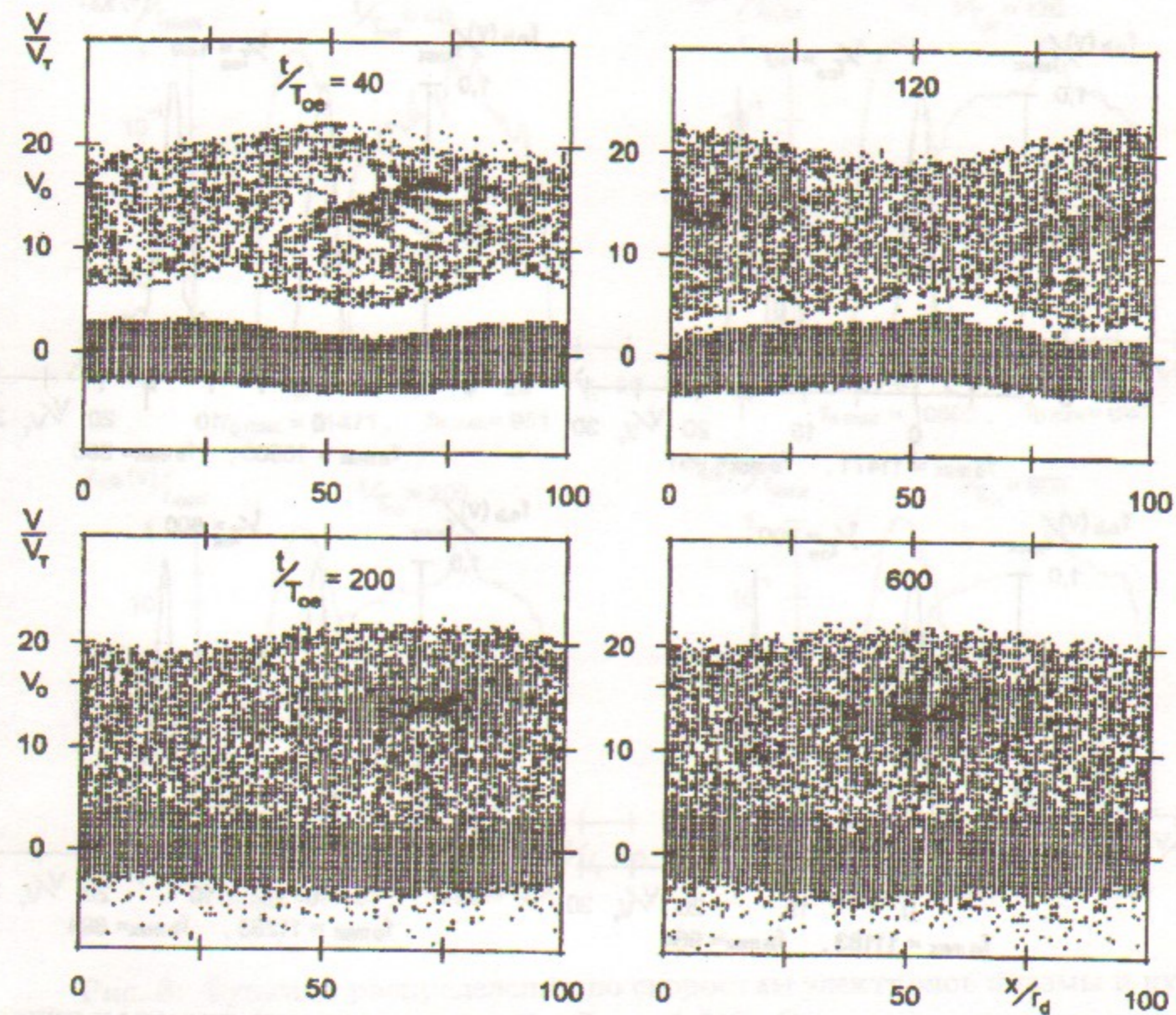


Рис. 6: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-2.



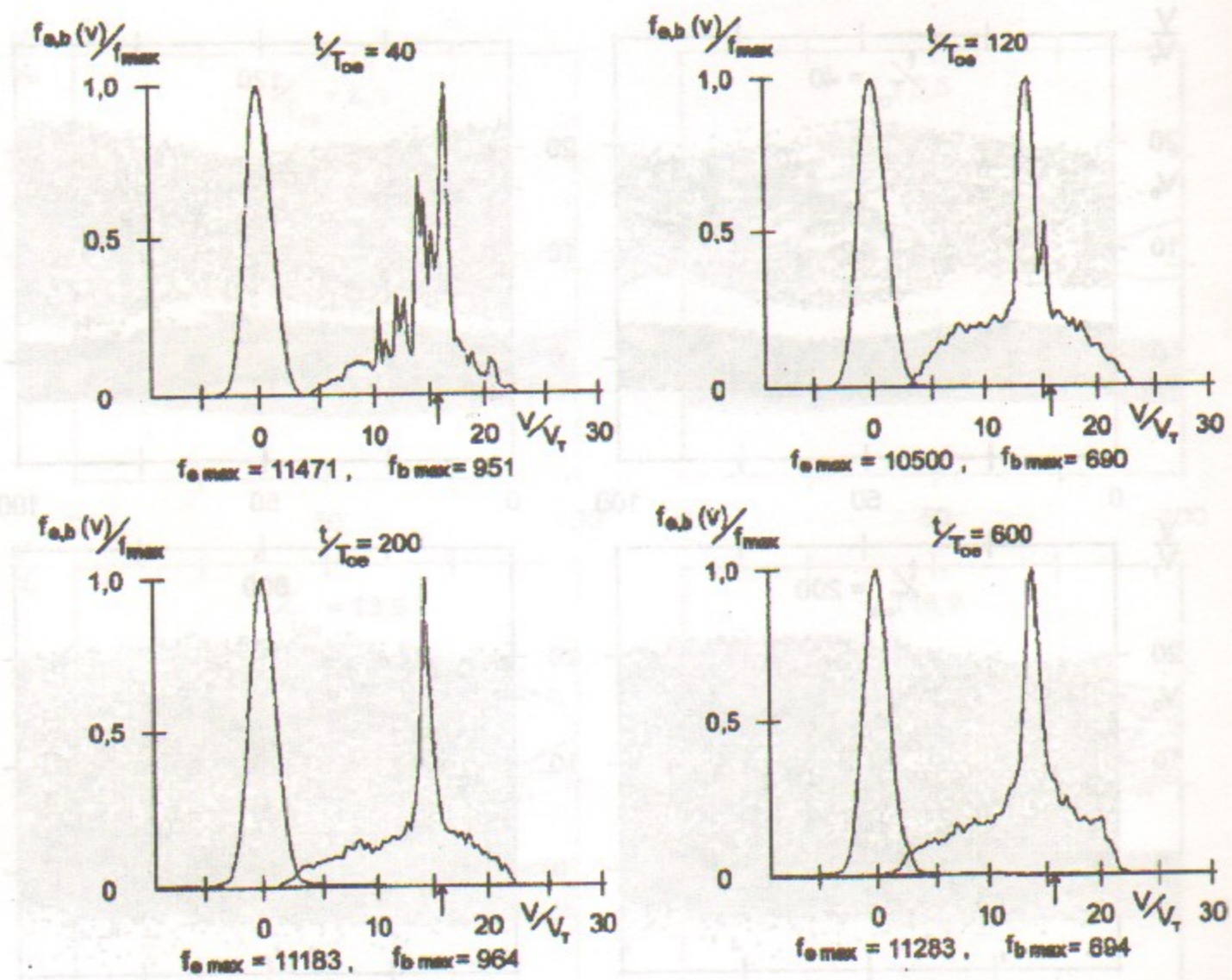


Рис. 7: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 1-2. Стрелкой отмечена скорость пучка  $V_0/V_T = 15,9$ .

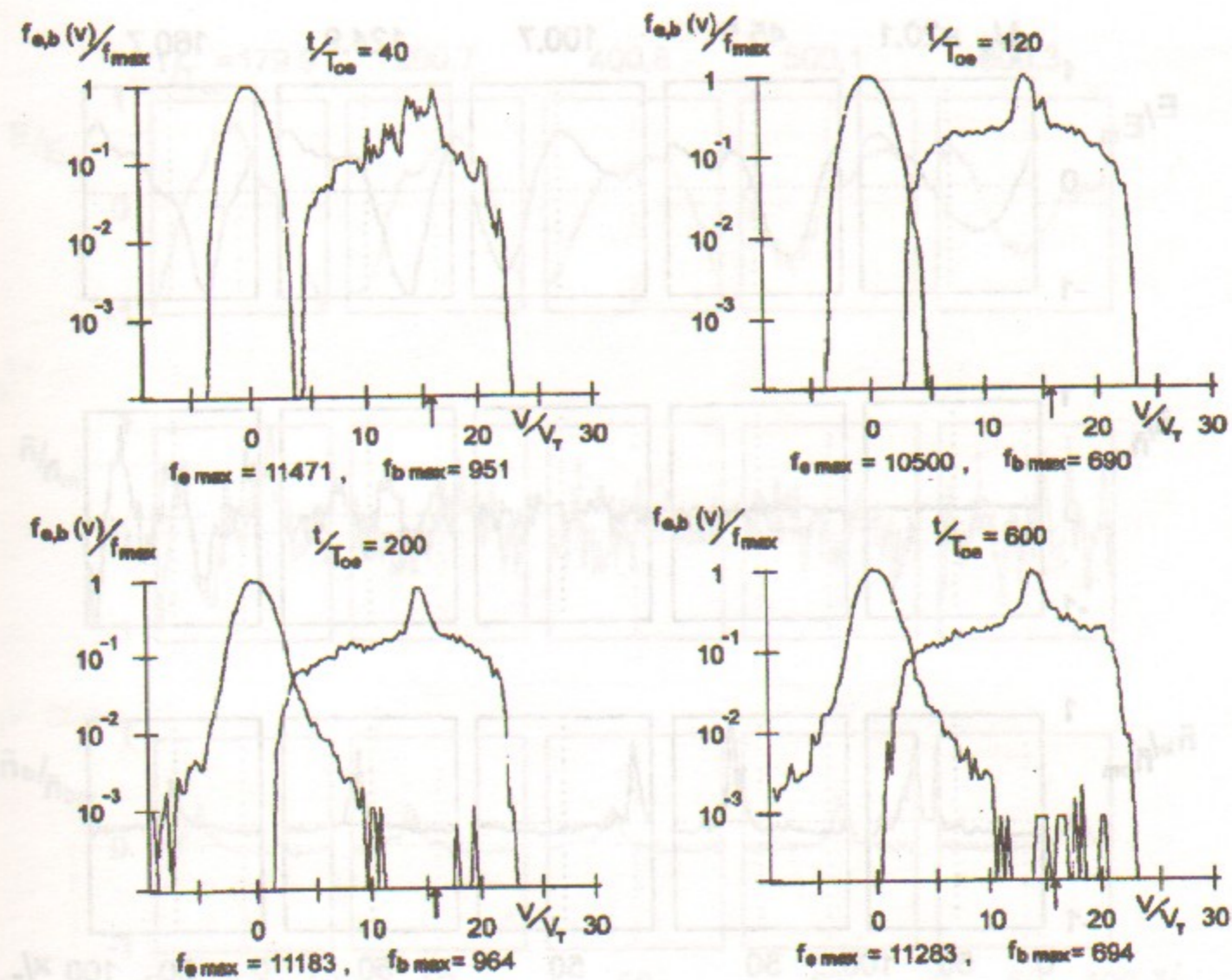


Рис. 8: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка (логарифмический масштаб). Случай 1-2. Стрелкой отмечена скорость пучка  $V_0/V_T = 15,9$ .



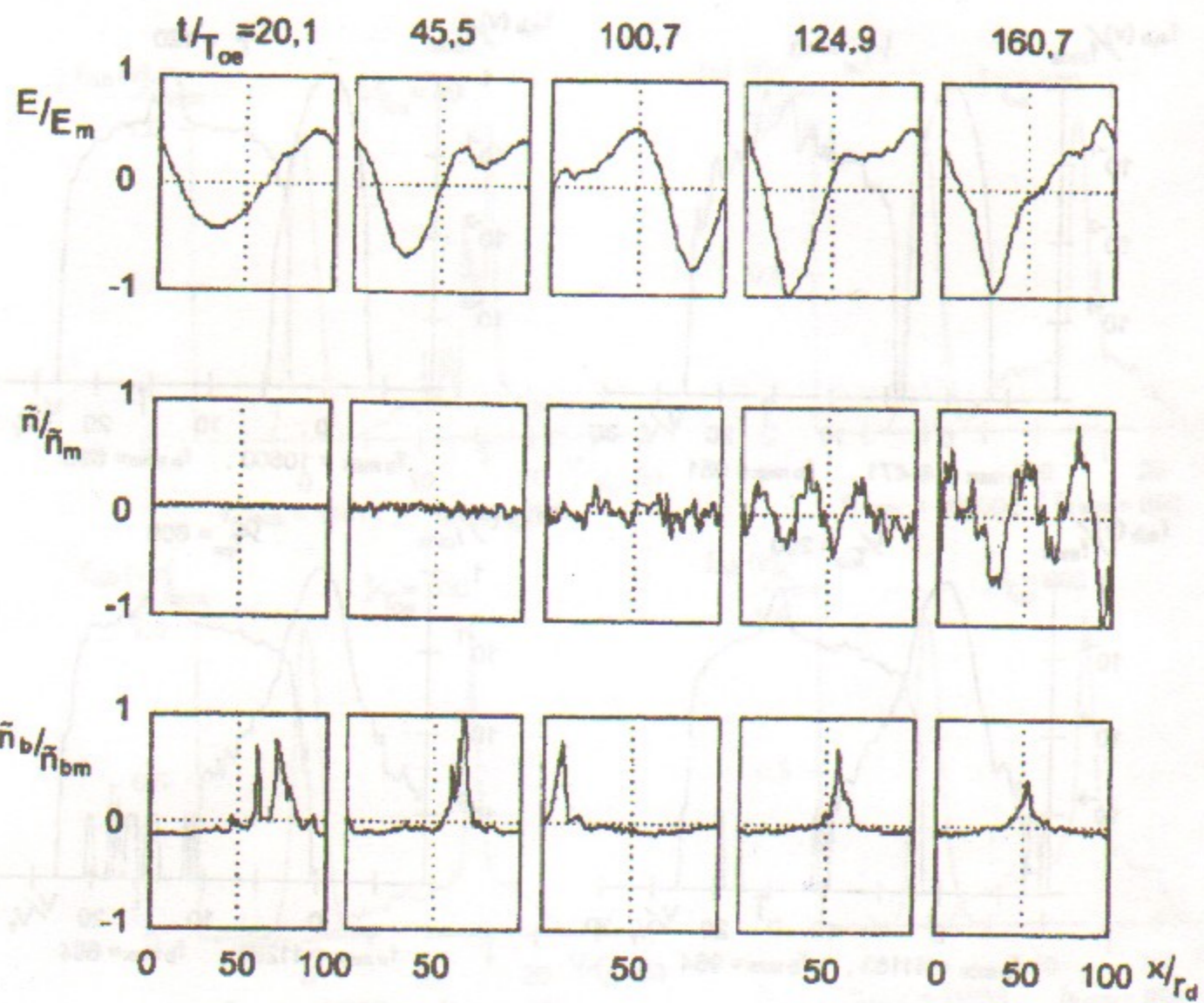


Рис. 9: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 1-2.  $E_m = 54,31$ ,  $\tilde{n}_m/n_o = 0,17$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 6,69$ .

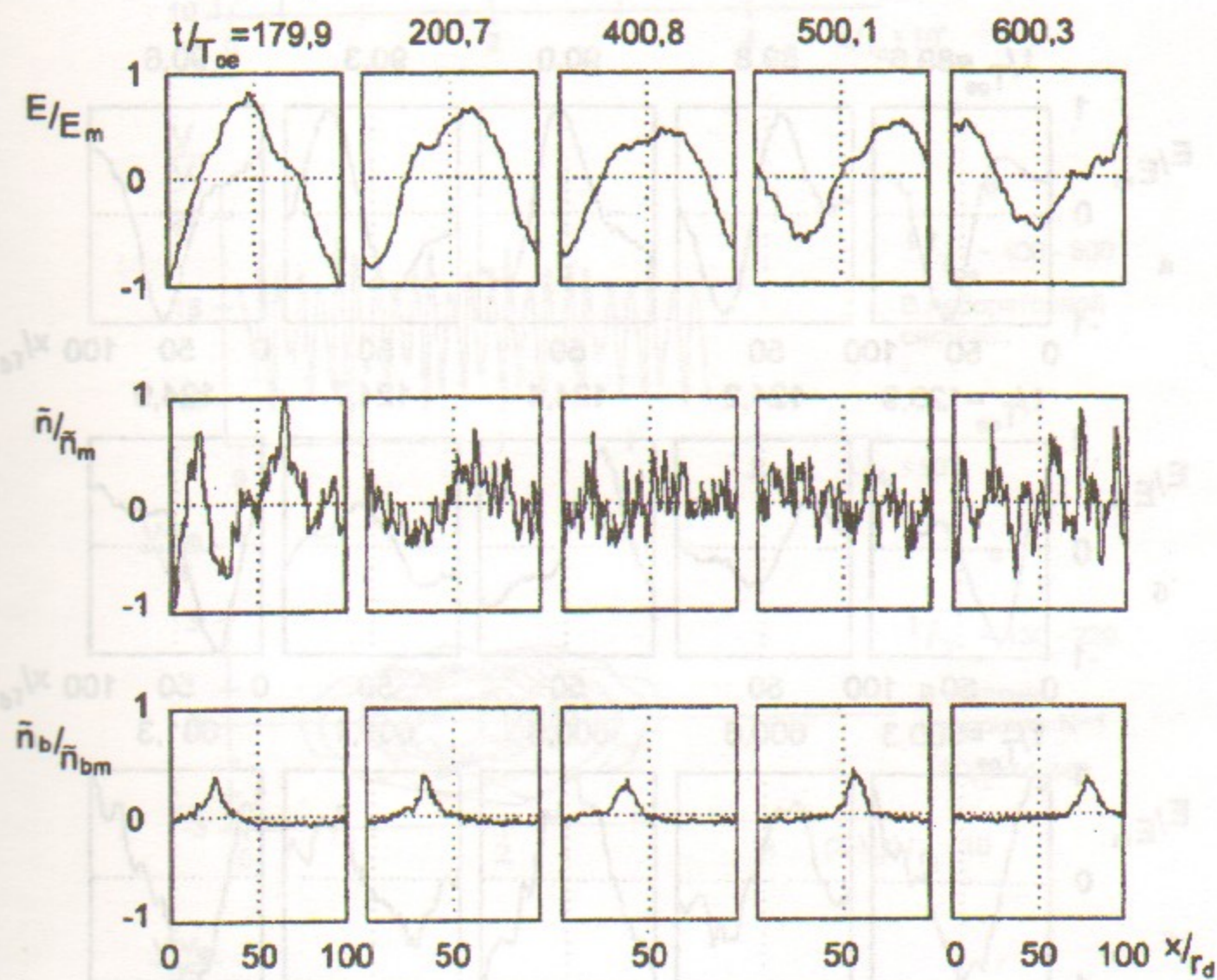


Рис. 10: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 1-2.  $E_m = 54,31$ ,  $\tilde{n}_m/n_o = 0,17$ ;  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 6,69$ .



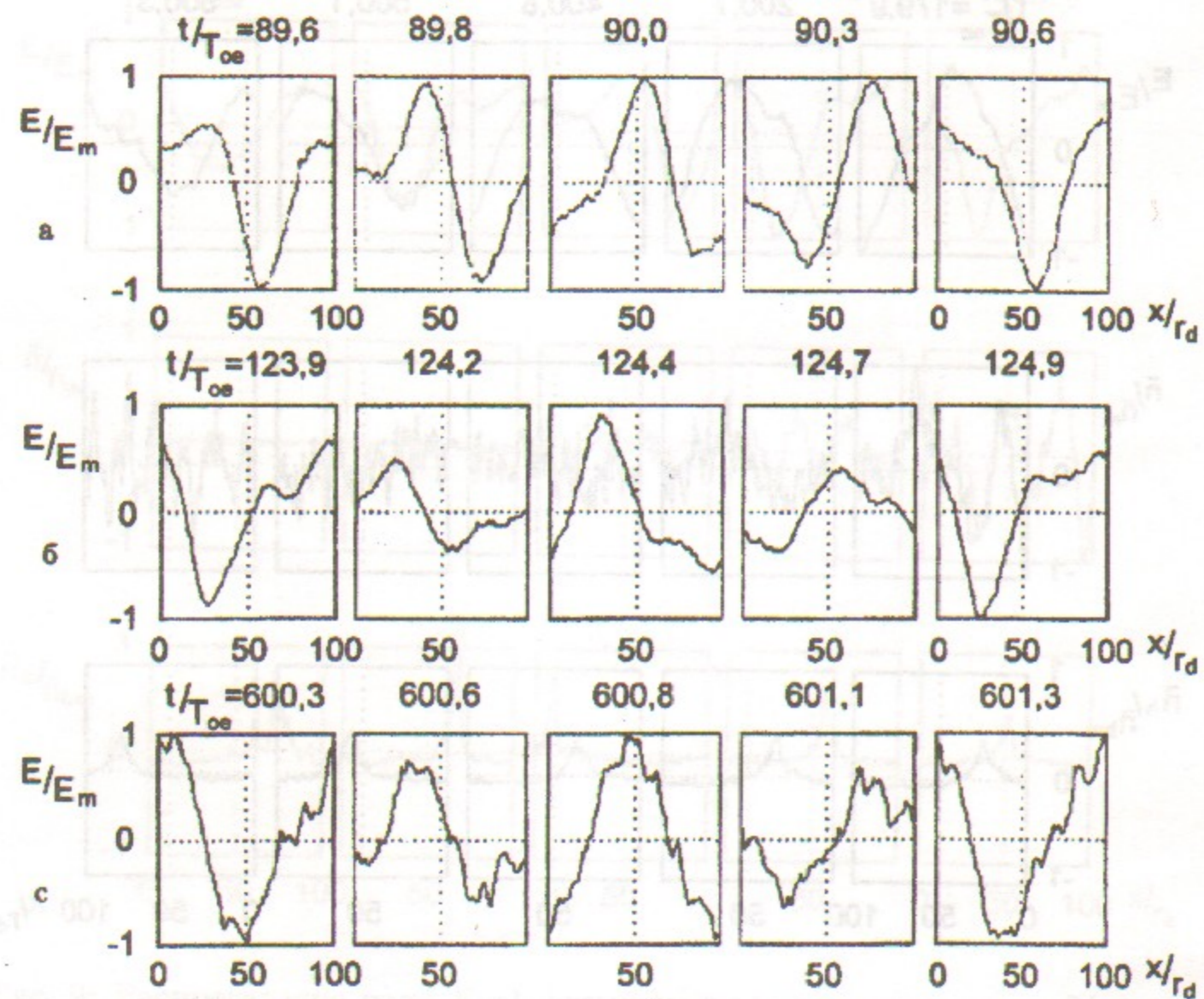


Рис. 11: Распределение поля  $E(x)$  в течение периода  $\sim T_{oe}$ . Случай 1-2.  
 а.  $E_m = 37,51$ , б.  $E_m = 54,31$ , в.  $E_m = 21,78$ .

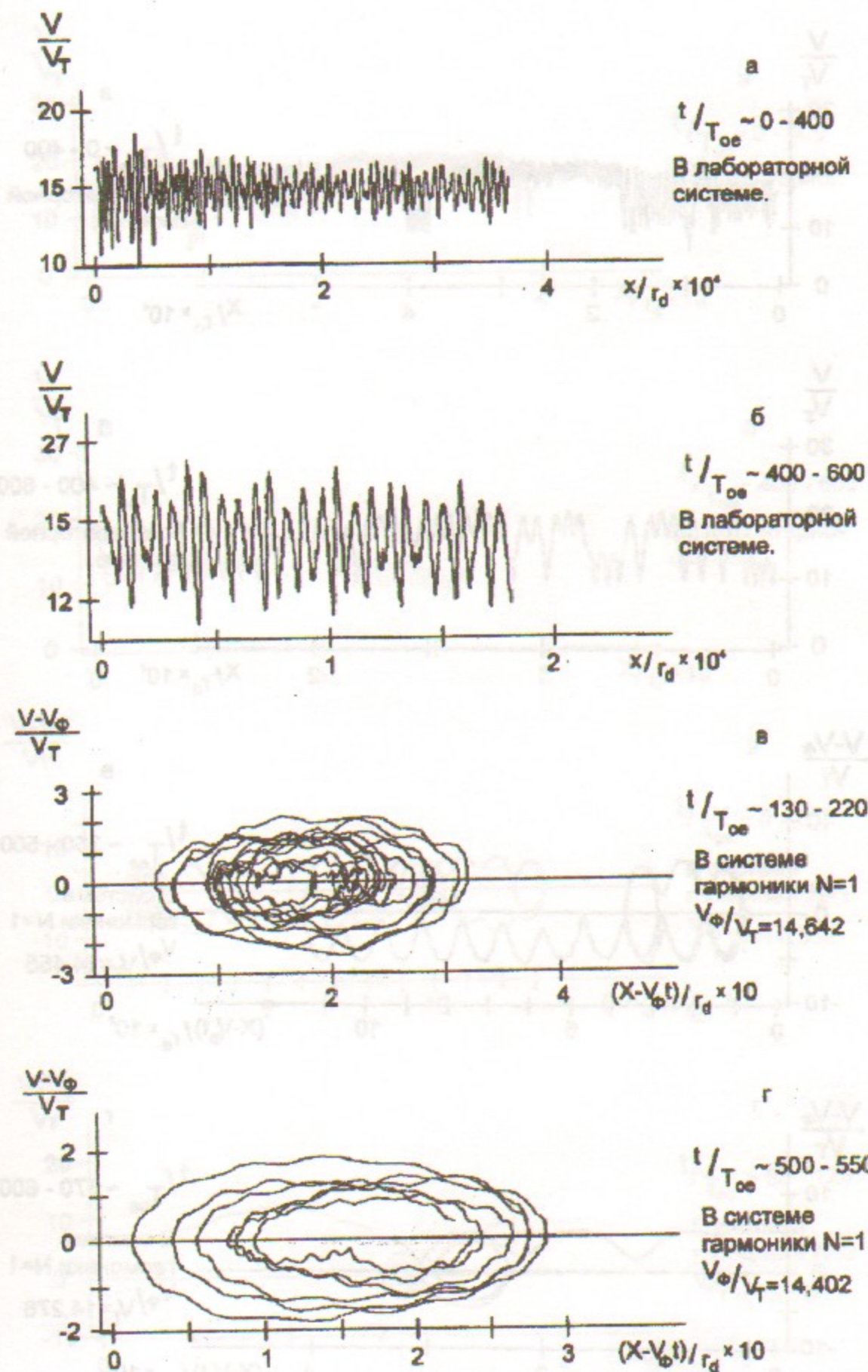


Рис. 12: Траектория частицы 1 на фазовой плоскости. Случай 1-2.  
 $x_0/r_d = 26$ ,  $V_0/V_T = 15,9$ .



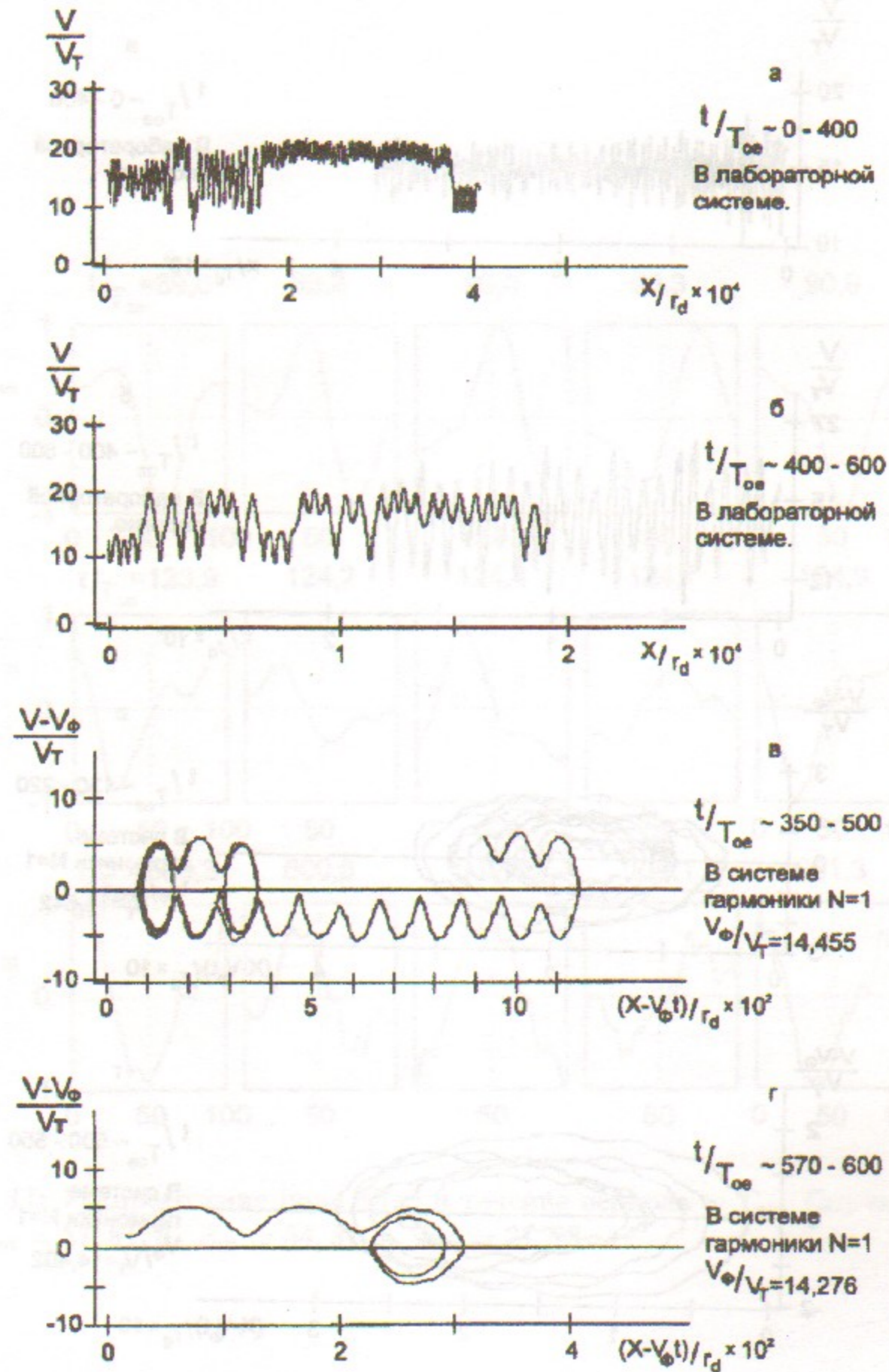


Рис. 13: Траектория частицы 2 на фазовой плоскости. Случай 1-2.  
 $x_0/r_d = 50, V_0/V_T = 15,9.$

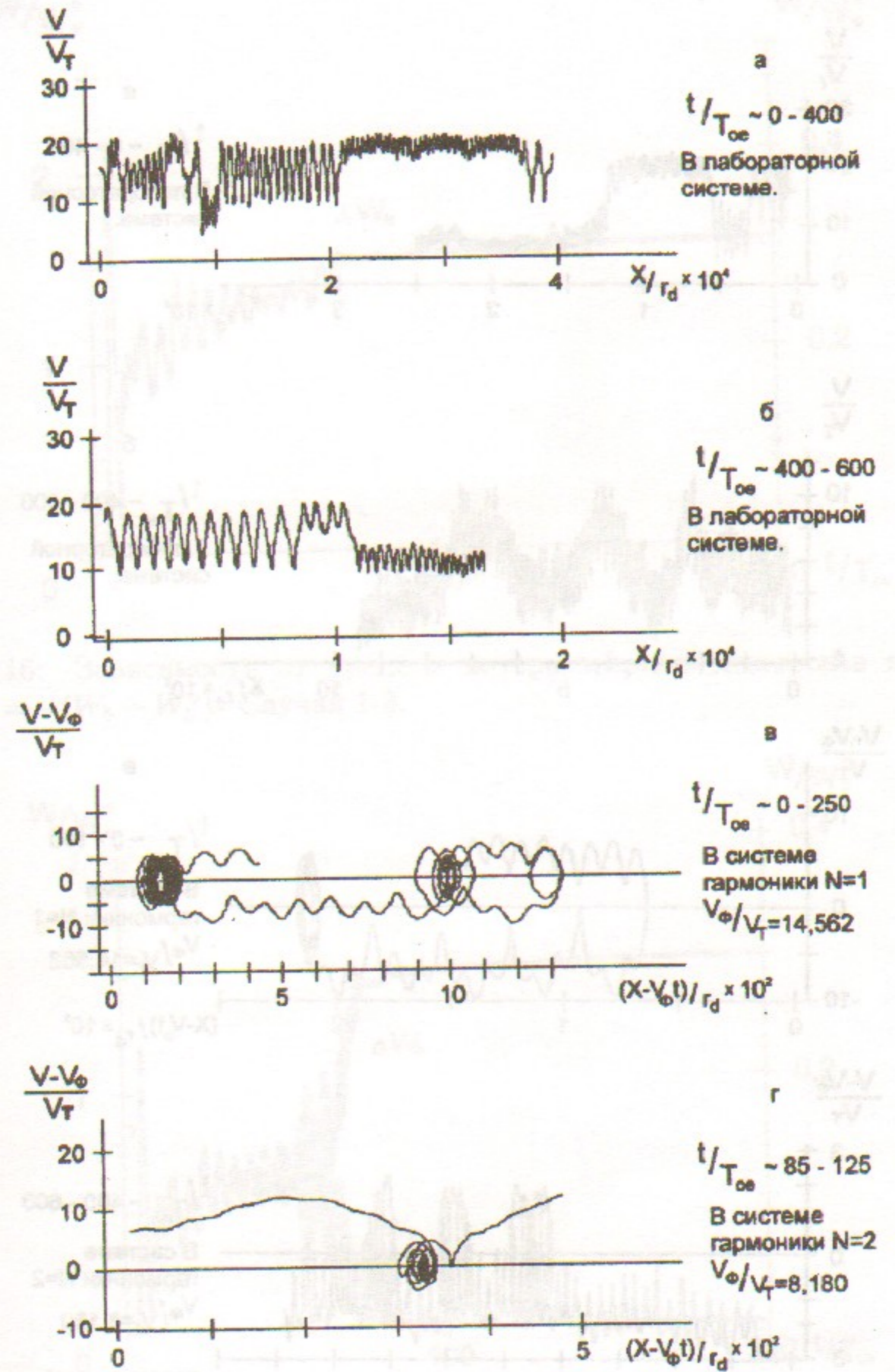


Рис. 14: Траектория частицы 3 на фазовой плоскости. Случай 1-2.  
 $x_0/r_d = 67, V_0/V_T = 15,9.$



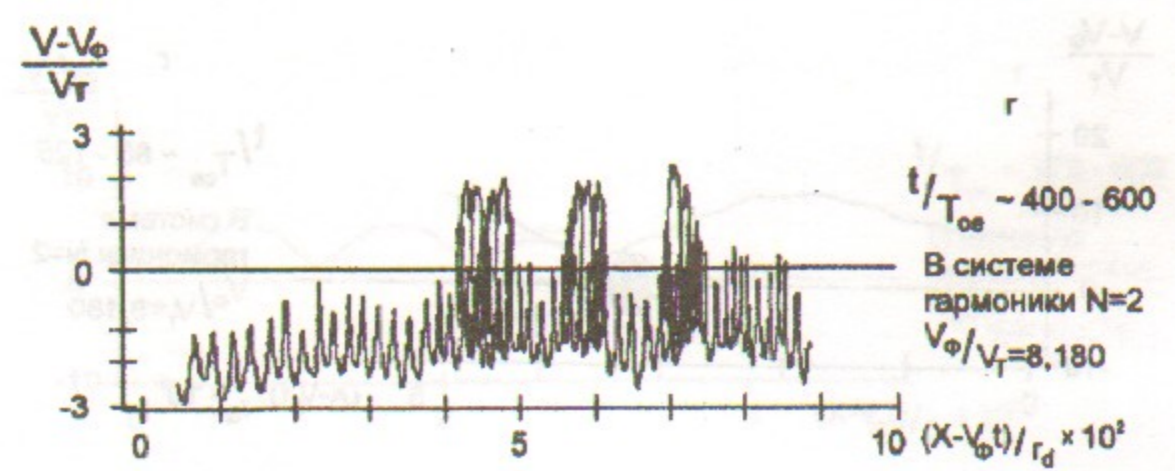
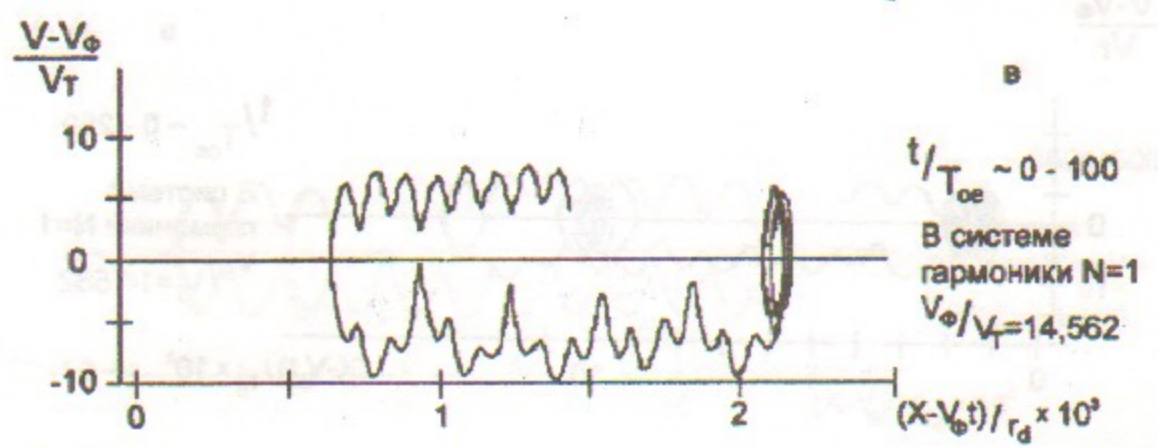
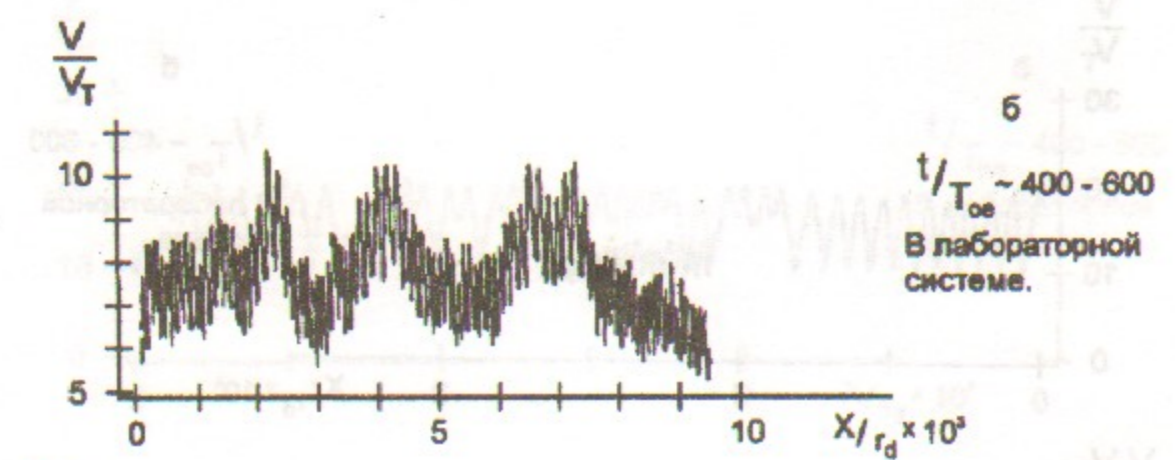
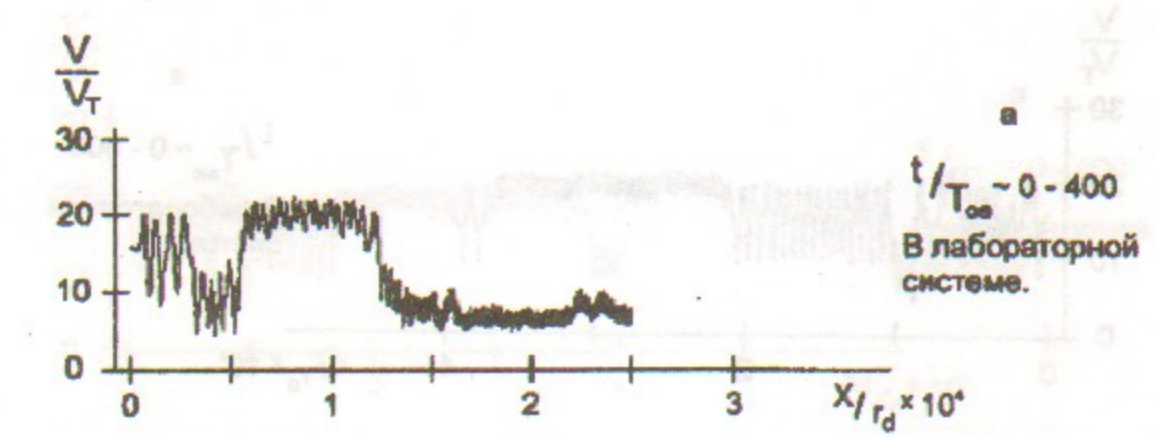


Рис. 15: Траектория частицы 4 на фазовой плоскости. Случай 1-2.  $x_0/r_d = 79, V_0/V_T = 15,9$ .

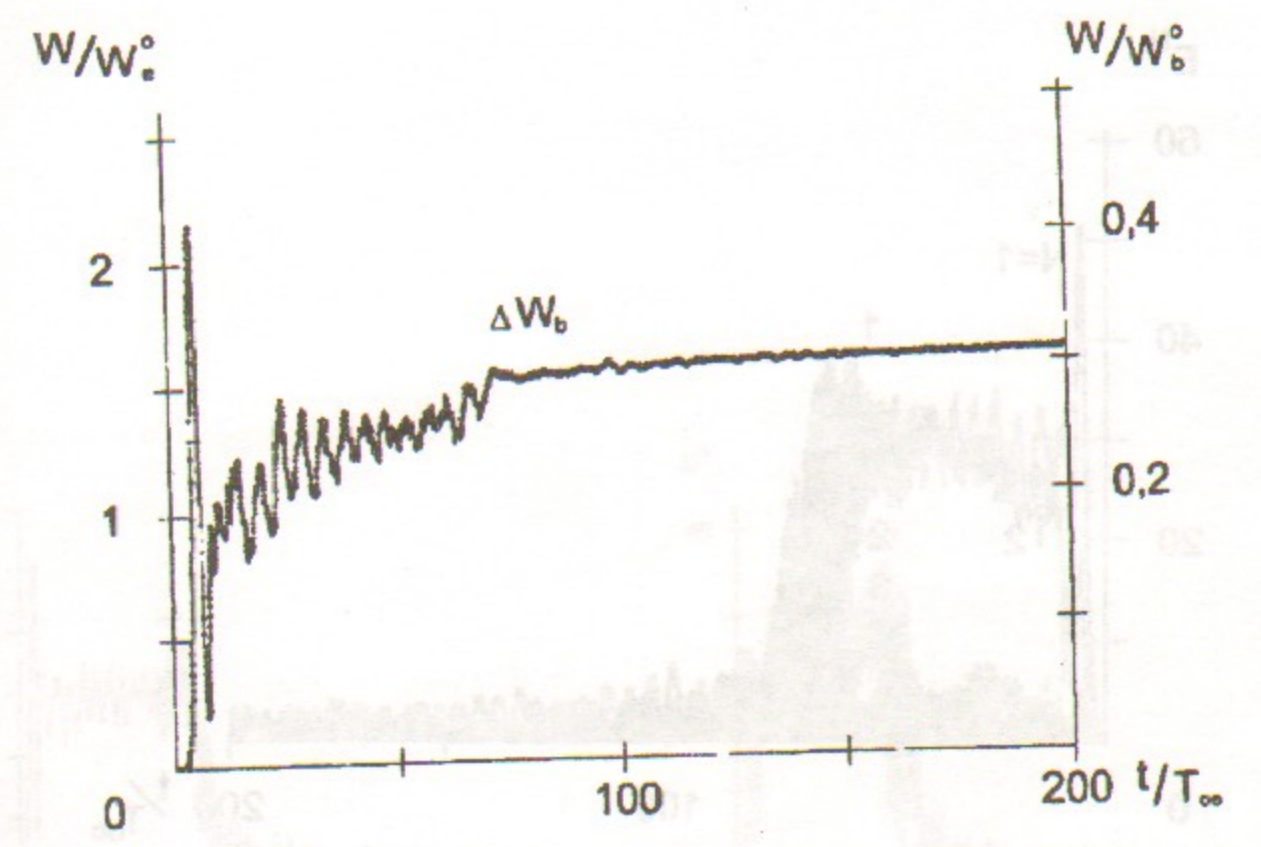


Рис. 16: Зависимость от времени потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$ . Случай 1-3.

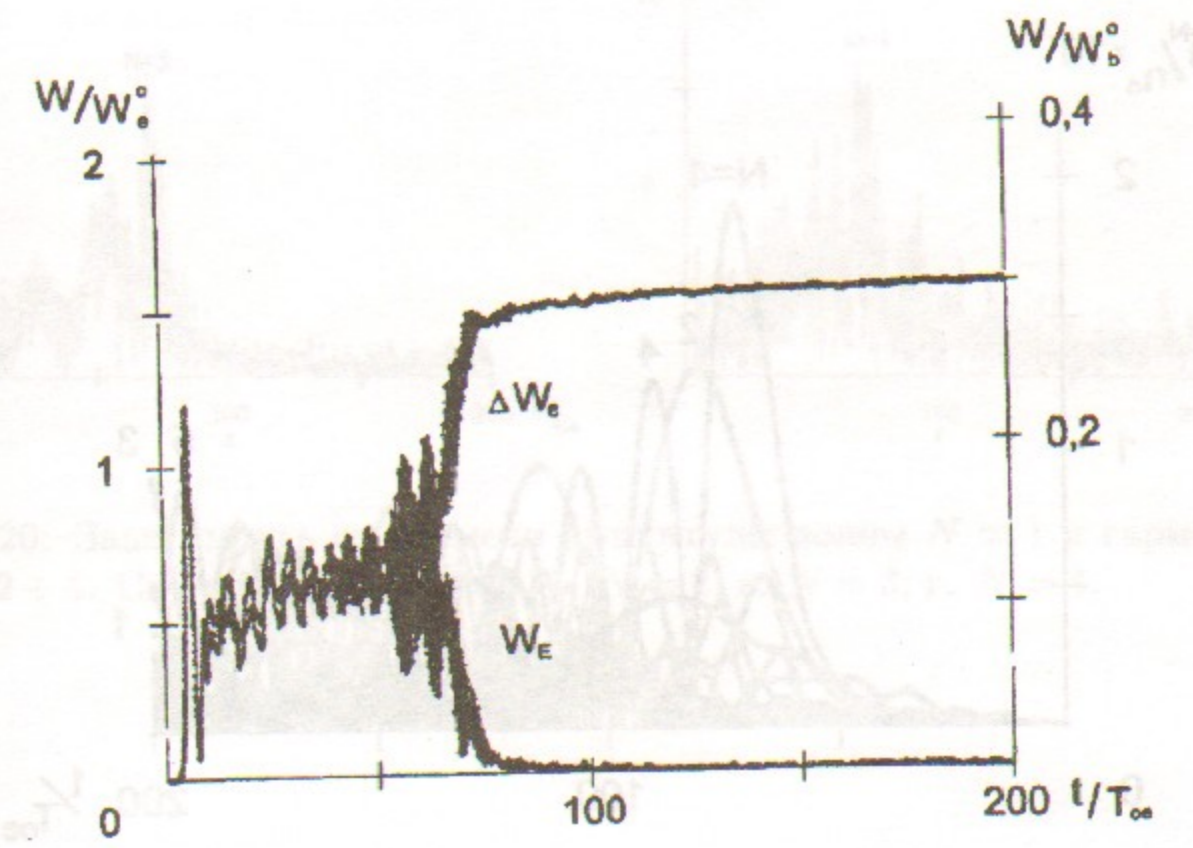


Рис. 17: Зависимость от времени энергии поля  $W_E$  и энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай 1-3.



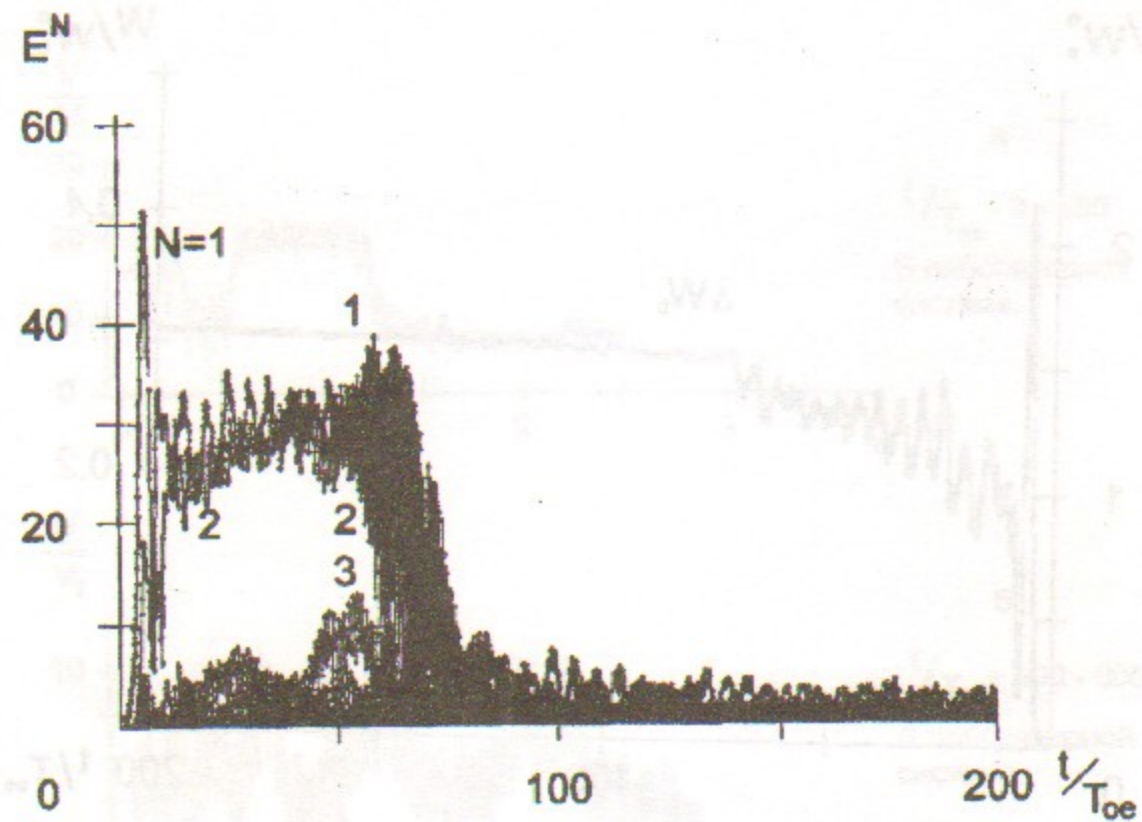


Рис. 18: Зависимость от времени амплитуды волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 20$ . Случай 1-3.

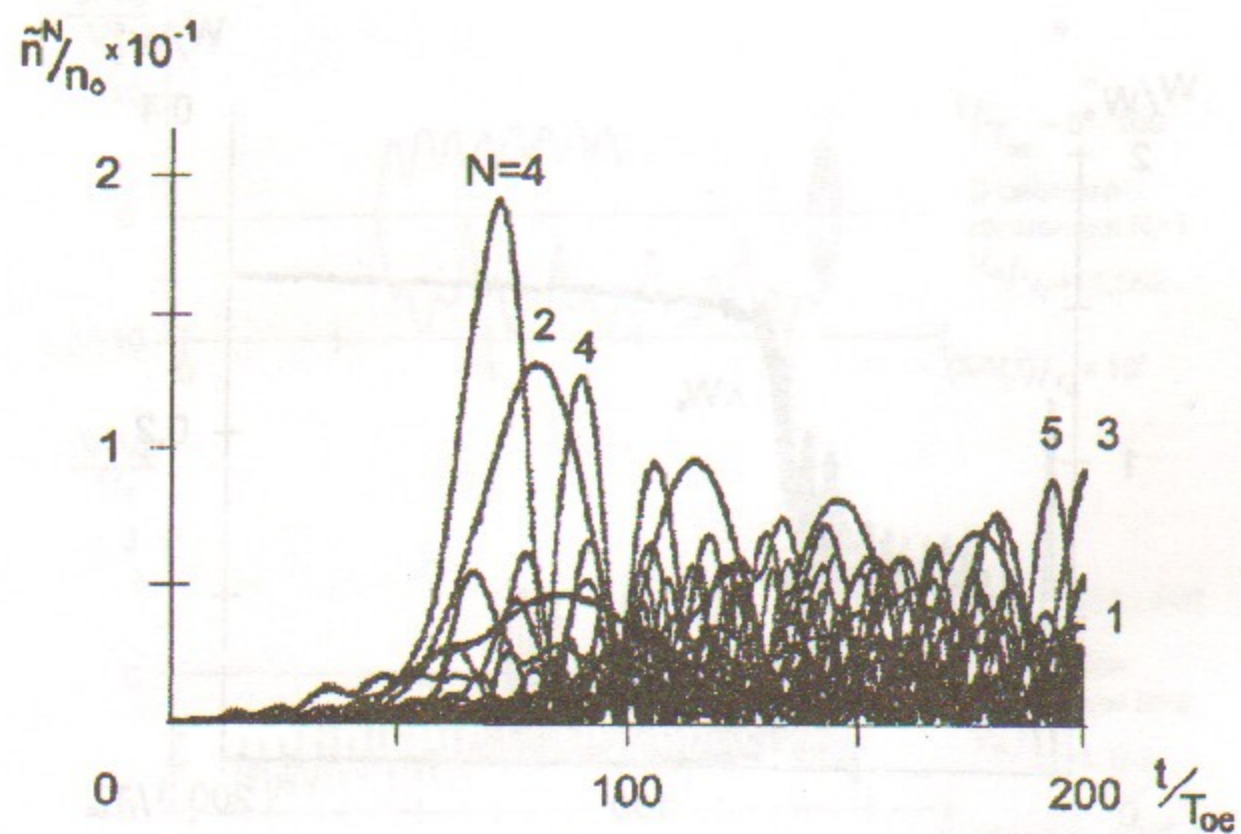


Рис. 19: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности  $N_i = 1 \div 20$ . Случай 1-3.

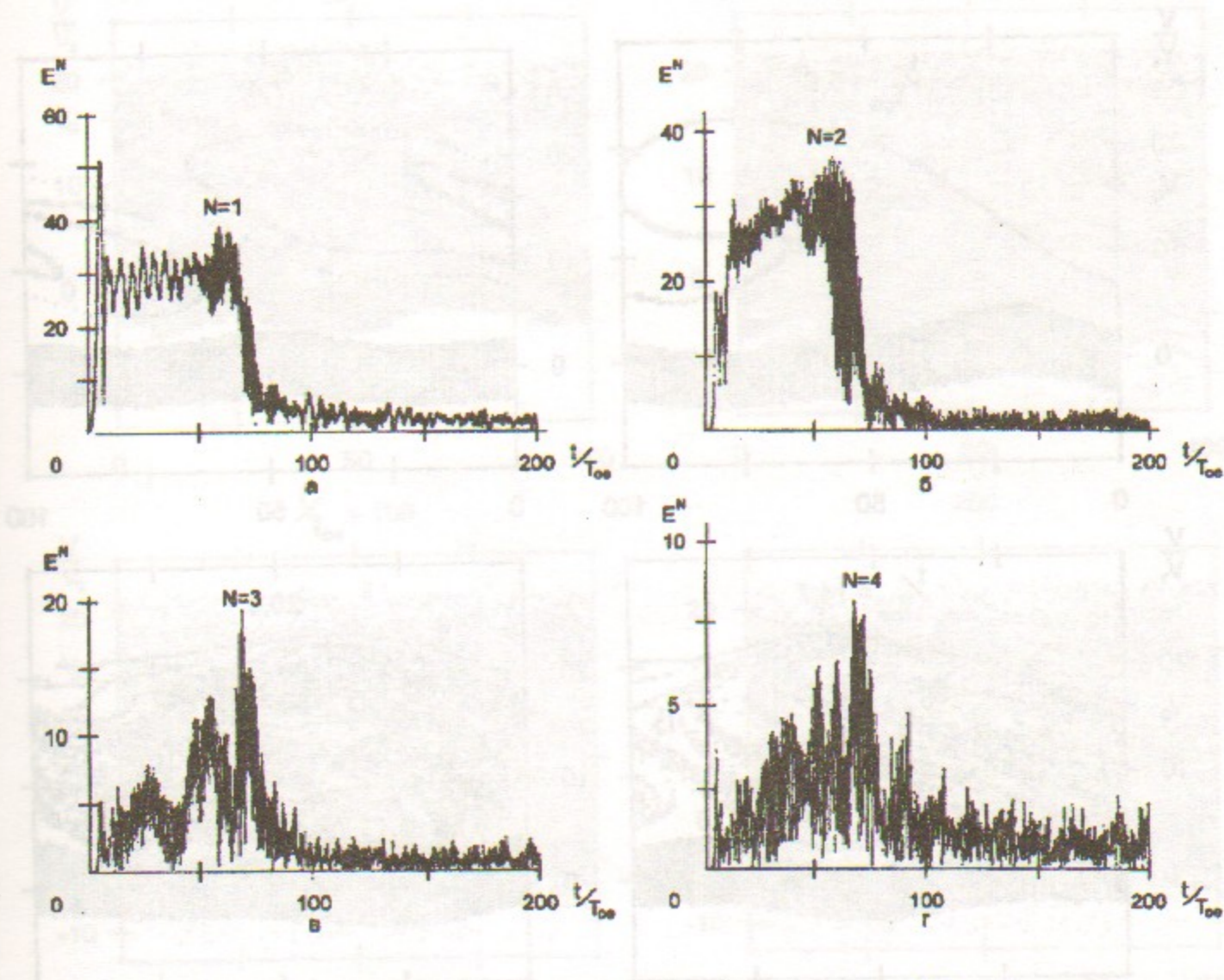


Рис. 20: Зависимость от времени амплитуды волны  $N = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 4$ . Случай 1-3. а.  $N = 1$ , б.  $N = 2$ , в.  $N = 3$ , г.  $N = 4$ .



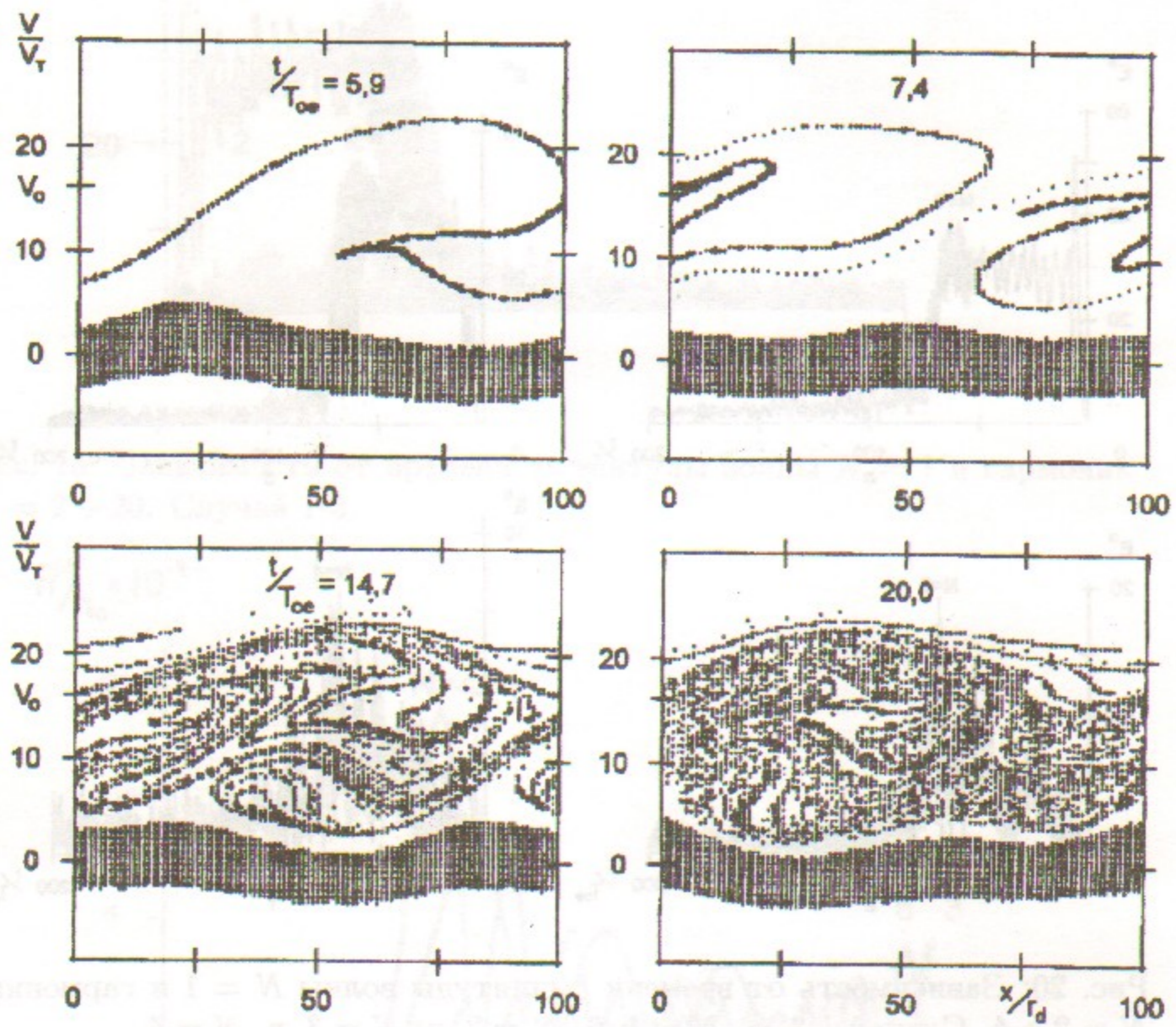


Рис. 21: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-3.

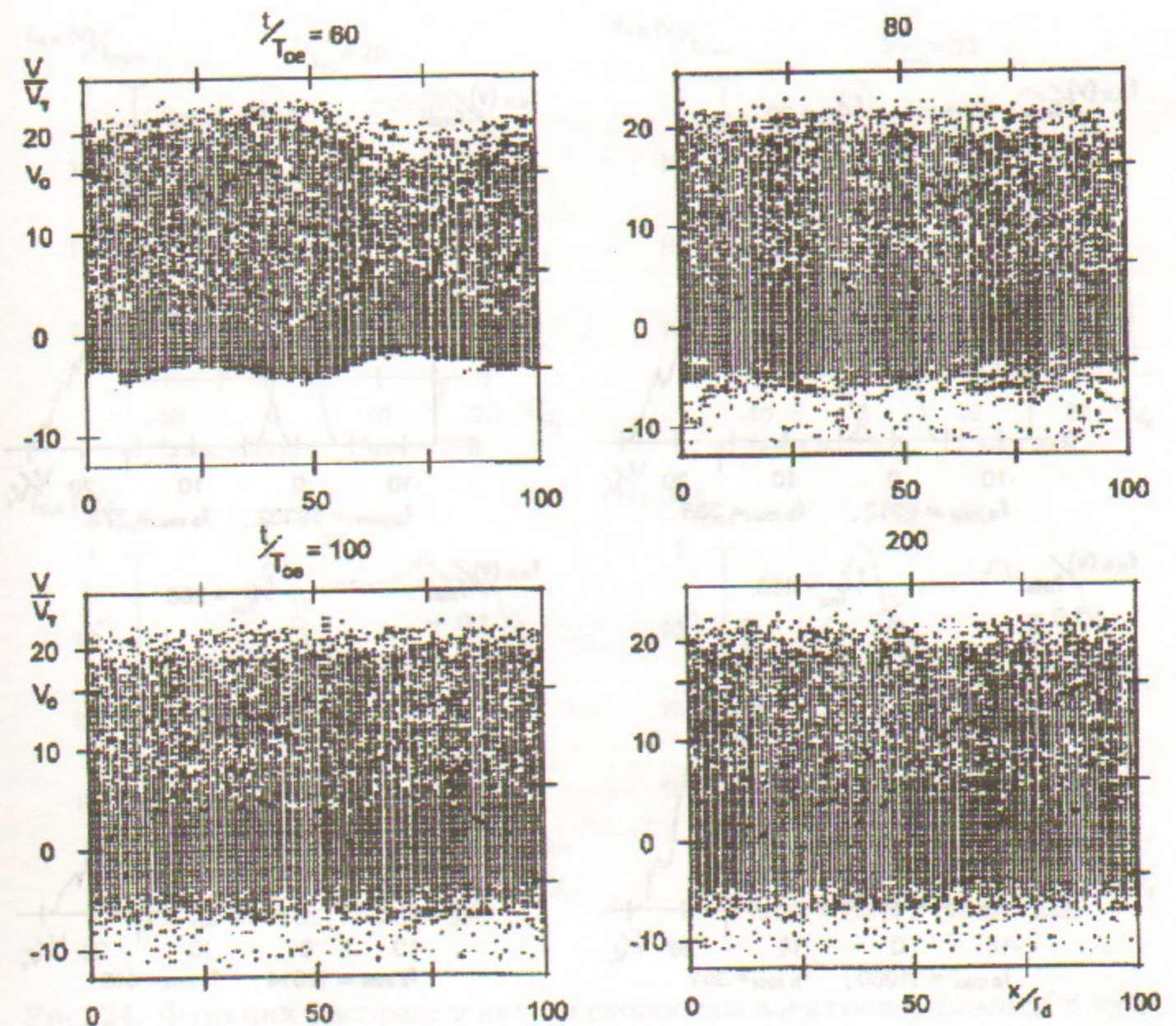


Рис. 22: Фазовые плоскости электронов. Случай 1-3.



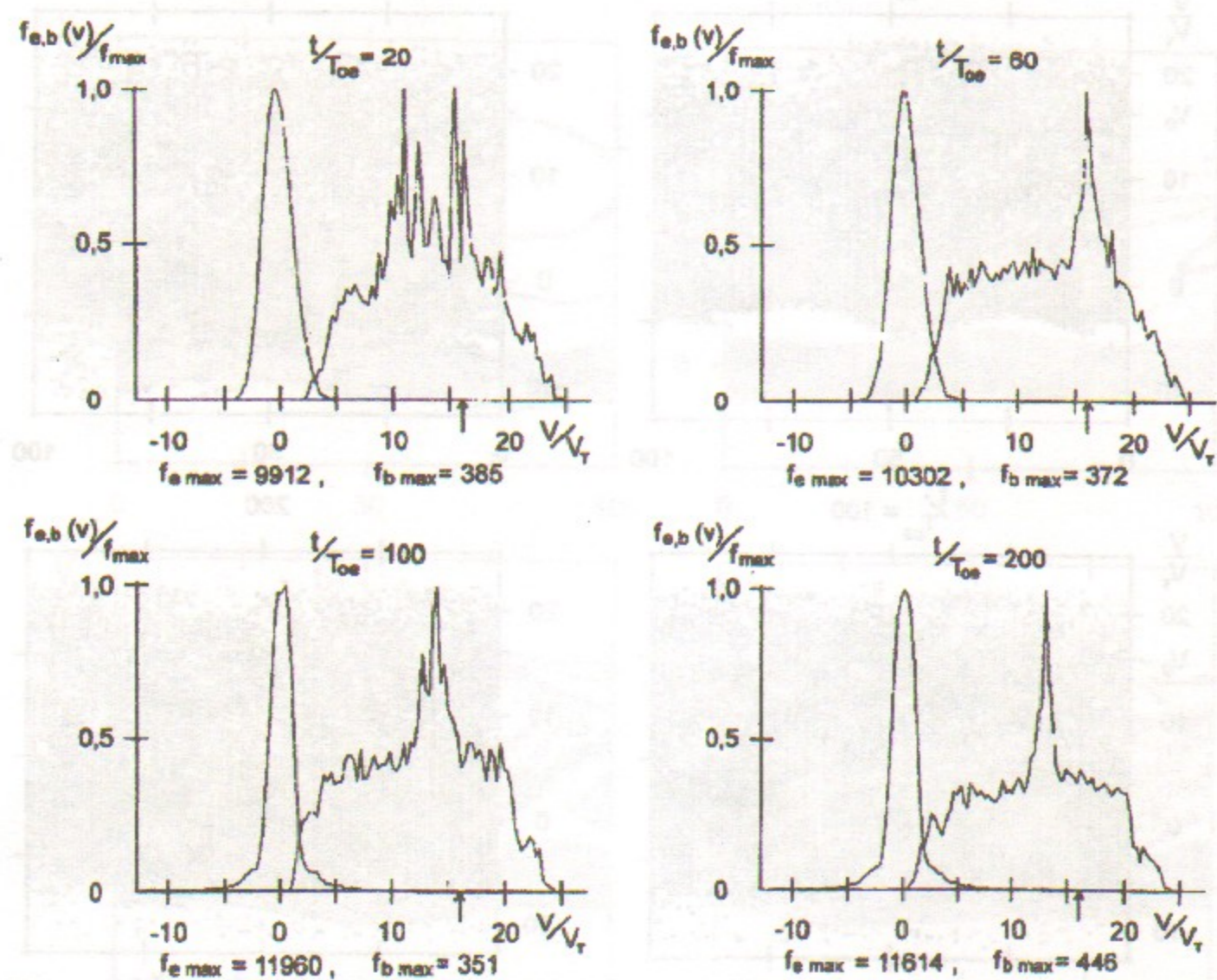


Рис. 23: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Стрелкой отмечена скорость пучка  $V_0/V_T = 15,9$ .

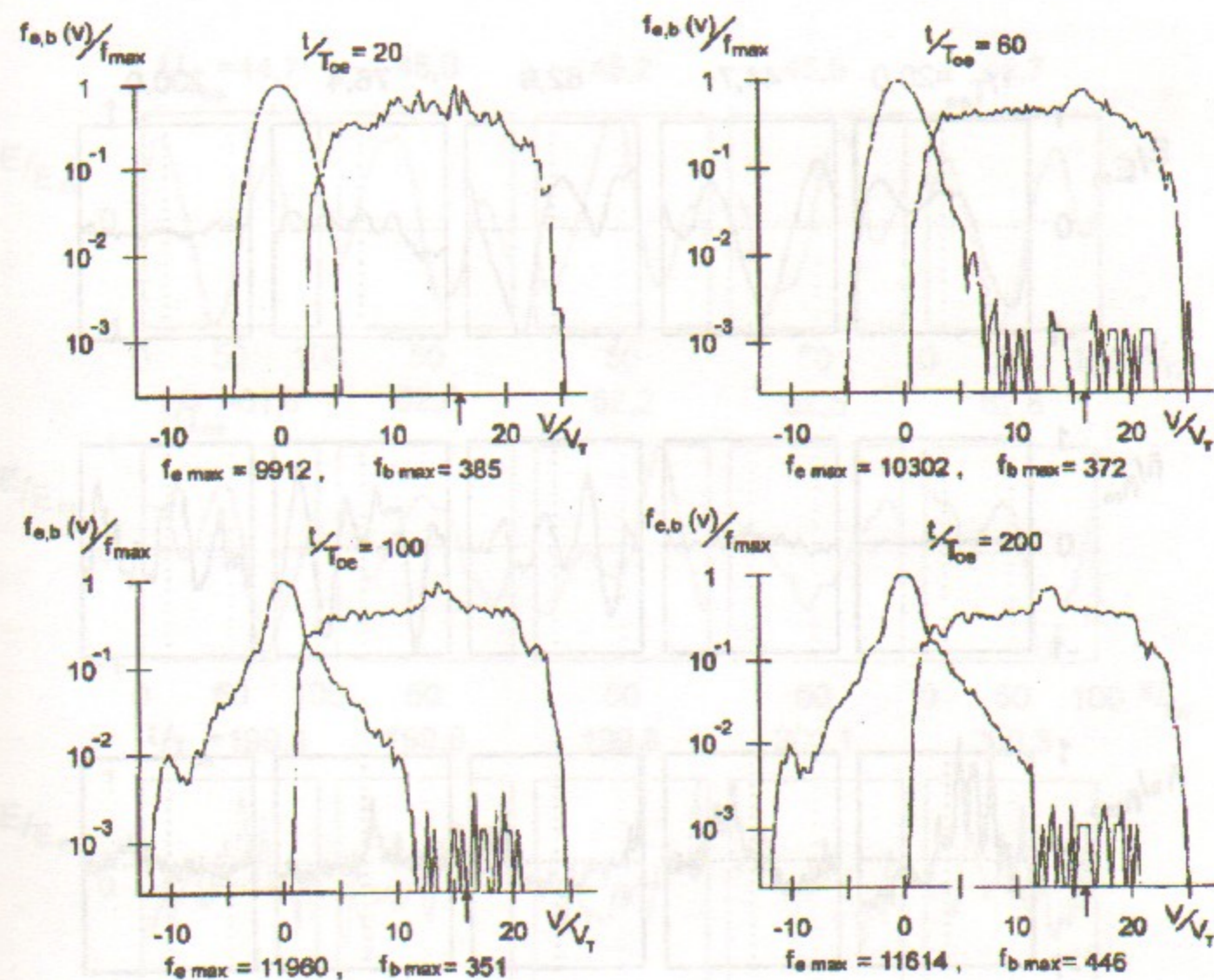


Рис. 24: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка (логарифмический масштаб). Стрелкой отмечена скорость пучка  $V_0/V_T = 15,9$ .



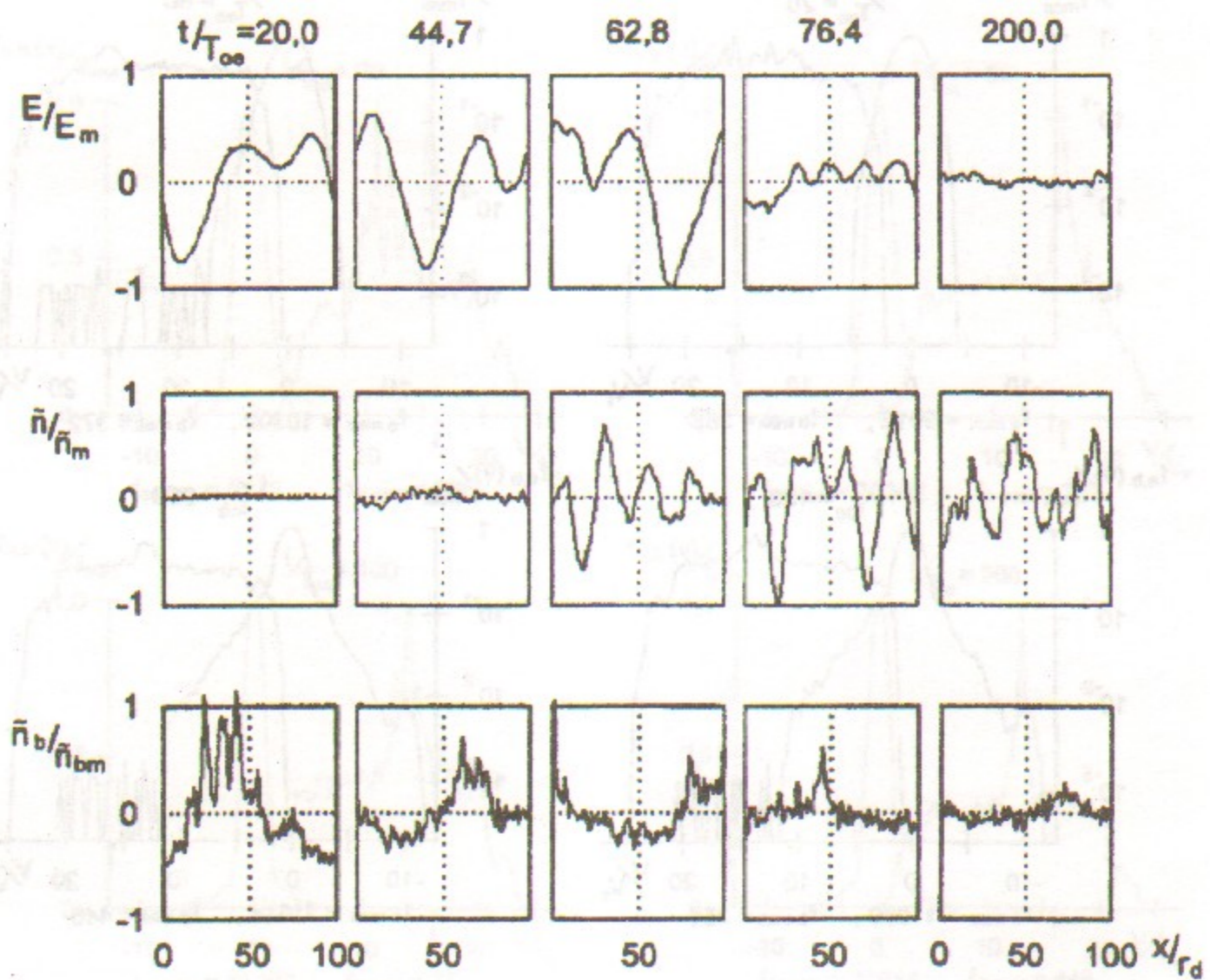


Рис. 25: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 1-3.  $E_m = 74,42$ ,  $\tilde{n}_m/n_o = 0,34$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 1,51$ .

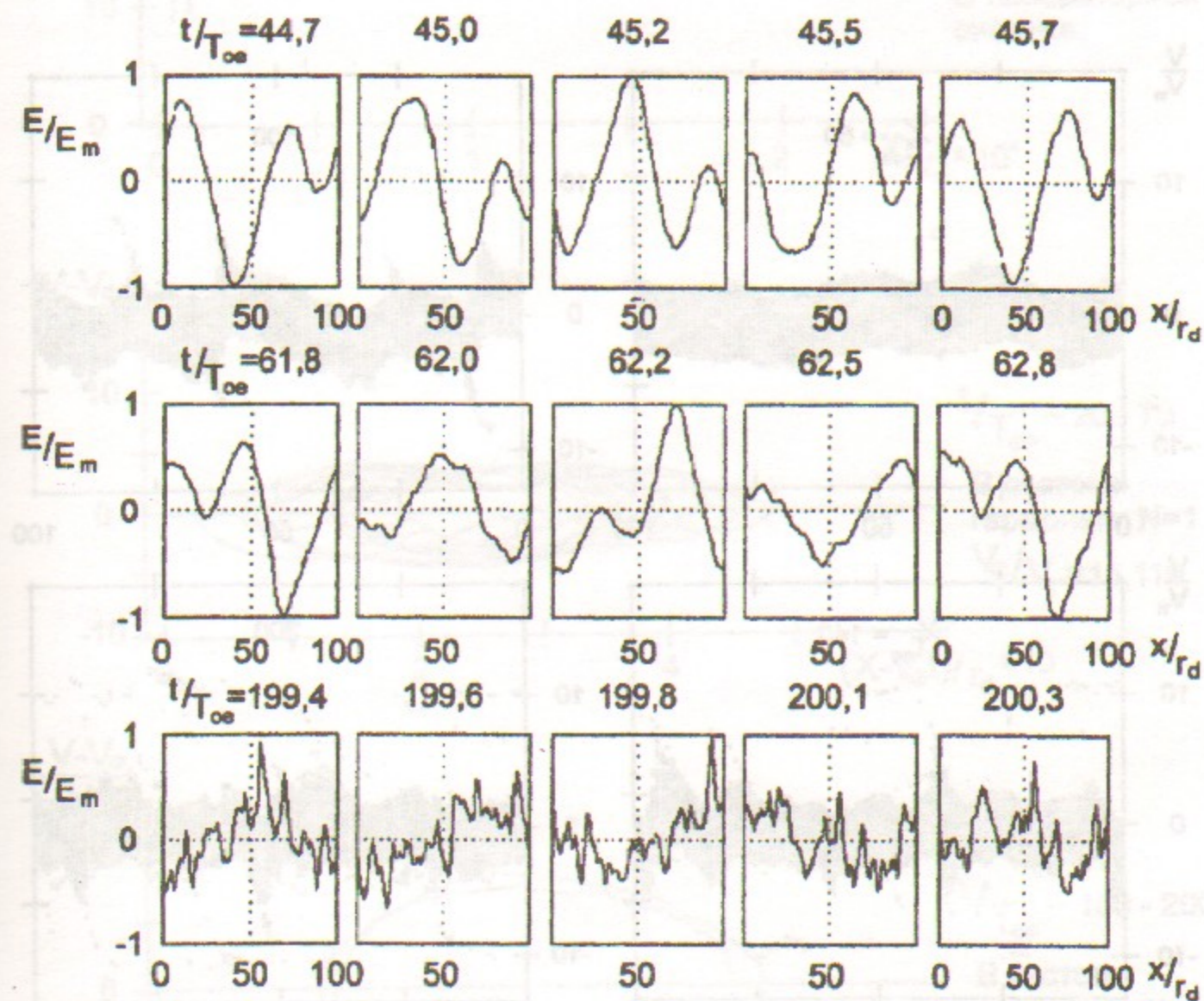


Рис. 26: Распределение поля  $E(x)$  в течение периода  $\sim T_{oe}$ . Случай 1-3. а.  $E_m = 61,13$ , б.  $E_m = 74,42$ , в.  $E_m = 9,59$ .



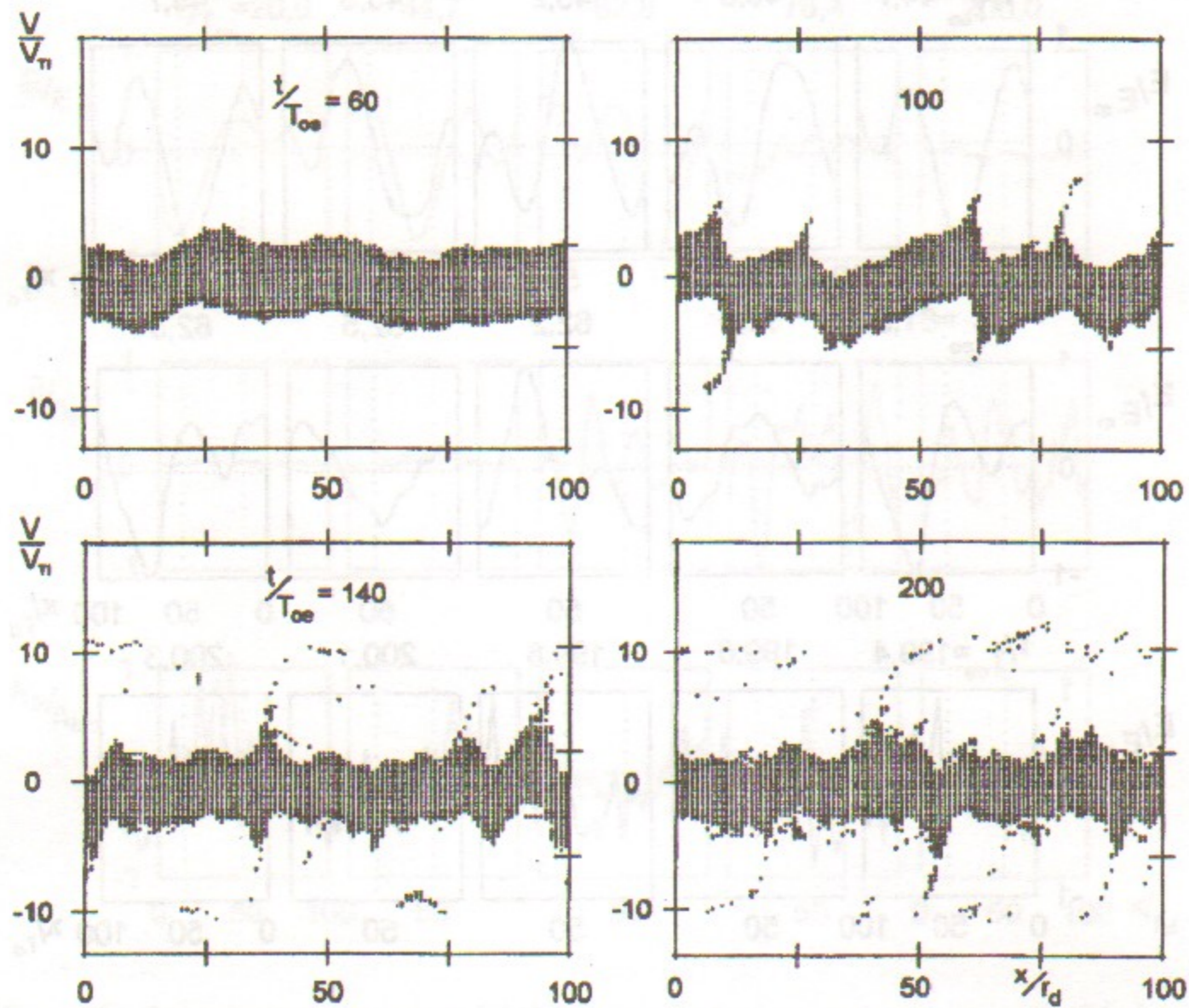


Рис. 27: Фазовые плоскости ионов. Случай 1-3.

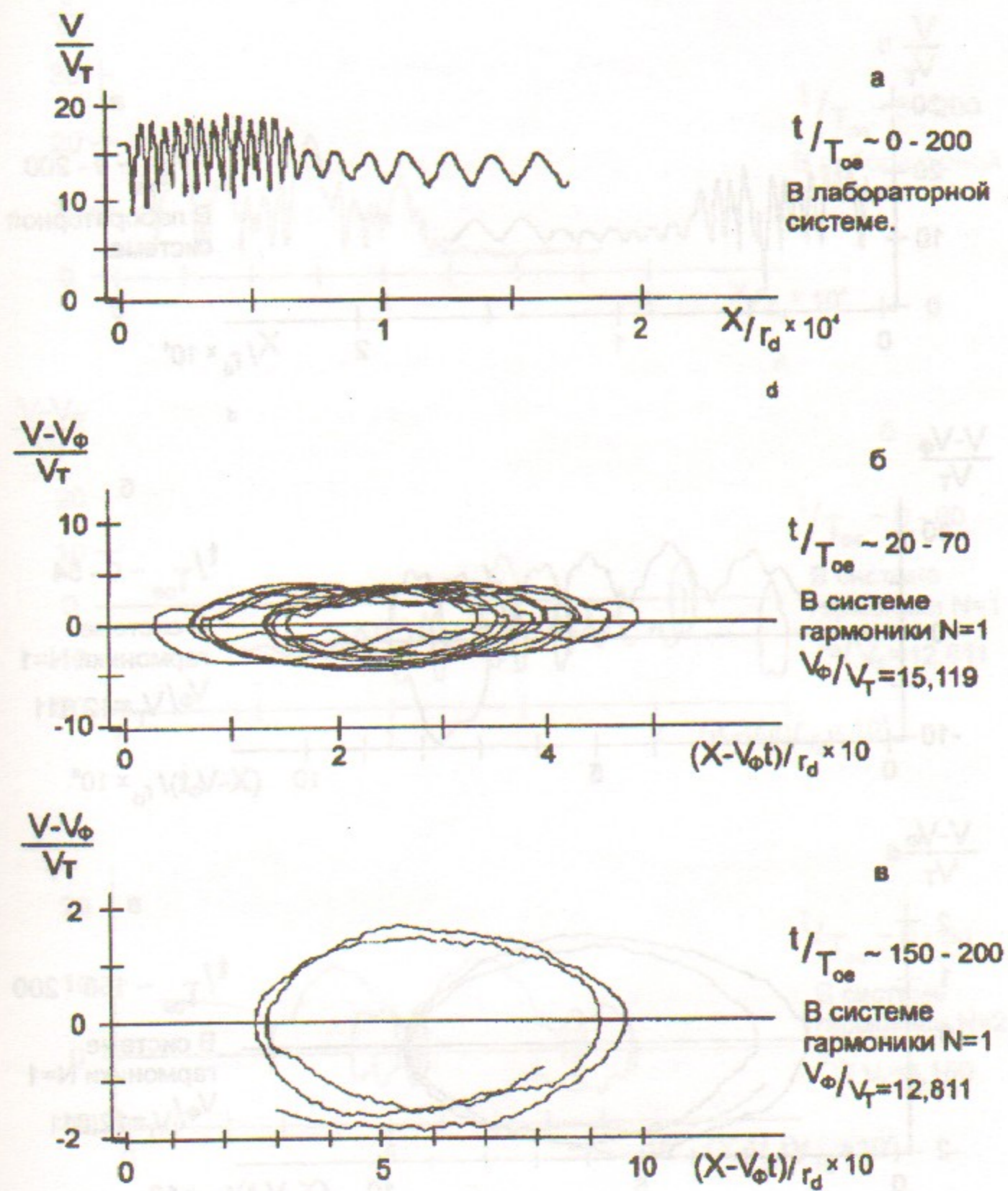


Рис. 28: Траектория частицы 1 на фазовой плоскости. Случай 1-3.  $x_o/r_d = 20, V_o/V_T = 15,9.$



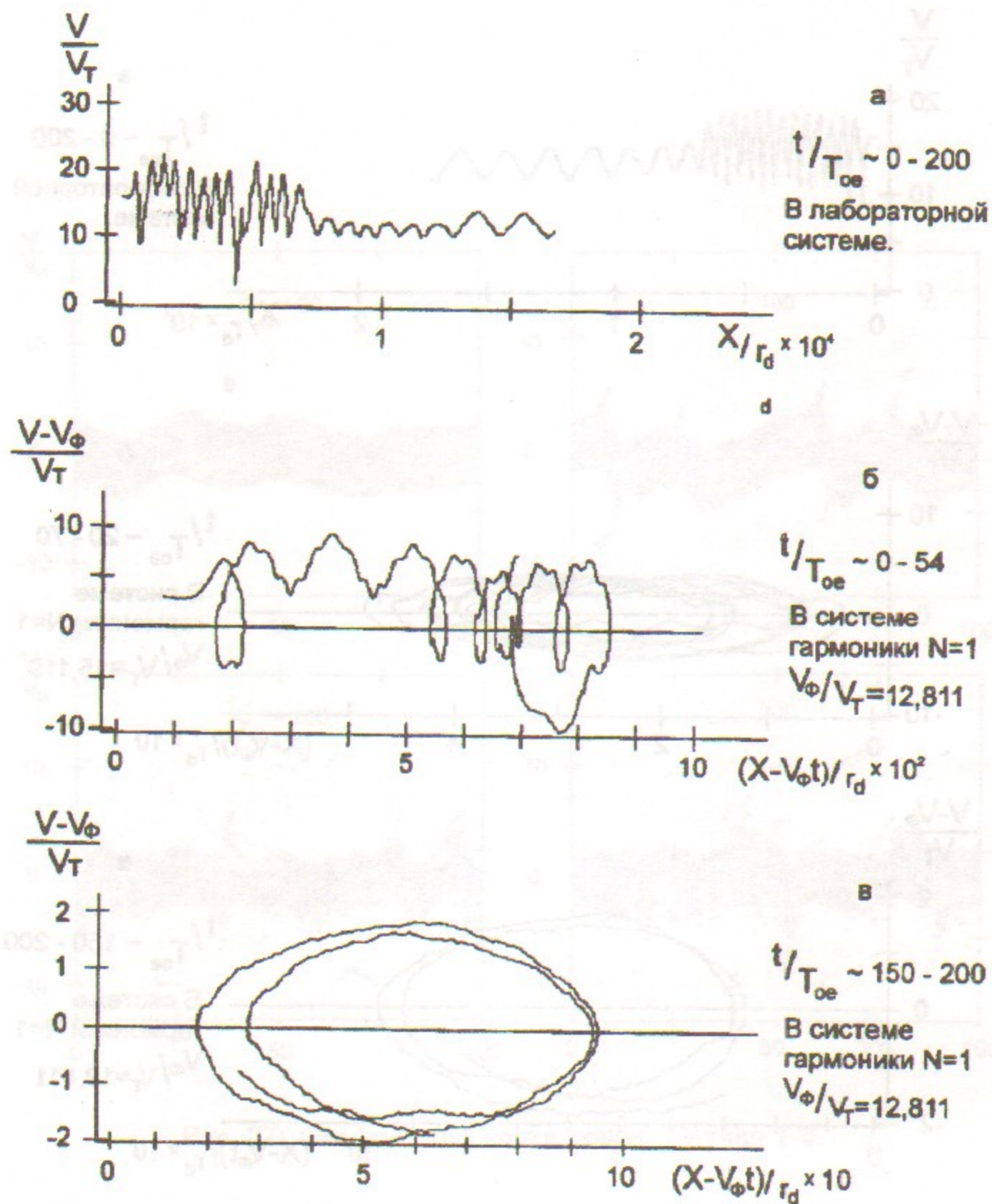


Рис. 29: Траектория частицы 2 на фазовой плоскости. Случай 1-3.  
 $x_o/r_d = 79, V_o/V_T = 15,9.$

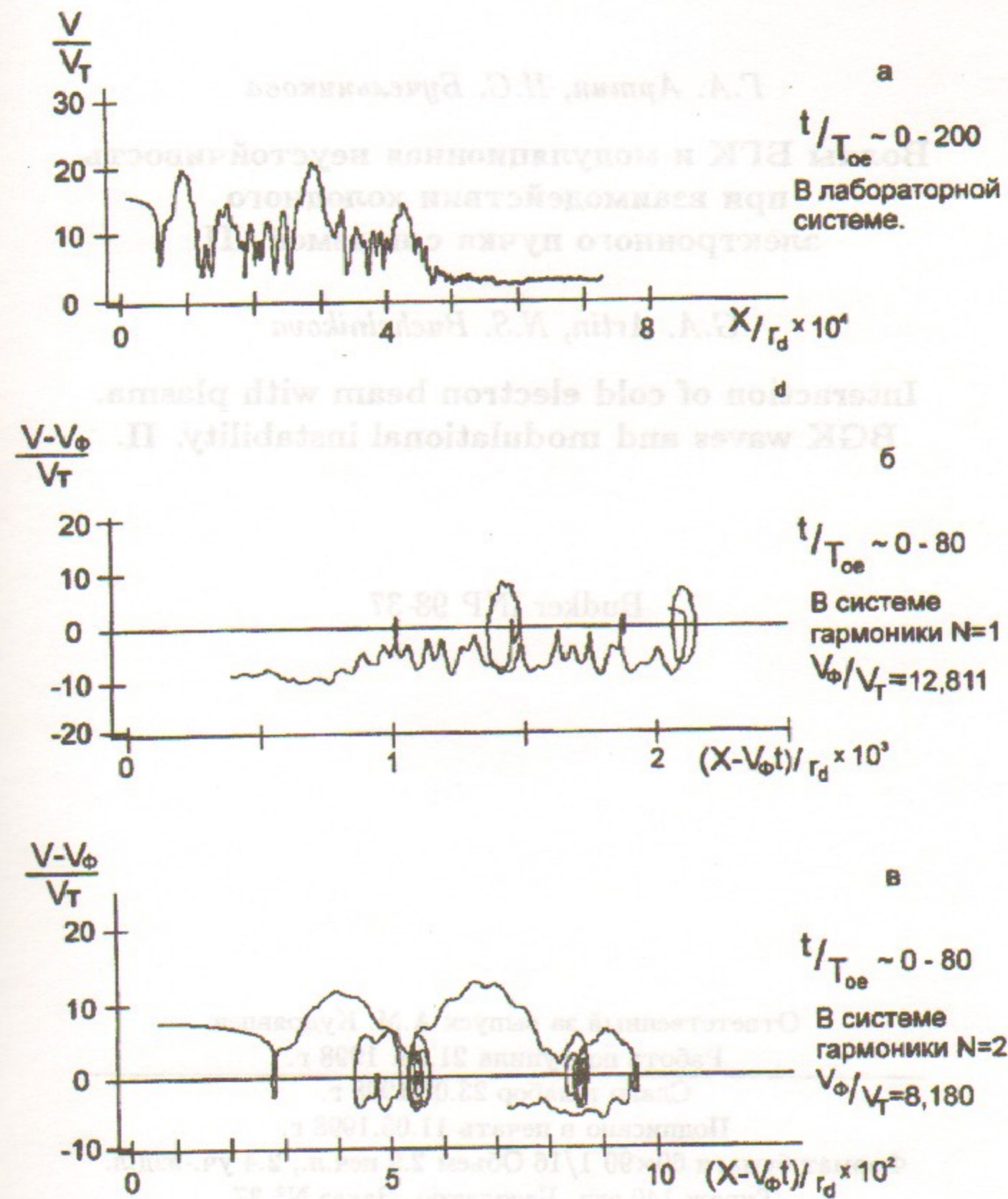


Рис. 30: Траектория частицы 3 на фазовой плоскости. Случай 1-3.  
 $x_o/r_d = 61, V_o/V_T = 15,9.$



*Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова*

**Волны БГК и модуляционная неустойчивость  
при взаимодействии холодного  
электронного пучка с плазмой. II.**

*G.A. Artin, N.S. Buchelnikova*

**Interaction of cold electron beam with plasma.  
BGK waves and modulational instability. II.**

Budker INP 98-37

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 21.05. 1998 г.

Сдано в набор 23.05.1998 г.

Подписано в печать 11.05.1998 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.9 печ.л., 2.4 уч.-изд.л.

Тираж 140 экз. Бесплатно. Заказ № 37

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
роталпринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.