



Сибирское отделение Российской Академии наук
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера

*A. 86
1998*

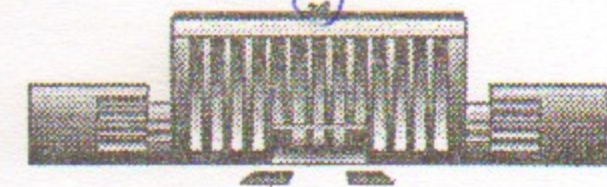
Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

**ВОЛНЫ БГК
И МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ХОЛОДНОГО
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ПЛАЗМОЙ. IV.**

ИЯФ 98-79

<http://www.inp.nsk.su/publications>

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
Физики СО АН СССР
ИНВ. № *207*



НОВОСИБИРСК

1998

Волны БГК и модуляционная неустойчивость при взаимодействии холодного электронного пучка с плазмой. IV.

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с параметрами $V_0/V_T = 15,9$; $n_b/n_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ в одномерной бесстолкновительной плазме с подвижными ионами в системе длиной $L = 3\lambda = 300r_d$.

Показано, что развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию стационарной волны БГК-типа, устойчивой относительно сателлитной и модуляционной неустойчивости. При задании затравочной волны-сателлита развитие пучковой и сателлитной неустойчивости приводит к формированию стационарной структуры БГК-типа на фазовой плоскости.

Interaction of cold electron beam with plasma. BGK waves and modulational instability. IV.

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

Budker Institute of Nuclear Physics
630090 Novosibirsk, Russia

Abstract

The instability of a cold electron beam ($V_0/V_T = 15,9$; $n_b/n_0 \sim 5 \cdot 10^{-4}$) in onedimensional collisionless plasma with mobile ions in a "long" system ($L = 3\lambda = 300r_d$) was studied in numerical experiment (PIC-method).

It was shown that the evolution of the beam-plasma instability leads to the formation of stable stationary BGK-type wave. If a small-amplitude sideband wave is set at the initial moment, the evolution of the beam-plasma instability and the sideband instability leads to the formation of stable stationary BGK-type structure on the phase plane.

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов большой скорости $V_0 \gg V_T$ в одномерной бесстолкновительной плазме с подвижными ионами в "длинной" системе $L = 3\lambda$. Исследуется пучок с плотностью $n_b/n_0 = 5 \cdot 10^{-4}$. Работа является продолжением работ [1а,б,в], в которых исследовалась неустойчивость пучка с плотностью $n_b/n_0 = (0,5 \div 30) \cdot 10^{-2}$ в "короткой" системе $L = \lambda$.

В работах [1а,б,в] было показано, что пучковая неустойчивость приводит к развитию основной волны — гармоники с максимальным инкрементом. Нелинейная стадия пучковой неустойчивости определяется захватом электронов пучка этой волной. Существенную роль для дальнейшего развития играет сателлитная неустойчивость [2], которая развивается на нелинейной стадии пучковой неустойчивости и обусловлена изменением распределения электронов пучка по скорости при их захвате основной волной и захватом электронов пучка гармониками-сателлитами. Скорость роста гармоник-сателлитов, согласно [2], зависит от разницы скорости пучка V_0 (или близкой к V_0 фазовой скорости основной волны) и фазовой скорости гармоники — $\Delta V_\phi^N = V_0 - V_\phi^N$ и уменьшается с ростом ΔV_ϕ^N .

В системе с периодическими граничными условиями возможно возбуждение только ограниченного числа гармоник с номерами $N = L/\lambda^N = 1, 2, 3, \dots$. В работах [1а,б,в] скорость пучка $V_0/V_T = 15,9$ выбрана так, чтобы при пучковой неустойчивости гармоника с максимальным инкрементом имела длину волны $\lambda/r_d = 100$, равную длине системы и номер гармоники $N = 1$. При этом отличие фазовых скоростей гармоник $N \geq 2$ ($V_\phi^N < V_0$) от V_0 достаточно велико (для самой близкой к $N = 1$ гармоники $N = 2$ $(V_0 - V_\phi^{II})/V_T \sim 7,7$), так что инкремент нарастания амплитуды гармоник при сателлитной неустойчивости должен быть мал даже для

$N = 2$. Действительно, в случае с $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$ [1a] сателлитной неустойчивости не наблюдается. Развитие пучковой неустойчивости в этом случае приводит к формированию стационарной волны БГК-типа, устойчивой относительно сателлитной [3] и модуляционной неустойчивости.

При увеличении амплитуды основной волны инкремент сателлитной неустойчивости может возрасти за счет нелинейных эффектов захвата и замедления электронов пучка гармоникой-сателлитом [16]. Действительно, в работах [16,в] показано, что при увеличении n_b/n_o растет амплитуда основной волны и одновременно с пучковой неустойчивостью начинает развиваться сателлитная неустойчивость.

Возбуждение гармоник-сателлитов приводит к модуляции волны и модуляционной неустойчивости. Развитие модуляционной неустойчивости приводит к затуханию волны в результате развития стохастической неустойчивости движения электронов плазмы [4]. При $\frac{n_b}{n_o} \sim (1 \div 2) \cdot 10^{-2}$ [16] полного затухания волны не происходит — после сброса части энергии затухание прекращается или замедляется, параллельно формируется волна БГК-типа. При $\frac{n_b}{n_o} \sim (4 \div 6) \cdot 10^{-2}$ [1в] развитие модуляционной неустойчивости приводит к коллапсу, разрушению формирующейся волны БГК, затуханию поля и поглощению его энергии электронами плазмы.

В настоящей работе исследуется пучок с той же скоростью $V_o/V_T = 15,9$, что и в работах [1а,б,в], так что длина волны гармоники с максимальным инкрементом та же — $\lambda = 100r_d$. Однако, длина системы в настоящей работе $L = 300r_d = 3\lambda$, так что номер гармоники основной волны $N = 3$. При этом отличие фазовых скоростей гармоник $N \geq 4$ ($V_\phi^N < V_o$) от V_o — меньше, чем в работах [1а,б,в] (для самой близкой к $N = 3$ гармоники $N = 4$ ($V_o - V_\phi^{IV})/V_T \sim 3,8$), так что инкременты нарастания гармоник-сателлитов при тех же параметрах пучка должны быть больше. Действительно, при $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$ в системе с $L = 300r_d$ развивается сателлитная и модуляционная неустойчивость, которая приводит к коллапсу. Однако, при уменьшении n_b/n_o можно найти параметры пучка, при которых сателлитная неустойчивость не играет роли. Такой случай и рассмотрен в настоящей работе.

Найдено, что при $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-4}$ развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию стационарной волны БГК-типа, а сателлитная неустойчивость не наблюдается. При $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-4}$ и задании затравочной волны $N = 4$ развивается сателлитная неустойчивость, которая приводит к росту амплитуды этой волны, но новые гармоники-сателлиты не возбуждаются. Развитие сильной стохастической неустойчивости движения электронов пучка в районе областей захвата основной

волны и гармоники-сателлита приводит к формированию стационарной структуры БГК-типа.

Сопоставляя результаты настоящей работы и работы [1а], можно сделать вывод, что устойчивая волна или структура БГК-типа формируется в тех случаях, когда скорость формирования этой структуры (скорость “размешивания” захваченных электронов пучка на фазовой плоскости) больше скорости нарастания гармоник-сателлитов, а параметры структуры удовлетворяют условиям устойчивости относительно сателлитной [3] и модуляционной неустойчивости [5,6].

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной $L/r_d = 300$ с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям с $T_e/T_i = 30$, $M/m = 10^2$, обрезанное на скорости $V \sim \pm 2,8V_T$ из-за ограниченности числа счетных частиц ($N^e \sim 10^5$ на длине $100r_d$).

Задается холодный (монохроматический) пучок со скоростью $V_o/V_T = 15,9$. Для эффективного увеличения числа частиц пучка применяется метод “взвешивания”, эквивалентный тому, что один электрон дробится на β частиц (b -электронов) с массой m/β и зарядом e/β , но с тем же отношением e/m , как у электрона.

Рассматривается два случая — случай 2-1 и случай 2-2 с одинаковыми параметрами: $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-4}$; число электронов пучка на длине $100r_d$ $N^b = 50$; число “взвешенных” b -электронов на длине $100r_d$ $N^{b'} = 1 \cdot 10^4$; энергия электронов пучка $W_b^o/W_e^o = 0,1297$ (W_e^o — тепловая энергия электронов плазмы).

В обоих случаях в начальный момент времени задается затравочная ленгмюровская волна малой амплитуды $E/(\frac{mr_d}{eT_{oe}}) = 1$ с длиной волны $\lambda/r_d = 100$, номером гармоники $N = L/\lambda = 3$ и фазовой скоростью $V_\phi/V_T = 16,1$. В случае 2-2, кроме того, задается затравочная ленгмюровская волна с $\lambda/r_d = 75$, $N = 4$, $V_\phi/V_T = 12,1$, $E/(\frac{mr_d}{eT_{oe}}) = 0,7$. В случае 2-1 такая волна не задается.

В начальный момент задается 100 пробных частиц ($e = m = 0$, e/m то же, что у электрона) со скоростью, равной скорости электронов пучка $V_o/V_T = 15,9$, равномерно распределенных на длине $100r_d$. Прослеживается 18 траекторий пробных частиц на фазовой плоскости.

Подробности постановки и описания численного эксперимента приведены в работе [1а].

Отметим, что в тексте и на рисунках поле E и амплитуда гармоник E^N нормируются на mr_d/eT_{oe}^2 .

Рассмотрим случай 2-1: $L/r_d = 300$; $V_o/V_T = 15,9$; $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-4}$; $\frac{W_b^o}{W_e^o} = 0,13$.

На рис. 1 показана зависимость от времени потерь энергии электронов пучка $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ и энергии поля W_E , на рис. 2 — амплитуды гармоник поля E^N . На рис. 3 показано распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$, на рис. 4,5 — фазовые плоскости электронов, на рис. 6,8,10 — функции распределения по скорости электронов плазмы и пучка (b -электронов), на рис. 7,9,11 — распределение поля $E(x)$ и $\tilde{n}_b(x)$, на рис. 12 — зависимость от времени амплитуды гармоник возмущения плотности \tilde{n}^N .

Из рис. 1,2 видно, что начальная стадия неустойчивости имеет тот же характер, что и в случае 1-1 в "короткой" системе [1а,б,в]. Действительно, с самого начала выделяется гармоника $N = 3$ с длиной волны $\lambda = 100r_d$. Нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом электронов пучка, что видно по фазовым плоскостям электронов (рис. 4) и колебаниям на кривых $W(t)$, $E^{III}(t)$ (рис. 1,2). Первый максимум кривой $E^{III}(t)$ достигается в $t/T_{oe} \sim 11,0$, при этом $E_{\max}^{III} \sim 5,3$; $V_{z \max} = 2\sqrt{\frac{e\varphi_{\max}}{m}} \sim 2,92V_T$. $W_{E \max} \sim 9,27 \cdot 10^{-3}W_e^o \sim 7,15 \cdot 10^{-2}W_b^o$; $\Delta W_{b \max} \sim 1,87 \cdot 10^{-2}W_e^o \sim 14,4 \cdot 10^{-2}W_b^o$.

Из рис. 1,2 видно, что $W(t)$ и $E^{III}(t)$ меняются с периодом $T_B \sim 13T_{oe}$, соответствующим периоду оборота захваченных частиц. Максимумы и минимумы этих кривых соответствуют определенным фазам захваченных частиц. Это видно из рис. 4, где показаны фазовые плоскости в моменты времени, соответствующие первому максимуму и минимуму, второму и третьему максимуму кривой $E^{III}(t)$ — $t/T_{oe} \sim 11,0 - 16,4 - 23,9 - 38,1$.

Развитие пучковой неустойчивости в случае 2-1 исследовалось в течение длительного времени $t/T_{oe} \sim 0 - 600$ ($\omega_{oe}t \sim 3800$) порядка 45 оборотов захваченных частиц. Из рис. 2 видно, что гармоника $N = 3$ во всем интервале времени остается основной волной. Остальные гармоники имеют шумовой характер и их максимальные амплитуды не превышают величины $E_{\max}^N \sim 0,13$ от средней амплитуды волны $N = 3$.

Из рис. 1,2 видно, что колебания $W(t)$, $E^{III}(t)$, обусловленные захваченными частицами, сохраняются, но их амплитуда постепенно умень-

шается. Наблюдается модуляция $W(t)$, $E^{III}(t)$ с периодом порядка нескольких периодов захваченных частиц. Амплитуда огибающей этих колебаний также уменьшается.

Из рис. 1,2 видно, что в $t/T_{oe} > 100$ средняя величина потерь энергии электронов пучка сохраняется — $\Delta W_{b \text{ ср}} \sim 6,84 \cdot 10^{-3}W_e^o \sim 5,28 \cdot 10^{-2}W_b^o$. Практически сохраняются и средние величины W_E и E^{III} — в $t/T_{oe} \sim 500 - 600$ $W_{E \text{ ср}} \sim 3,33 \cdot 10^{-3}W_e^o \sim 2,57 \cdot 10^{-2}W_b^o$; $E^{III} \sim 3,3$; $V_{z \text{ ср}} \sim 2,24V_T$. Отметим, что небольшому уменьшению W_E в $t/T_{oe} > 400$ соответствует небольшой рост энергии электронов плазмы ΔW_e (ΔW_e не показано на рис. 1), что указывает на начало паразитного затухания на шумах.

Средняя фазовая скорость волны $N = 3$ также практически сохраняется — в $t/T_{oe} \sim 200 - 400$ $V_{\text{ф ср}} \sim 15,39V_T$, в $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ $V_{\text{ф ср}} \sim 15,38V_T$.

Сохранение средней амплитуды, средней фазовой скорости показывает, что волна $N = 3$ имеет стационарный характер.

По фазовым плоскостям рис. 4,5 видно, что происходит "размешивание" захваченных частиц на фазовой плоскости — к $t/T_{oe} \sim 100$ область захвата почти равномерно заполняется электронами. В $t/T_{oe} \sim 100 - 600$ (рис. 5) вид фазовой плоскости практически не меняется.

На рис. 3 показано распределение поля $E(x)$ и распределение возмущения плотности электронов пучка (b -электронов) в $t/T_{oe} \sim 200 - 600$. Моменты времени выбраны по кривой $E^{III}(t)$ в максимумах в течение периода колебаний захваченных частиц и в максимумах огибающей. Из рис. 3 видно, что распределение $E(x)$ во всем интервале имеет вид синусоиды с медленно меняющейся амплитудой. Распределение плотности b -электронов практически не меняется.

Сохранение распределения b -электронов на фазовой плоскости (рис. 5), распределения плотности b -электронов (рис. 4), распределения поля $E(x)$ (рис. 4), постоянство средней амплитуды волны (рис. 2) и средней фазовой скорости показывает, что развитие пучковой неустойчивости в случае 2-1 приводит к формированию волны типа волны БГК.

Более детальное рассмотрение показывает некоторые особенности этой волны.

На рис. 6,8,10 показаны функции распределения по скорости электронов плазмы $f_e(V)$ и b -электронов $f_b(V)$, на рис. 7,9,11 распределение поля $E(x)$ и плотности b -электронов $\tilde{n}_b(x)$ в $t/T_{oe} \sim 201 - 212$ (рис. 6,7), $t/T_{oe} \sim 415 - 426$ (рис. 8,9) и $t/T_{oe} \sim 605 - 615$ (рис. 10,11). $f(V)$ и $E(x)$, $\tilde{n}_b(x)$ приводятся в одинаковые моменты времени, соответствующие характерным точкам на кривой $E^{III}(t)$ в течение периода колебаний захваченных частиц T_B в районе максимума огибающей $E^{III}(t)$. Так на

рис. 6,8,10 взяты моменты времени, соответствующие минимуму – средней точке – максимуму – средней точке кривой $E^{III}(t)$, на рис. 7,9,11 к ним добавлено по одной точке.

По $f_b(V)$ и $\tilde{n}_b(x)$ в $t/T_{oe} \sim 201 - 212$ (рис. 6,7) видно, что на обеих кривых в некоторые моменты времени выделяются два максимума. Максимумы $f_b(V)$ разделены в $t \sim t_{\max}$ и t_{\min} и сливаются в $t \sim t_{\text{ср}}$. Наоборот, максимумы $\tilde{n}_b(x)$ разделены в $t \sim t_{\text{ср}}$ и сливаются в $t \sim t_{\max}$ и t_{\min} . Это показывает, что существует два сгустка захваченных частиц, движущихся в противофазе. Такое же явление наблюдалось в случае 1-1 в работе [1а], где оно описано более подробно.

Анализ $f_b(V)$ в $t/T_{oe} \sim 200 - 220$ в разные моменты времени (более подробно, чем на рис. 6) показывает, что положение обоих максимумов по V меняется в противофазе симметрично относительно $V_{\text{ф ср}} \sim 15,39V_T$. Максимальное различие положения максимума в разные t в течение $\Delta t \sim T_B - \Delta V_{\max} = V_{\max} - V_{\min}$. Для первого максимума $\Delta V_{\max} \sim 1,27V_T \sim 0,28 \cdot (2V_{\text{з ср}})$, для второго – $\Delta V_{\max} \sim 2,23V_T \sim 0,49 \cdot (2V_{\text{з ср}})$ (в $t/T_{oe} \sim 200 - 300$ $E_{\text{ср}}^{III} \sim 3,2$; $V_{\text{з ср}} \sim 2,27V_T$).

Анализ $\tilde{n}_b(x)$ в разные моменты времени показывает, что положение обоих максимумов по x меняется в противофазе симметрично относительно фазы $E(x) = 0$, соответствующей в системе волны координате $x = x_m$ – дну потенциальной ямы (максимуму сепаратрисы).

Таким образом сгустки движутся по фазовой плоскости вокруг центра области захвата $x = x_m$, $V = V_{\text{ф ср}}$. Орбита первого сгустка имеет $\Delta V_{\max} \sim 0,28(2V_{\text{з ср}})$, второго – $\Delta V_{\max} \sim 0,49(2V_{\text{з ср}})$, т.е. обе орбиты лежат внутри области захвата $\Delta V_{\text{з}} = 2V_{\text{з ср}} \sim 4,54V_T$ недалеко от ее центра – максимальная и минимальная скорость на орбите первого сгустка – $V_{\max, \min} \sim V_{\text{ф ср}} \pm 0,28V_{\text{з ср}}$, второго $V_{\max, \min} \sim V_{\text{ф ср}} \pm 0,49V_{\text{з ср}}$. В работе [1а] было показано, что движение сгустков приводит к колебаниям амплитуды волны с периодом $\sim T_B$ и к появлению огибающей колебаний $E^{III}(t)$.

С течением времени орбиты сгустков сближаются и приближаются к центру области захвата. Анализ $f_b(V)$ в $t/T_{oe} \sim 410 - 430$ показывает, что ΔV_{\max} обоих сгустков одинаковы – $\Delta V_{\max} \sim 0,95V_T \sim 0,21 \cdot (2V_{\text{з ср}})$, (в $t/T_{oe} \sim 400 - 500$ $E_{\text{ср}}^{III} \sim 3,17$; $V_{\text{з ср}} \sim 2,26V_T$). В $t/T_{oe} \sim 600 - 620$ для первого сгустка $\Delta V_{\max} \sim 0,64V_T \sim 0,14 \cdot (2V_{\text{з ср}})$, для второго $\Delta V_{\max} \sim 0,95V_T \sim 0,21 \cdot (2V_{\text{з ср}})$ (в $t/T_{oe} \sim 500 - 600$ $E_{\text{ср}}^{III} \sim 3,1$; $V_{\text{з ср}} \sim 2,24V_T$), так что орбиты лежат ближе к центру – $V_{\max, \min} \sim V_{\text{ф ср}} \pm 0,14V_{\text{з ср}}$ и $\sim V_{\text{ф ср}} \pm 0,21V_{\text{з ср}}$.

С течением времени продолжается медленное “размешивание” b -электронов на фазовой плоскости. В результате ширина сгустков растет, а

промежуток между ними заполняется. Это видно из сравнения $f_b(V)$ (рис. 6,8,10) и $\tilde{n}_b(x)$ (рис. 7,9,11) в $t/T_{oe} \sim 200, \sim 400$ и ~ 600 . Действительно, по $f_b(V)$ видно, что уровень минимума между двумя максимумами $f_b(V)/f_{\max}$ в $t/T_{oe} \sim 200 - \sim 0,4$, в $t/T_{oe} \sim 400 - \sim 0,7$, а в $t/T_{oe} \sim 600 - \sim 1$, т.е. оба максимума практически сливаются. К $t/T_{oe} \sim 600$ сливаются и максимумы $\tilde{n}_b(x)$.

В $t/T_{oe} \sim 605 - 615$ “основание” функции распределения $f_b(V)/f_{\max} < 0,5$ – практически не меняется во времени. В этой области $f_b(V)$ симметрична относительно фазовой скорости волны $V_{\text{ф ср}} \sim 15,38V_T$ (рис. 10). То же относится и к распределению $\tilde{n}_b(x)$ (рис. 11) – его “основание” симметрично относительно точки $E(x) = 0$ ($x = x_m$ в системе волны) и практически не меняется во времени. Это показывает, что “размешивание” приводит к равномерному заполнению области захвата на фазовой плоскости, что и определяет стационарный характер волны.

Анализ траекторий электронов пучка (пробных частиц) на фазовой плоскости показывает, что значительная часть частиц остается захваченной в волне $N = 3$. Мы не приводим траектории для случая 2-1, так как они имеют такой же характер, как в случае 1-1, для которого разные типы траекторий подробно рассмотрены в работе [1а].

Небольшая часть частиц в случае 2-1 выходит из захвата и движется стохастически, то захватываясь вновь, то становясь пролетными через случайные промежутки времени. Это показывает, что вблизи сепаратрисы волны $N = 3$ образуется область стохастического движения – стохастический слой.

Анализ траекторий захваченных и “стохастических” частиц в $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ позволяет оценить границы стохастического слоя, вернее, некоторые точки на границе – внутренние и внешние границы по скорости в районе $x \sim x_m$, внутренние границы по x в районе $V \sim V_{\text{ф}}$, внешние границы по V в районе узла сепаратрисы $x \sim x_o$ (подробнее см. [1а]).

Для оценки внутренних границ слоя по V на $x \sim x_m$ сравнивались ΔV_{\max} траекторий захваченных и “стохастических” частиц и выбиралось максимальное ΔV_{\max} захваченной и минимальное ΔV_{\max} “стохастической” частицы. Обе оценки согласуются и дают для границ области захваченных частиц и соответственно внутренних границ стохастического слоя $\Delta V \sim 3,8V_T \sim 0,85 \cdot (2V_{\text{з ср}})$.

Аналогичная оценка границ области захваченных частиц и соответственно внутренних границ стохастического слоя по x на $V \sim V_{\text{ф}}$ дает $\Delta x \sim 50r_d \sim 0,50\lambda$.

Предполагая, что внутренние границы стохастического слоя по V симметричны относительно $V = V_{\text{ф}}$, а границы по x симметричны относи-

тельно $x = x_m$ (это предположение подтверждается симметрией траекторий захваченных частиц), получаем для границ слоя по $V - V_{гр} \sim V_{ф ср} \pm \frac{\Delta V}{2} \sim 17,28V_T$ и $13,48V_T$, для границ слоя по $x - x_{гр} \sim x_m \pm \frac{\Delta x}{2} \sim x_m \pm 25r_d$.

Внешние границы стохастического слоя по V на $x \sim x_m$ определялись по максимальным $V_{max}^b/V_T \sim 19,43$ и минимальным $V_{min}^b/V_T \sim 12,27$ скоростям b -электронов. Внешние границы слоя по V на $x \sim x_o$ определялись по фазовой плоскости по максимальным и минимальным скоростям b -электронов, когда они находятся на $x \sim x_o - V_{max}/V_T \sim 18,14$; $V_{min}/V_T \sim 13,37$.

Границы и ширина стохастического слоя приведены в таблице 1.

Из таблицы 1 видно, что в районе $x \sim x_m$ стохастический слой захватывает небольшую часть области захвата $V_{ф ср} \pm V_{з ср} - \delta V/V_{з ср} \sim 0,15$, внешняя часть слоя побольше, так что полная ширина верхнего слоя $\delta V/V_{з ср} \sim 0,96$ нижнего $-\delta V/V_{з ср} \sim 0,54$. В районе $x \sim x_o$ ширина верхнего слоя $\delta V/V_{з ср} \sim 1,23$, нижнего $-\delta V/V_{з ср} \sim 0,90$. Ширина слоя по x в районе $V \sim V_{ф} \delta x/\frac{\lambda}{2} \sim 0,50$.

Таким образом, волна БГК-типа, формирующаяся в случае 2-1 в результате развития пучковой неустойчивости, имеет довольно сложную структуру. Подобно случаю 1-1 [1а], она содержит ядро захваченных частиц, окруженное стохастическим слоем. Ядро также неоднородно — на фоне практически равномерного распределения частиц существуют долгоживущие, медленно расплывающиеся сгустки частиц. Но в целом эта волна остается практически стационарной.

Известно, что параллельно с пучковой неустойчивостью может развиваться неустойчивость сателлитов [2]. Может быть неустойчивой относительно возбуждения гармоник-сателлитов и волна БГК [3]. Однако, в случае 2-1 не наблюдается развития каких-либо гармоник, выделенных над уровнем шумов (рис. 2). Максимальные амплитуды гармоник не превосходят величины $E^N/E_{ср}^{III} \leq 0,13$.

В работе [3] было показано, что волна БГК неустойчива относительно возбуждения сателлитов, если $\alpha = (V_z^{III} + V_z^N)/(V_{ф}^{III} - V_{ф}^N) > 0,8$. В случае 2-1 устанавливается волна $N = 3$ с амплитудой $E_{ср}^{III} \sim 3,1$ и $V_{з ср} \sim 2,24V_T$, так что даже для гармоники $N = 4$, ближней по фазовой скорости ($V_{ф}^{IV}/V_T \sim 12,1$) к волне $N = 3$, это условие не выполняется — для $N \geq 4 \alpha \leq 0,7$. Таким образом, в случае 2-1 в системе с длиной $L = 300r_d = 3\lambda$ развивается волна БГК, устойчивая относительно возбуждения сателлитов.

Таблица 1.

Границы и ширина стохастического слоя. Случай 2-1.

$$E_{ср}^{III} \sim 3,1; V_{з ср} \sim 2,24V_T; V_{ф ср} \sim 15,38V_T.$$

$$\Delta V \sim 3,8V_T \sim 0,85(2V_{з ср}); \Delta x \sim 50r_d \sim 0,50\lambda.$$

Границы	$V_{гр}/V_T$	$x \sim x_m$	
		$\delta V/V_T$	$\delta V/V_{з ср}$
<u>Верхняя</u>			
Внешняя	19,43	1,81	0,81
$V_{ф ср} + V_{з ср}$	17,62	0,34	0,15
Внутренняя	17,28	2,15	0,96
<u>Ширина слоя</u>			
<u>Нижняя</u>			
Внешняя	12,27	0,87	0,39
$V_{ф ср} - V_{з ср}$	13,14	0,34	0,15
Внутренняя	13,48	1,21	0,54
<u>Ширина слоя</u>			
<u>$x \sim x_o$</u>			
Верхняя	18,14	2,76	1,23
$V_{ф ср}$	15,38	2,01	0,90
Нижняя	13,37	4,77	2,13
<u>Ширина слоя</u>			
<u>$V \sim V_{ф}$</u>			
	$\frac{ x_{гр} - x_m }{r_d}$	$\frac{\delta x}{r_d} = \frac{ x_{гр} - x_o }{r_d}$	$\frac{\delta x}{\lambda/2}$
Правая	25	25	0,50
Левая	25	25	0,50

E нормировано на $\frac{m r_d}{e T_{oe}^2}$, $V_z = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$; $\Delta V, \Delta x$ — границы сгустка захваченных частиц на $x \sim x_m$ и $V \sim V_{ф}$ ($x = x_m, V = V_{ф}$ — центр области захвата); внутренние границы стохастического слоя на $x \sim x_m$ и $V \sim V_{ф} - V_{гр} = V_{ф ср} \pm \Delta V/2$ и $x_{гр} = x_m \pm \Delta x/2$; $\delta V, \delta x$ — ширина стохастического слоя; $x = x_o$ — узел сепаратрисы.

Устойчива эта волна и относительно модуляционной неустойчивости. Действительно, по рис. 3 видно, что распределение поля $E(x)$ не модулируется и до $t/T_{oe} \sim 600$ остается синусоидальным. При этом максимальное значение поля (с шумами) не превосходит величины $E_m \sim 4,6 - 5,5$, $E_m^2/8\pi n_o T \sim (7 - 9) \cdot 10^{-3}$. По распределению плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ видно, что впадин плотности, характерных для модуляционной неустойчивости, не образуется — $\tilde{n}(x)$ имеет шумовой характер (рис. 3). Не наблюдается и выделенных гармоник $\tilde{n}^N(t)$ (рис. 12).

Таким образом, в случае 2-1 в результате неустойчивости холодного пучка с параметрами $V_o/V_T = 15,9$; $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-4}$; $W_b^o/W_e^o = 0,13$ в системе длиной $L = 300r_d = 3\lambda$ формируется устойчивая стационарная волна БГК-типа с параметрами $\lambda/r_d = 100$; $V_{ф\text{ ср}}/V_T \sim 15,38$; $E_{ср}^{III} \sim 3,1$; $V_{з\text{ ср}}/V_T \sim 2,24$; $E_{ср}^2/8\pi n T \sim 3,1 \cdot 10^{-3}$

Рассмотрим случай 2-2: $L/r_d = 300$; $V_o/V_T = 15,9$; $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-4}$; $W_b^o/W_e^o = 0,13$. Случай 2-2 отличается от случая 2-1 тем, что кроме затравочной волны $N = 3$ с $E_o^{III} = 1$ задается затравочная волна $N = 4$ с $E_o^{IV} = 0,7$.

На рис. 14 показана зависимость от времени потерь энергии электронов пучка ΔW_b и энергии поля W_E , на рис. 15 — амплитуды гармоник поля, на рис. 13 — амплитуды гармоник возмущения плотности \tilde{n}^N . На рис. 16 показаны фазовые плоскости электронов, на рис. 17 ÷ 19 — функции распределения электронов плазмы и пучка (b -электронов), на рис. 20 — распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$.

Сравнение рис. 14,15 с рис. 1,2 показывает, что начальная стадия развития неустойчивости в случае 2-2 практически не отличается от случая 2-1. Действительно, с самого начала выделяется гармоника $N = 3$ с длиной волны $\lambda = 100r_d$. Нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом электронов пучка, что видно по фазовым плоскостям электронов (рис. 16) и колебаниям на кривых $W(t)$, $E^{III}(t)$ (рис. 14,15). Первый максимум кривой $E^{III}(t)$ достигается в $t/T_{oe} \sim 11,0$, при этом $E_{\text{max}}^{III} \sim 5,3$; $V_{з\text{ max}} \sim 2,92V_T$; $W_{E\text{ max}} \sim 9,46 \cdot 10^{-3}W_e^o \sim 7,29 \cdot 10^{-2}W_b^o$; $\Delta W_{b\text{ max}} \sim 1,87 \cdot 10^{-2}W_e^o \sim 14,4 \cdot 10^{-2}W_b^o$. Период колебаний $W(t)$, $E^{III}(t)$ — $T_B \sim 13T_{oe}$.

Однако, развитие неустойчивости в случае 2-2 отличается от случая 2-1. Из рис. 15 видно, что в случае 2-2 растет амплитуда гармоники $N = 4$. Скорость роста становится значительной в $t/T_{oe} > 40 - 50$.

По фазовым плоскостям электронов видно, что в $t/T_{oe} > 40$ гармоника $N = 4$ начинает захватывать электроны пучка (рис. 16,17 $t/T_{oe} \sim 70$). При захвате гармоникой $N = 4$ электроны замедляются, а амплитуда $N = 4$ растет. Это показывает, что развивается сателлитная неустойчивость [2,3]. Увеличение числа захватываемых электронов (рис. 17 $t/T_{oe} \sim 200, 400$) приводит к дальнейшему росту амплитуды гармоники $N = 4$ (рис. 15). При этом движение b -электронов приобретает характер сильной стохастической неустойчивости (подробнее см. ниже и [16]).

Амплитуда гармоники $N = 4$ достигает максимального значения $E_{ср}^{IV} \sim 2,3$, $V_{з\text{ ср}}^{IV} \sim 1,44V_T$ в $t/T_{oe} \sim 220 - 330$, после чего немного падает, а в $t/T_{oe} > 450$ становится практически постоянной — $E_{ср}^{IV} \sim 1,5$, $V_{з\text{ ср}}^{IV} \sim 1,17V_T$. Гармоника $N = 3$ во всем интервале времени остается основной волной — даже в $t/T_{oe} \sim 220 - 330$ ее средняя амплитуда $E_{ср}^{III} \sim 3,4$ в $\sim 1,5$ раза превышает амплитуду гармоники $N = 4$ (рис. 15). Остальные гармоники имеют шумовой характер. В $t/T_{oe} \sim 500 - 600$ их максимальные амплитуды $E^N \leq 1,3$ меньше средней амплитуды гармоники $N = 4$, хотя $E^N/E_{ср}^{III} \sim 0,38$ больше, чем в случае 2-1.

Из рис. 14,15 видно, что колебания $W(t)$, $E^N(t)$, обусловленные захваченными частицами, и модуляция этих колебаний, подобно случаю 2-1, сохраняются, но их амплитуда уменьшается по сравнению с начальной стадией. Средняя амплитуда волны $N = 3$ и среднее поле W_E в $t/T_{oe} > 200$ остаются практически постоянными — в $t/T_{oe} \sim 450 - 600$ $W_{E\text{ ср}} \sim 6,0 \cdot 10^{-3}W_e^o \sim 4,60 \cdot 10^{-2}W_b^o$; $E_{ср}^{III} \sim 3,4$; $V_{з\text{ ср}} \sim 2,34V_T$. Потери энергии электронов пучка немного растут и в $t/T_{oe} > 200$ (рис. 14), но в $t/T_{oe} \sim 450 - 600$ остаются практически постоянными — $\Delta W_{b\text{ ср}} \sim 13,0 \cdot 10^{-3}W_e^o \sim 10,0 \cdot 10^{-2}W_b^o$, причем $\Delta W_{b\text{ ср}}$ в случае 2-2 почти в два раза больше, чем в случае 2-1. Отметим, что в $t/T_{oe} > 400$ наблюдается небольшой рост энергии электронов плазмы ΔW_e (ΔW_e не показано на рис. 14), что указывает на начало паразитного затухания на шумах.

Средняя фазовая скорость волны $N = 3$ практически сохраняется — в $t/T_{oe} \sim 200 - 400$ — $V_{ф\text{ ср}}/V_T \sim 15,57$, в $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ — $V_{ф\text{ ср}}/V_T \sim 15,59$.

Сохранение средней амплитуды, средней фазовой скорости показывает, что волна $N = 3$ имеет стационарный характер.

Анализ фазовых плоскостей и траекторий на фазовой плоскости показывает, что большая часть b -электронов остается захваченной в волне $N = 3$. Действительно, из рис. 16 видно, что пробные частицы (отмечены черными кружками) остаются, в основном, в своей области захвата. Из рис. 16 видно также, что происходит "размешивание" электронов

— уже к $t/T_{oe} \sim 70 - 100$ области захвата гармоник $N = 3$ практически равномерно заполняются электронами. Одновременно развивается сильная стохастическая неустойчивость движения b -электронов в районе областей захвата гармоник $N = 3$ и 4. При этом частицы переходят из захвата в $N = 3$ в захват в $N = 4$ и обратно, иногда становясь пролетными (траектории такого типа подобны приведенным в работе [16] для случая 1-2).

По фазовым плоскостям (рис. 16) и функциям распределения (рис. 17) видно, что развитие сильной стохастической неустойчивости с течением времени приводит к заполнению областей захвата гармоник $N = 4$. В $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ вид фазовых плоскостей и функций распределения меняется незначительно.

Из рис. 20 видно, что распределение поля $E(x)$ в $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ остается практически одинаковым, хотя поле промодулировано (максимальное значение поля $E_m \sim 7,4 - 7,6$, $E_m^2/8\pi n_o T \sim (1,7 - 1,8) \cdot 10^{-2}$). В это время остается практически одинаковым и распределение плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$ (рис. 20).

Таким образом, в $t/T_{oe} \sim 400(450) - 600$ сохраняется распределение b -электронов на фазовой плоскости (рис. 16), распределение плотности b -электронов (рис. 20), функция распределения b -электронов (рис. 17), распределение поля $E(x)$ (рис. 20), средняя амплитуда гармоник $N = 3$ и 4 (рис. 15) и средняя фазовая скорость волны $N = 3$. Это показывает, что формируется структура типа волны БГК, объединяющая волну $N = 3$ и гармонику-спутник 4.

Отметим, что эта структура, так же как волна БГК-типа в случае 2-1, устойчива относительно модуляционной неустойчивости. Действительно, из рис. 20 видно, что впадин плотности, характерных для модуляционной неустойчивости, и в случае 2-2 не образуется — распределение $\tilde{n}(x)$ имеет шумовой характер. Не наблюдается и выделенных гармоник \tilde{n}^N (рис. 13).

Рассмотрим некоторые особенности образовавшейся структуры. На рис. 18, 19 показаны функции распределения, соответствующие характерным точкам на кривой $E^{III}(t)$ в течение периода $\sim T_B$ в районе максимума огибающей $E^{III}(t)$. На рис. 18 взяты моменты времени, соответствующие средней точке — минимуму — средней точке — максимуму кривой $E^{III}(t)$ в $t/T_{oe} \sim 144 - 155$, на рис. 19 — минимуму — средней точке — максимуму — средней точке в $t/T_{oe} \sim 622 - 635$. Сравнение рис. 18, 19 с аналогичными рис. 6, 10 для случая 2-1 показывает, что главные особенности $f_b(V)$ в случаях 2-1 и 2-2 одинаковы — в $t/T_{oe} \sim 150 - 200$ наблюдается два максимума, которые сливаются в $t \sim t_{cp}$ и разделены

в $t \sim t_{max}$ и $t \sim t_{min}$, в $t/T_{oe} \sim 600$ эти максимумы сливаются. Близкая картина наблюдается и по $\tilde{n}_b(x)$ (рис. 7, 11 для случая 2-1). Это показывает, что в случае 2-2, так же как в случае 2-1, существует два долгоживущих медленно расплывающихся сгустка.

Анализ $f_b(V)$ и $\tilde{n}_b(x)$ в случае 2-2 в разные моменты времени показывает, что сгустки движутся по фазовой плоскости вокруг центра области захвата волны $N = 3$ так же, как в случае 2-1. Орбиты сгустков практически не отличаются от случая 2-1 и так же меняются во времени. Действительно, в $t/T_{oe} \sim 140 - 160$ орбита первого сгустка имеет $\Delta V_{max} \sim 0,95V_T \sim 0,20 \cdot (2V_{зcp})$, второго — $\Delta V_{max} \sim 2,23V_T \sim 0,48 \cdot (2V_{зcp})$. В $t/T_{oe} \sim 620 - 640$ у первого сгустка $\Delta V_{max} \sim 0,64V_T \sim 0,14 \cdot (2V_{зcp})$, у второго — $\Delta V_{max} \sim 0,95V_T \sim 0,20 \cdot (2V_{зcp})$, так что орбиты лежат внутри области захвата $\Delta V_3 = 2V_{зcp} \sim 4,68V_T$ близко к ее центру — максимальная и минимальная скорость на орбите первого сгустка — $V_{max,min} \sim V_{фcp} \pm 0,14V_{зcp}$, второго — $V_{max,min} \sim V_{фcp} \pm 0,20V_{зcp}$.

С течением времени продолжается “размешивание” b -электронов на фазовой плоскости — к $t/T_{oe} \sim 600$ и область захвата гармоник $N = 4$ заполняется практически полностью (рис. 16). В $t/T_{oe} \geq 600$ “основание” функции распределения — $f_b(V)/f_{max} < 0,3$ мало меняется во времени (рис. 19).

Анализ траекторий захваченных и “стохастических” частиц в $t/T_{oe} \sim 400 - 600$ позволяет оценить границы стохастического слоя. При этом оказывается, что основой образовавшейся структуры БГК-типа является волна $N = 3$, содержащая ядро захваченных частиц, а область захвата гармоник $N = 4$ входит в стохастический слой.

Для оценки внутренних границ слоя по скорости на $x \sim x_m$ сравнивались ΔV_{max} траекторий захваченных в $N = 3$ и “стохастических” в районе $N = 3$ траекторий и выбиралось максимальное ΔV_{max} захваченной частицы и минимальное ΔV_{max} “стохастической”. Оказалось, что в случае 2-2 эти оценки несколько различаются, поэтому для границ стохастического слоя взято минимальное ΔV_{max} “стохастической” траектории — $\Delta V \sim 2,7V_T \sim 0,58 \cdot (2V_{зcp})$ (отличие максимального ΔV_{max} захваченной частицы $\Delta V_{max} \sim 3,8V_T \sim 0,81 \cdot (2V_{зcp})$ — может означать, что эта частица близка к выходу из захвата). Отметим, что анализ фазовых плоскостей в $t/T_{oe} \sim 500 - 600$ подтверждает оценку $\Delta V \sim 2,7V_T$. Действительно, пробные частицы (черные кружки на рис. 16) могут попасть в “чужие” области захвата только двигаясь стохастически. Анализируя положение пробных частиц в “чужих” областях захвата, можно оценить внутренние границы стохастического слоя. Такая оценка дает $\Delta V \sim 2,4V_T$. Оценка по траектории более надежна, так что для границ

слоя берем $\Delta V \sim 2,7V_T \sim 0,58 \cdot (2V_{з\text{ср}})$. Предполагая, что внутренние границы стохастического слоя по V симметричны относительно $V = V_\phi$, получаем для границ слоя — $V_{гр} \sim V_{\phi\text{ср}} \pm \frac{\Delta V}{2} \sim 16,94V_T$ и $\sim 14,24V_T$.

Таблица 2.

Границы и ширина стохастического слоя. Случай 2-2.

$$E_{ср}^{III} \sim 3,4; V_{з\text{ср}} \sim 2,34V_T; V_{\phi\text{ср}} \sim 15,59V_T.$$

$$\Delta V \sim 2,7V_T \sim 0,58(2V_{з\text{ср}}); \Delta x \sim 50r_d \sim 0,50\lambda.$$

Границы	$V_{гр}/V_T$	$\delta V/V_T$	$\delta V/V_{з\text{ср}}$
<u>$x \sim x_m$</u>			
Верхняя			
Внешняя	19,42	1,49	0,64
$V_{\phi\text{ср}} + V_{з\text{ср}}$	17,93	0,99	0,42
Внутренняя	16,94		
Ширина слоя		2,48	1,06
<u>Нижняя</u>			
Внешняя	9,87	3,38	1,44
$V_{\phi\text{ср}} - V_{з\text{ср}}$	13,25	0,99	0,42
Внутренняя	14,24		
Ширина слоя		4,37	1,86
<u>$x \sim x_o$</u>			
Верхняя	17,83	2,24	0,96
$V_{\phi\text{ср}}$	15,59	4,45	1,90
Нижняя	11,14	6,69	2,86
Ширина слоя			
<u>$V \sim V_\phi$</u>			
	$\frac{ x_{гр} - x_m }{r_d}$	$\frac{\delta x}{r_d} = \frac{ x_{гр} - x_o }{r_d}$	$\frac{\delta x}{\lambda/2}$
Правая	25	25	0.50
Левая	25	25	0.50

E нормировано на $\frac{m r_d}{e T_{oe}^2}$, $V_z = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$; $\Delta V, \Delta x$ — границы сгустка захваченных частиц на $x \sim x_m$ и $V \sim V_\phi$ ($x = x_m, V = V_\phi$ — центр области захвата); внутренние границы стохастического слоя на $x \sim x_m$ и $V \sim V_\phi$ — $V_{гр} = V_{\phi\text{ср}} \pm \Delta V/2$ и $x_{гр} = x_m \pm \Delta x/2$; $\delta V, \delta x$ — ширина стохастического слоя; $x = x_o$ — узел сепаратрисы.

Аналогичная оценка для границ области захваченных частиц и внутренних границ стохастического слоя по x на $V \sim V_\phi$ дает $\Delta x \sim 50r_d \sim 0,50\lambda$. В предположении симметрии относительно $x = x_m$ — $x_{гр} \sim x_m \pm \frac{\Delta x}{2} \sim x_m \pm 25r_d$. Отметим, что оценка по “стохастической” траектории и по пробным частицам на фазовой плоскости дает одинаковые Δx .

Внешние границы стохастического слоя по V на $x \sim x_m$ определялись по максимальным $V_{\text{max}}^b/V_T \sim 19,42$ и минимальным $V_{\text{min}}^b/V_T \sim 9,87$ скоростям b -электронов, когда они находятся на $x \sim x_m$, а внешние границы на $x \sim x_o$ — по максимальным $V_{\text{max}}^b/V_T \sim 17,83$ и минимальным $V_{\text{min}}^b/V_T \sim 11,41$ скоростям b -электронов, когда они находятся на $x \sim x_o$.

Границы и ширина стохастического слоя приведены в таблице 2, сравнение ширины слоя в случаях 2-1 и 2-2 — в таблице 3.

Сравнение случаев 2-1 (таблица 1) и 2-2 (таблица 2) показывает, что внешняя верхняя граница стохастического слоя в этих случаях практически одинакова — на $x \sim x_m$ — $V_{гр}/V_T \sim 19,43(2-1) - 19,42(2-2)$, на $x \sim x_o$ — $V_{гр}/V_T \sim 18,14(2-1) - 17,83(2-2)$. Нижняя внешняя граница, естественно, заметно различается — на $x \sim x_m$ — $V_{гр}/V_T \sim 12,27(2-1) - 9,87(2-2)$, на $x \sim x_o$ — $V_{гр}/V_T \sim 13,37(2-1) - 11,14(2-2)$. Соответственно различается и ширина нижнего слоя (таблица 3), поскольку вся область захвата гармоники $N = 4$ оказывается в стохастическом слое. Развитие сильной стохастической неустойчивости в случае 2-2 приводит к увеличению внутренней части стохастического слоя по V — на $x \sim x_m$ в случае 2-1 — $\delta V \sim 0,34V_T \sim 0,15V_{з\text{ср}}$, в случае 2-2 — $\delta V \sim 0,99V_T \sim 0,42V_{з\text{ср}}$, хотя ширина слоя по x на $V \sim V_\phi$ практически не меняется — $\delta x/\lambda \sim 0,5$ (таблица 3).

Отметим, что орбиты долгоживущих сгустков захваченных частиц лежат довольно далеко от внутренних границ стохастического слоя. В $t/T_{oe} \sim 600$ в случае 2-1 границы стохастического слоя по V на $x \sim x_m$ — $V_{гр} \sim V_{\phi\text{ср}} \pm 0,85V_{з\text{ср}}$, а орбиты сгустков проходят через $V_{\text{max,min}} \sim V_{\phi\text{ср}} \pm 0,14V_{з\text{ср}}$ и $V_{\text{max,min}} \sim V_{\phi\text{ср}} \pm 0,21V_{з\text{ср}}$. В случае 2-2 границы стохастического слоя — $V_{гр} \sim V_{\phi\text{ср}} \pm 0,58V_{з\text{ср}}$, а орбиты сгустков проходят через $V_{\text{max,min}} \sim V_{\phi\text{ср}} \pm 0,14V_{з\text{ср}}$ и $V_{\text{max,min}} \sim V_{\phi\text{ср}} \pm 0,20V_{з\text{ср}}$.

Таким образом, в системе длиной $L = 300r_d = 3\lambda$ параметры пучка в случае 2-1 — $V_o/V_T = 15,9$; $\frac{n_b}{n_o} = 5 \cdot 10^{-4}$ — соответствуют границе сателлитной неустойчивости. Задание затравочной волны малой амплитуды в случае 2-2 приводит к развитию гармоники-сателлита. В системе длиной $L = 100r_d = \lambda$ границе сателлитной неустойчивости примерно

Таблица 3.

Сравнение ширины стохастического слоя волны БГК $N = 3$ в случаях 2-1 и 2-2.

Случай 2-1 $E_{\text{ср}}^I \sim 3,1$; $V_{\text{з ср}} \sim 2,24V_T$; $V_{\text{ф ср}} \sim 15,38V_T$.

Случай 2-2 $E_{\text{ср}}^I \sim 3,4$; $V_{\text{з ср}} \sim 2,34V_T$; $V_{\text{ф ср}} \sim 15,59V_T$.

Случай 2-1 $\Delta V \sim 3,8V_T \sim 0,85(2V_s)$; $\Delta x \sim 50r_d \sim 0,50\lambda$.

Случай 2-2 $\Delta V \sim 2,7V_T \sim 0,58(2V_s)$; $\Delta x \sim 50r_d \sim 0,50\lambda$.

Ширина слоя	Случай 2-1	Случай 2-2
	$\delta V/V_{\text{з ср}}$	$\delta V/V_{\text{з ср}}$
<u>Верхний</u>		
	$x \sim x_m$	
Внешний	0,81	0,64
Внутренний	0,15	0,42
Полный	0,96	1,06
<u>Нижний</u>		
Внешний	0,39	1,44
Внутренний	0,15	0,42
Полный	0,54	1,86
	$x \sim x_0$	
Верхний	1,23	0,96
Нижний	0,90	1,90
Полный	2,13	2,86
	$V \sim V_{\text{ф}}$	
	$\Delta/\frac{\lambda}{2}$	$\Delta/\frac{\lambda}{2}$
Правый	0,50	0,50
Левый	0,50	0,50

Пояснения — см. Таблицу 1,2.

соответствуют параметры пучка в случае 1-1 — $V_0/V_T = 15,9$; $\frac{n_b}{n_0} = 5 \cdot 10^{-3}$ [1a].

Развитие пучковой неустойчивости в случае 2-1, так же как в случае 1-1 [1a], приводит к формированию устойчивой стационарной волны БГК-типа. В случае 2-2 параллельное развитие пучковой и сателлитной неустойчивости приводит к формированию устойчивой стационарной структуры БГК-типа, объединяющей основную волну и гармонику-сателлит в результате развития сильной стохастической неустойчивости.

Волна и структура БГК-типа содержат ядро захваченных частиц, окруженное стохастическим слоем, который в случае 2-2 включает область захвата гармоники-сателлита. Само ядро неоднородно — оно содержит равномерно распределенные на фазовой плоскости электроны и долгоживущие сгустки с орбитами, близкими к дну потенциальной ямы (центру области захвата).

Сопоставляя результаты настоящей работы и работы [1a] можно сделать вывод, что устойчивая волна или структура БГК-типа формируется в тех случаях, когда скорость формирования этой волны или структуры (скорость “размешивания” захваченных электронов пучка на фазовой плоскости) больше скорости нарастания гармоник-сателлитов, а параметры структуры удовлетворяют условиям устойчивости относительно сателлитной [3] и модуляционной неустойчивости [5,6].

Литература

- [1] Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова. — “Волны БГК и модуляционная неустойчивость при взаимодействии холодного электронного пучка с плазмой. I, II, III.” а. I. Препринт ИЯФ N 98-36, Новосибирск, 1998. б. II. Препринт ИЯФ N 98-37, Новосибирск, 1998. в. III. Препринт ИЯФ N 98-38, Новосибирск, 1998.
- [2] Н.Г.Мацуборко, И.Н.Онищенко, Я.Б.Файнберг, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. — ЖЭТФ 63, 874, 1972.
- [3] Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова. — “Волна Бернштейна-Грина-Крускала в длинной системе. Неустойчивость сателлитов. I, II.” Препринты ИЯФ N 95-23, N 95-24, Новосибирск, 1995.
- [4] N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin. — Phys. Lett 112A, 330, 1985.
- [5] Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова. — “Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Модуляционная неустойчивость. I, II, III.” Препринты ИЯФ N 96-30, N 96-31, N 96-32, Новосибирск, 1996.
- [6] Г.А.Артин, Н.С.Бучельникова. — “Волна Бернштейна-Грина-Крускала. Конверсия и модуляционная неустойчивость. IV.” Препринт ИЯФ N 97-31, Новосибирск, 1997.

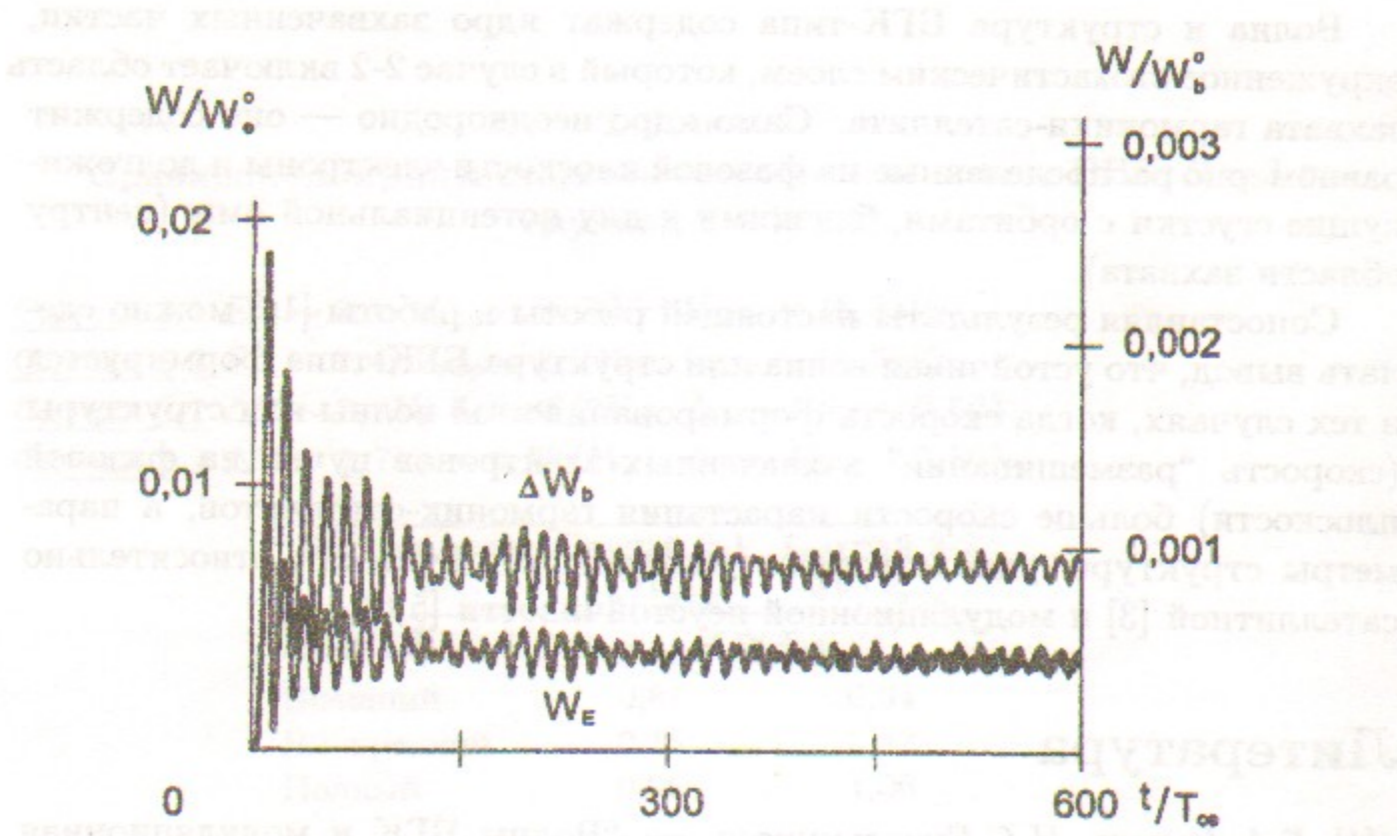


Рис. 1: Зависимость от времени энергии поля W_E и потерь энергии электронов пучка $\Delta W_b = -(W_b - W_b^0)$. Случай 2-1.

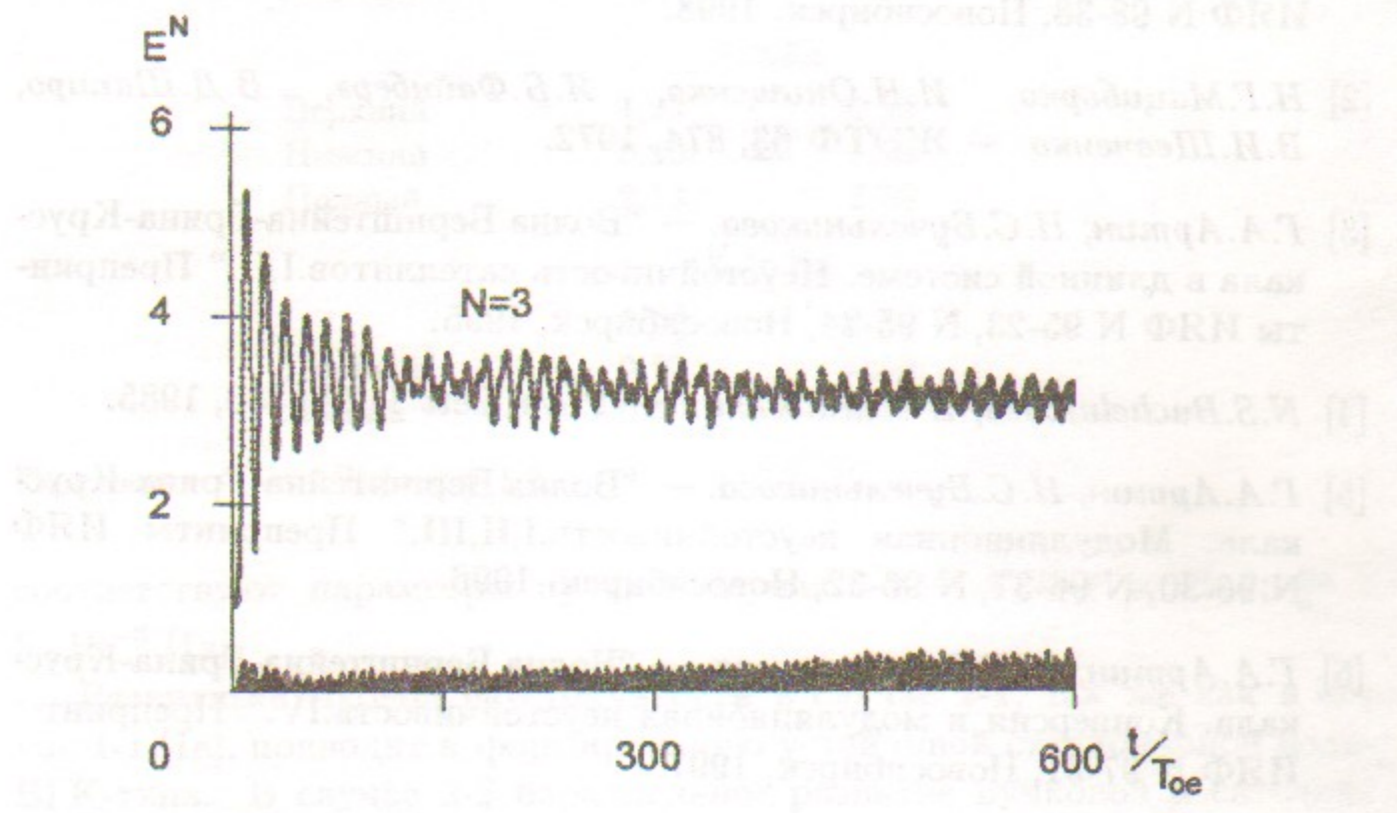


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 3$ и гармоник $N = 1 \div 10$. Случай 2-1.

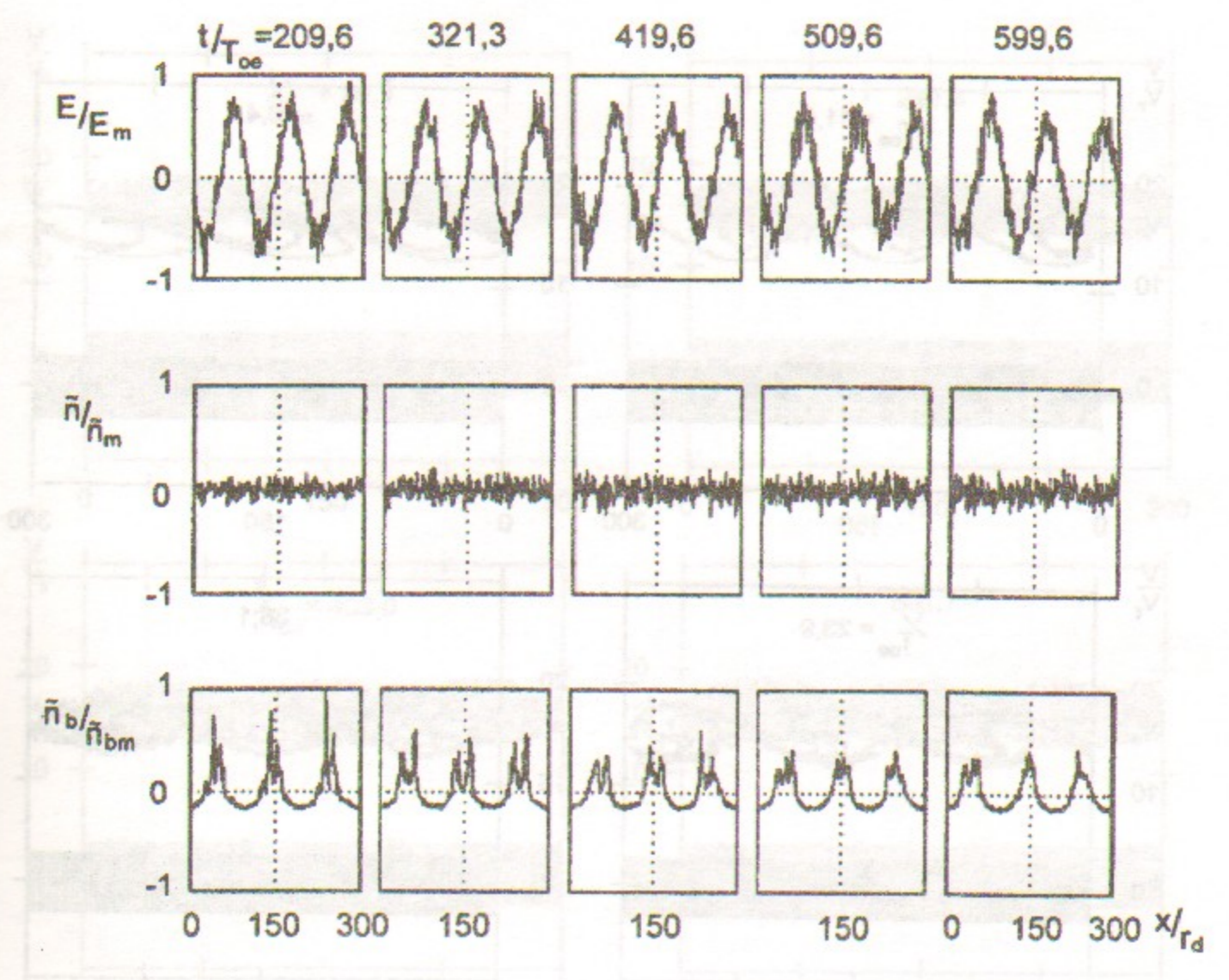


Рис. 3: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 2-1. $E_m = 5,52$; $\tilde{n}_m/n_0 = 0,22$; $\tilde{n}_{bm}/n_b^0 = 5,06$.

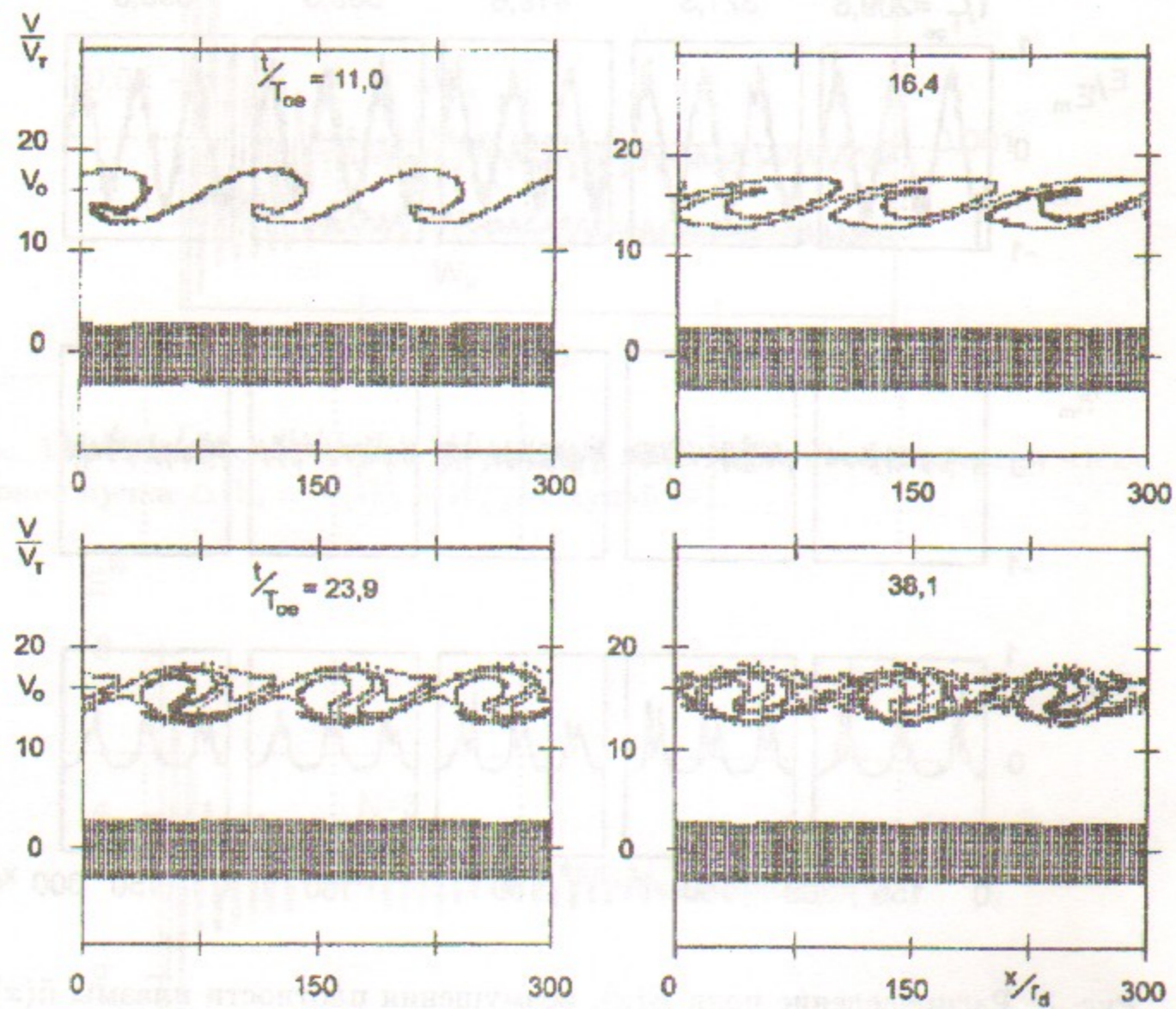


Рис. 4: Фазовые плоскости электронов. Случай 2-1.

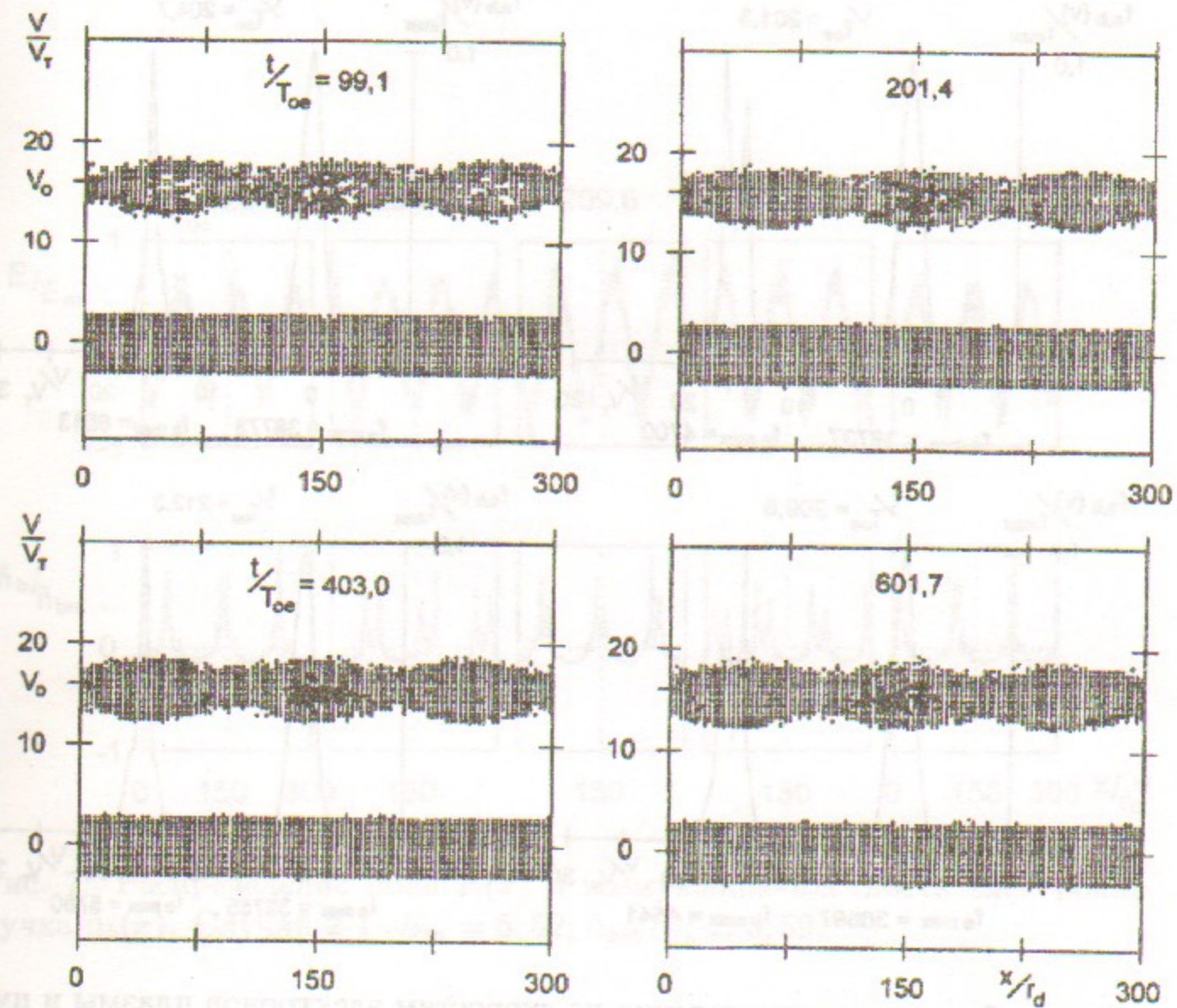


Рис. 5: Фазовые плоскости электронов. Случай 2-1.

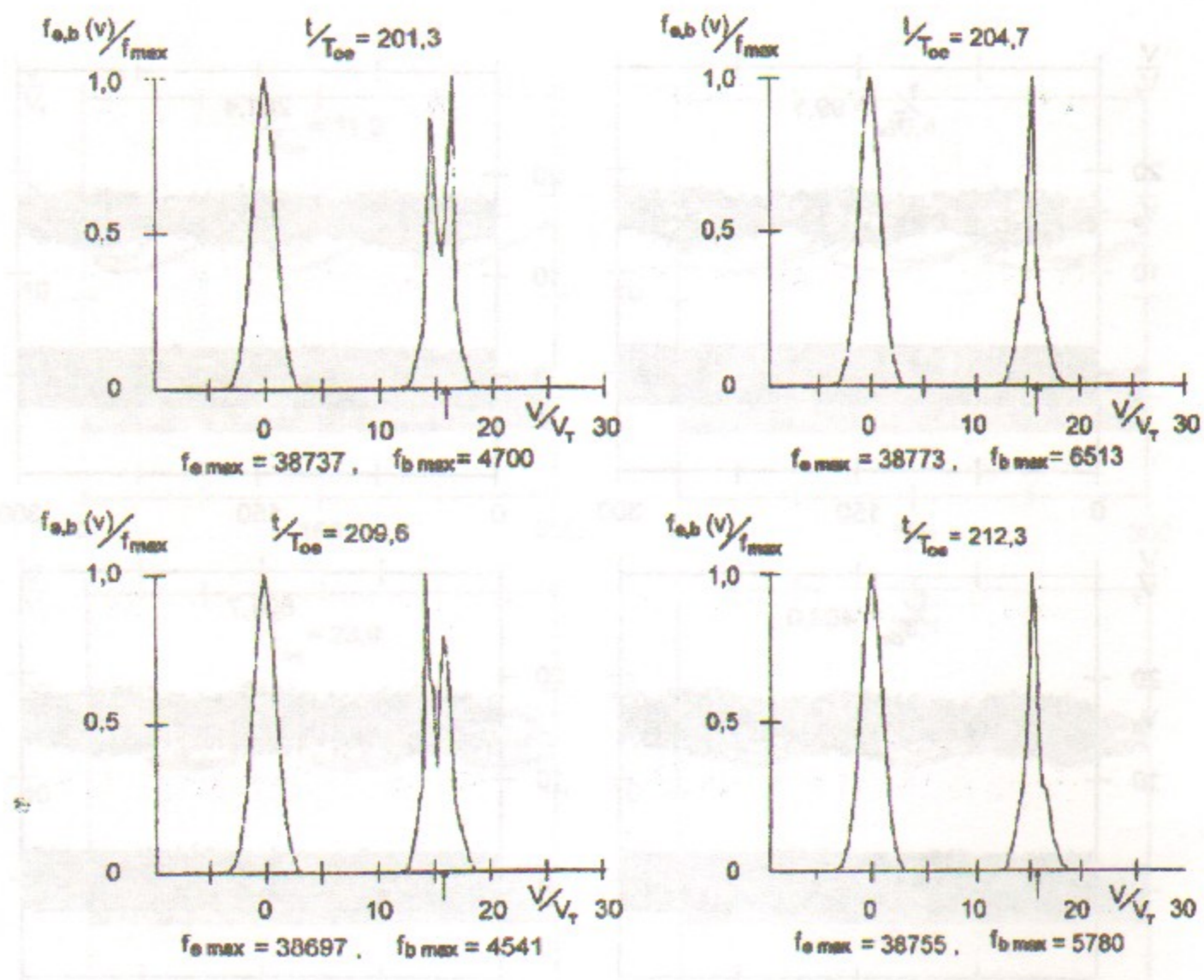


Рис. 6: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2-1. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_0/V_T = 15,9$.

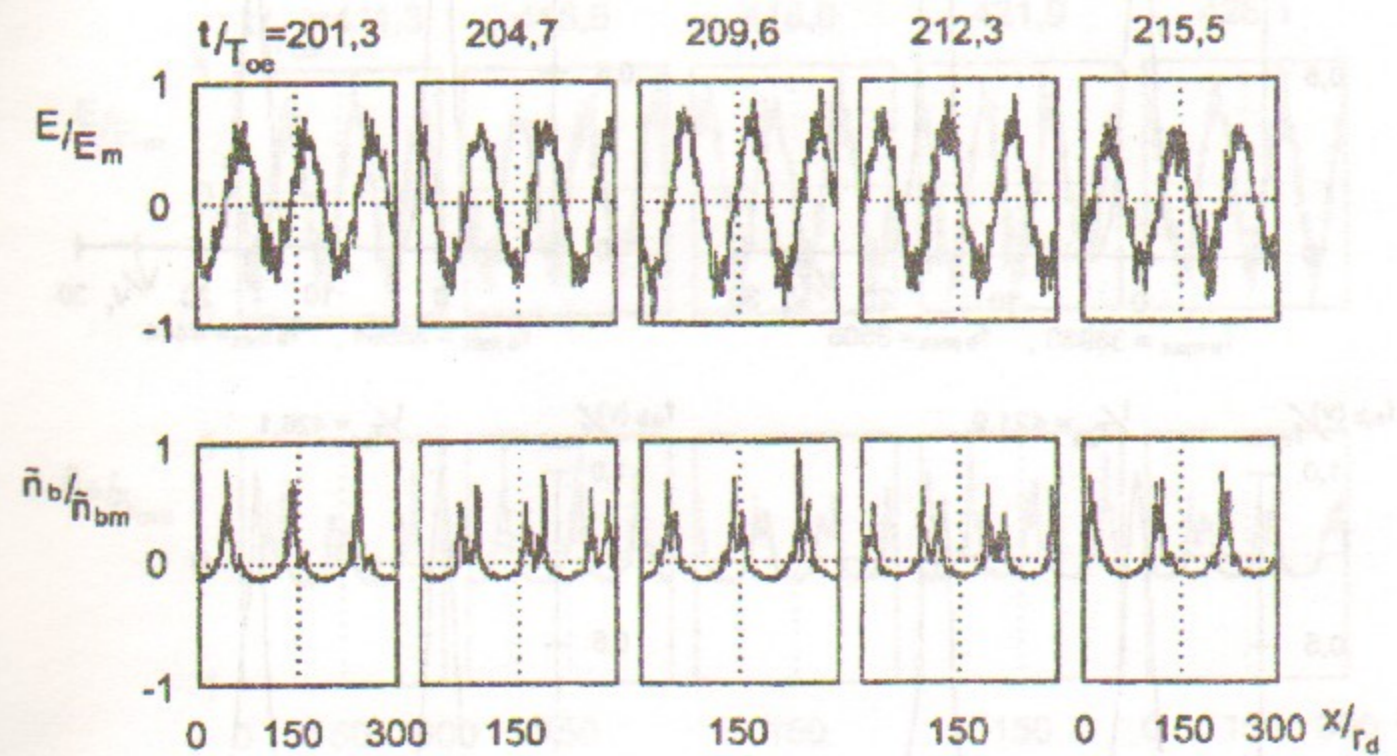


Рис. 7: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 2-1. $E_m = 5,52; \tilde{n}_{bm}/n_b^0 = 5,59$.

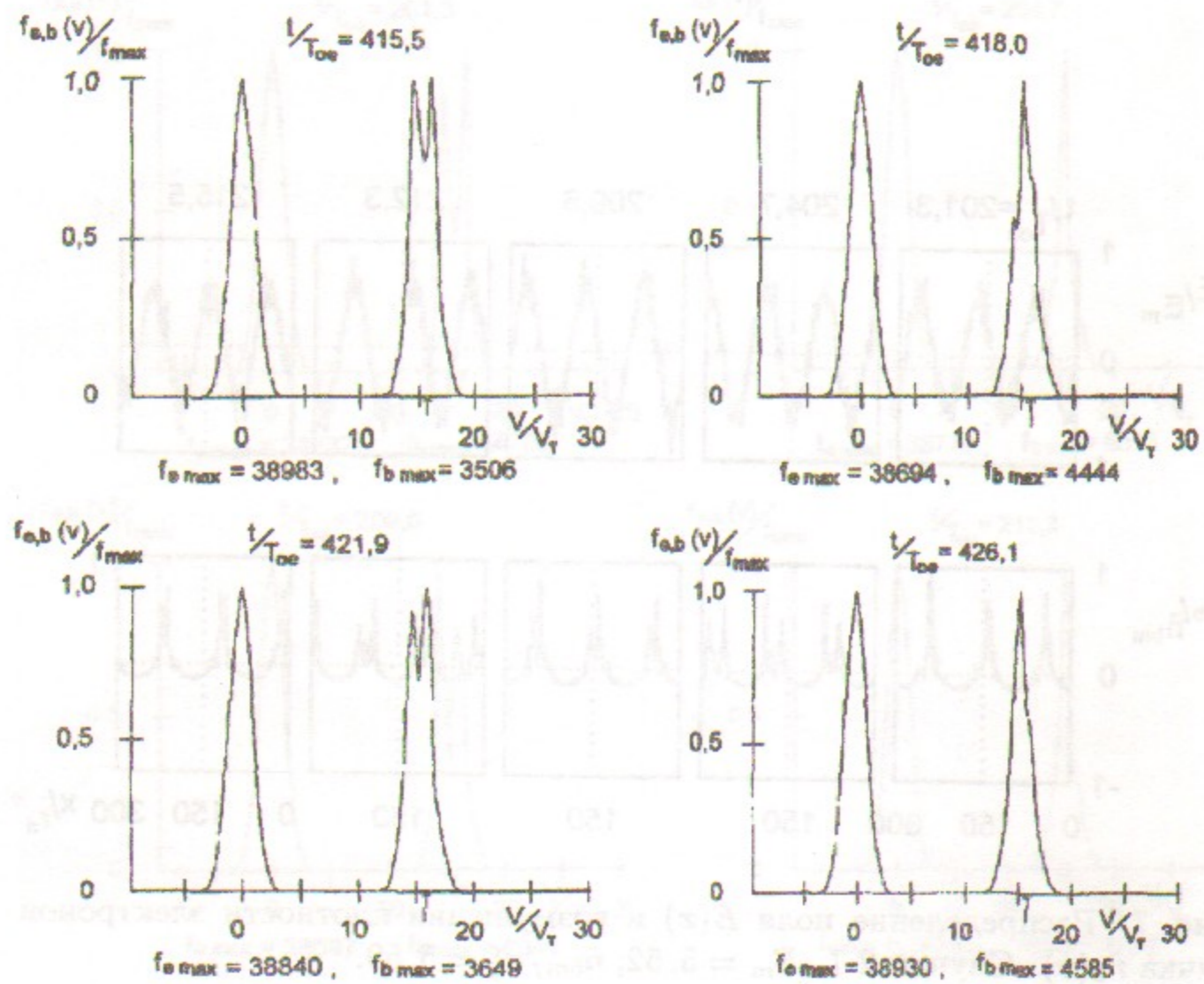


Рис. 8: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2-1. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_0/V_T = 15,9$.

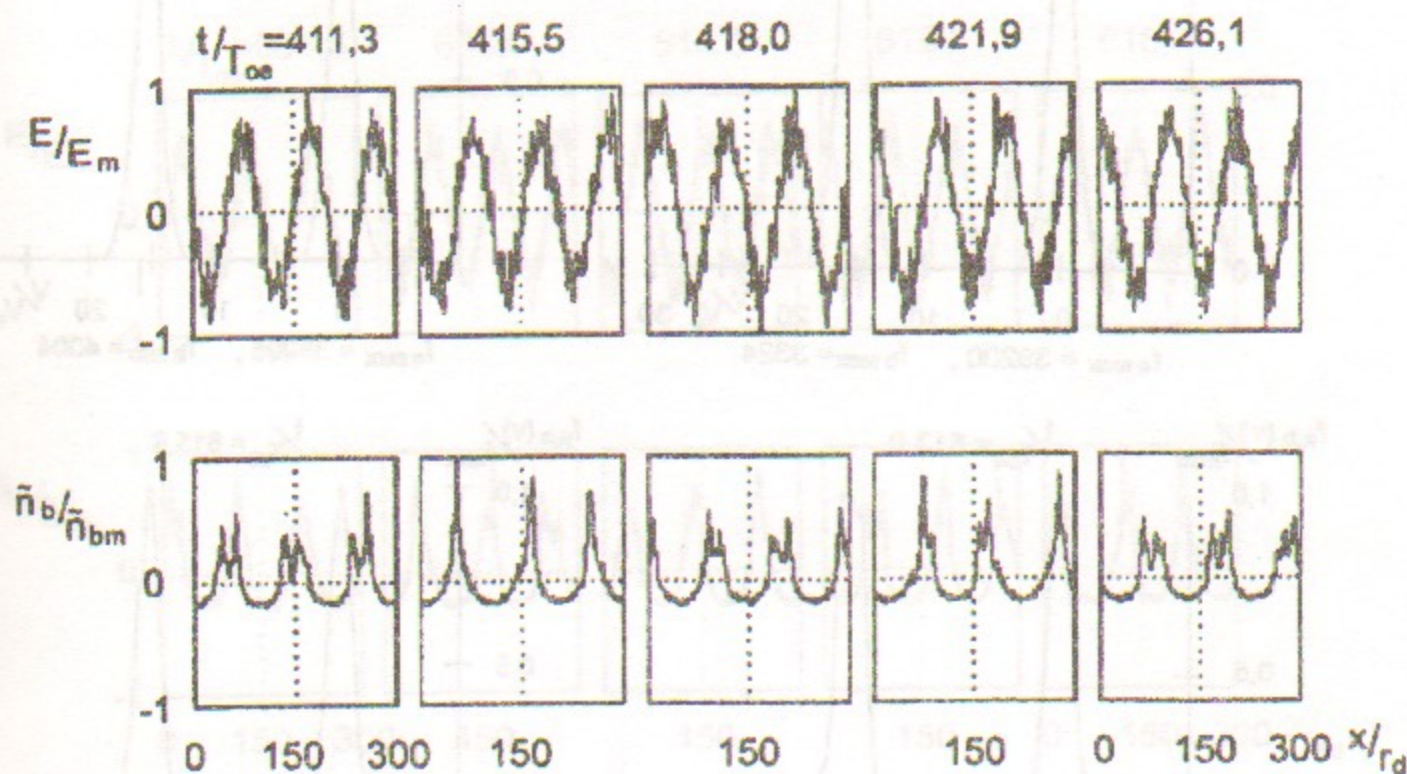


Рис. 9: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 2-1. $E_m = 4,89$; $\tilde{n}_{bm}/n_0^e = 4,05$.

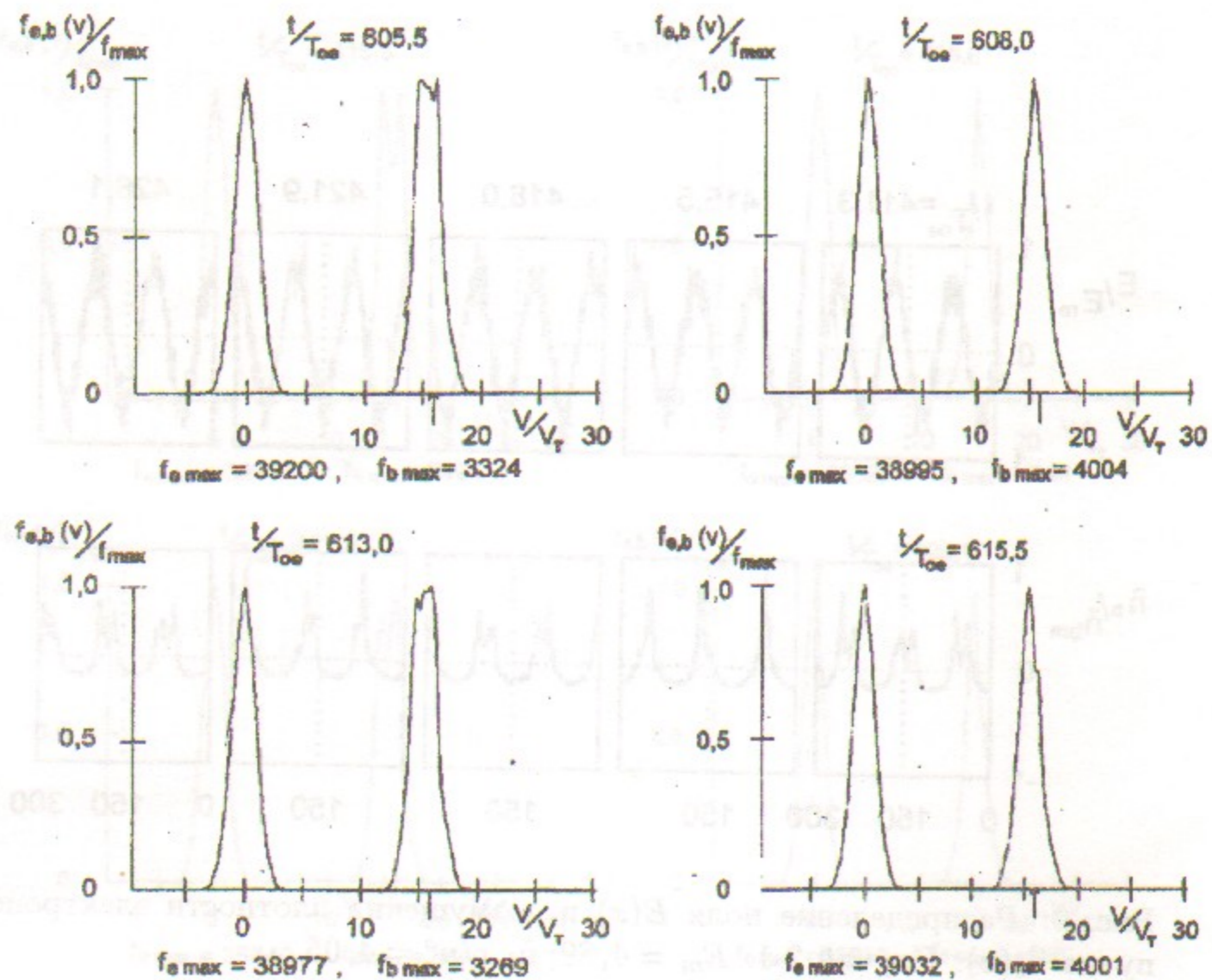


Рис. 10: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2-1. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_o/V_T = 15,9$.

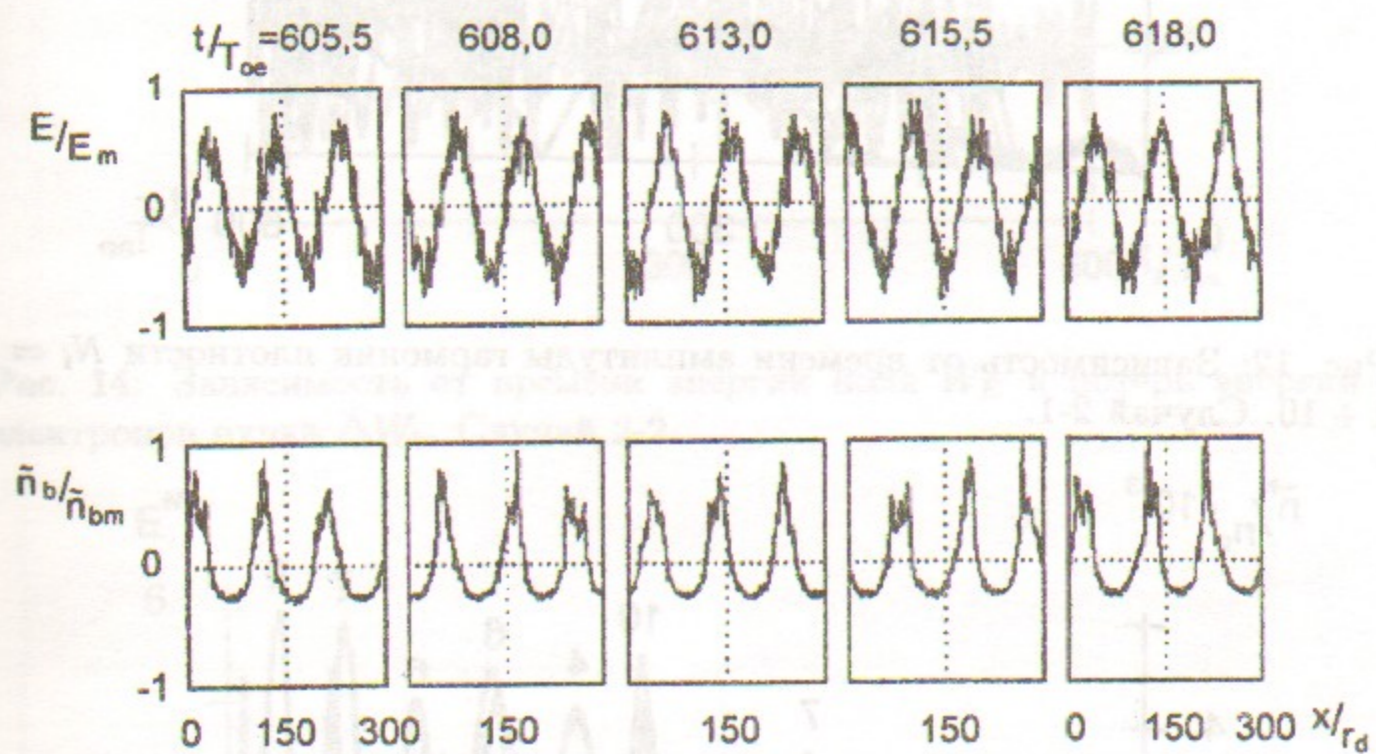


Рис. 11: Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 2-1. $E_m = 5,33$; $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 2,60$.

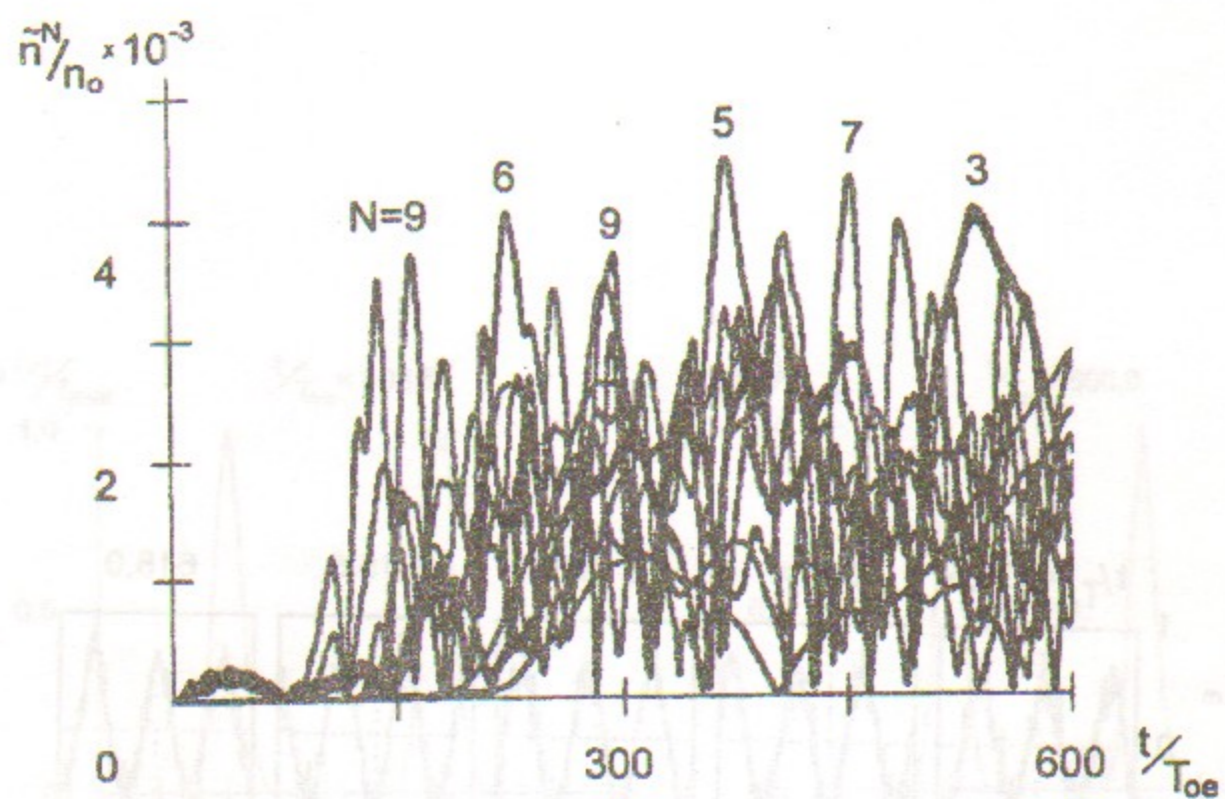


Рис. 12: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности $N_i = 1 \div 10$. Случай 2-1.

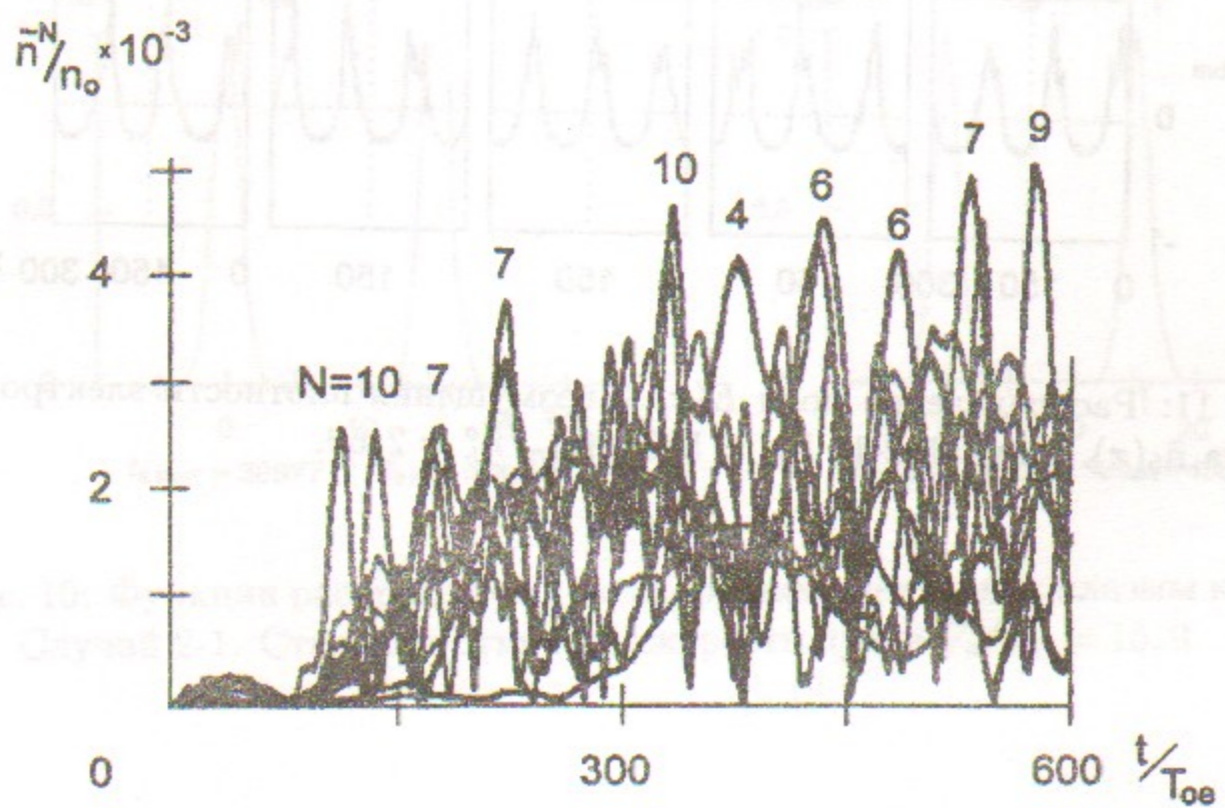


Рис. 13: Зависимость от времени амплитуды гармоник плотности $N_i = 1 \div 10$. Случай 2-2.

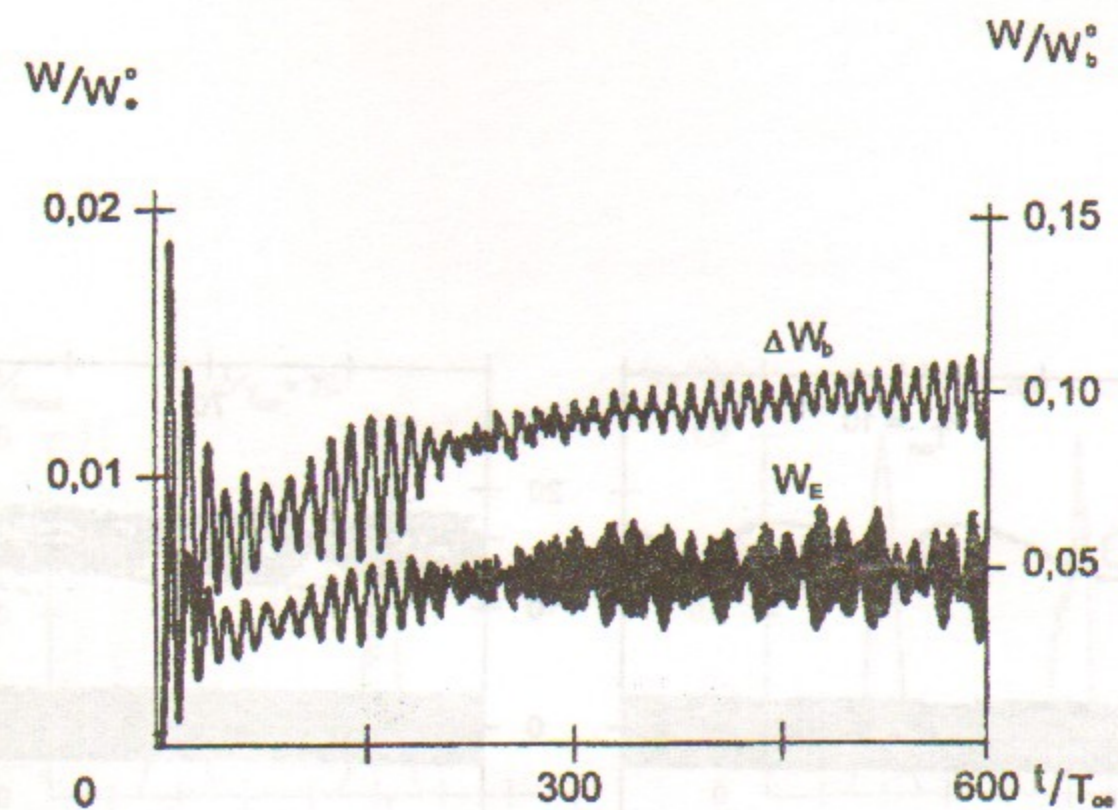


Рис. 14: Зависимость от времени энергии поля W_E и потерь энергии электронов пучка ΔW_b . Случай 2-2.

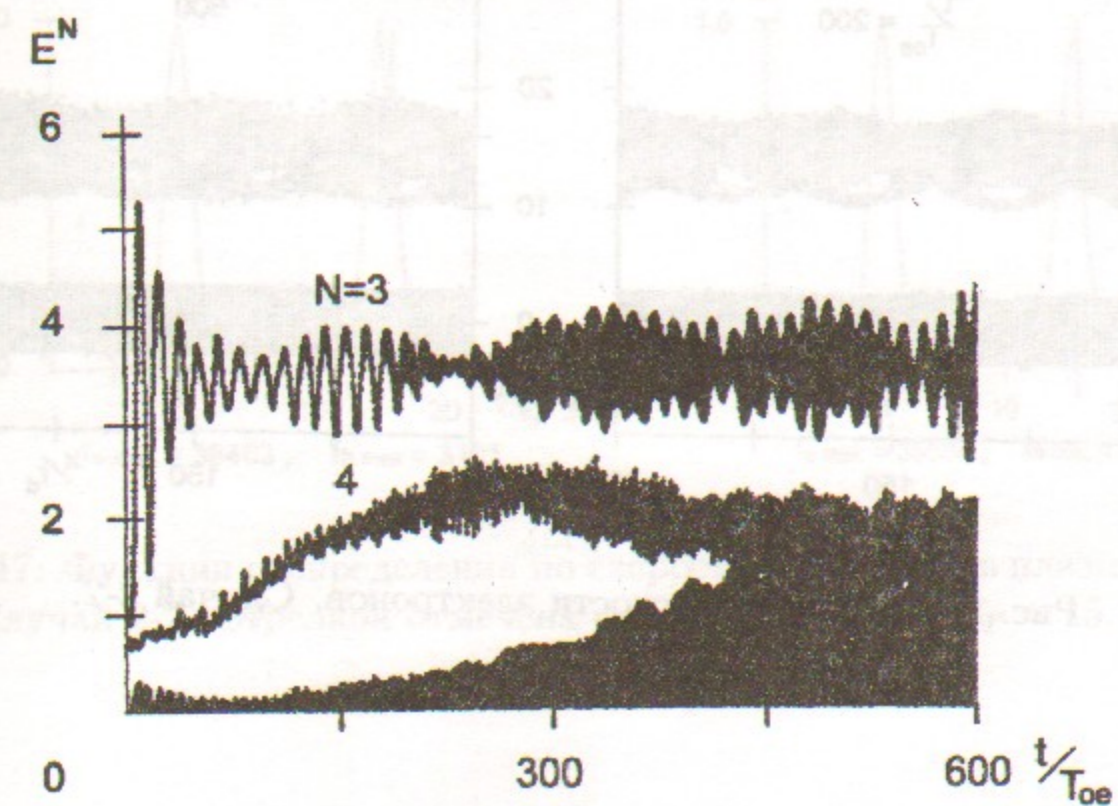


Рис. 15: Зависимость от времени амплитуды волны $N = 3$ и гармоник $N = 1 \div 10$. Случай 2-2.

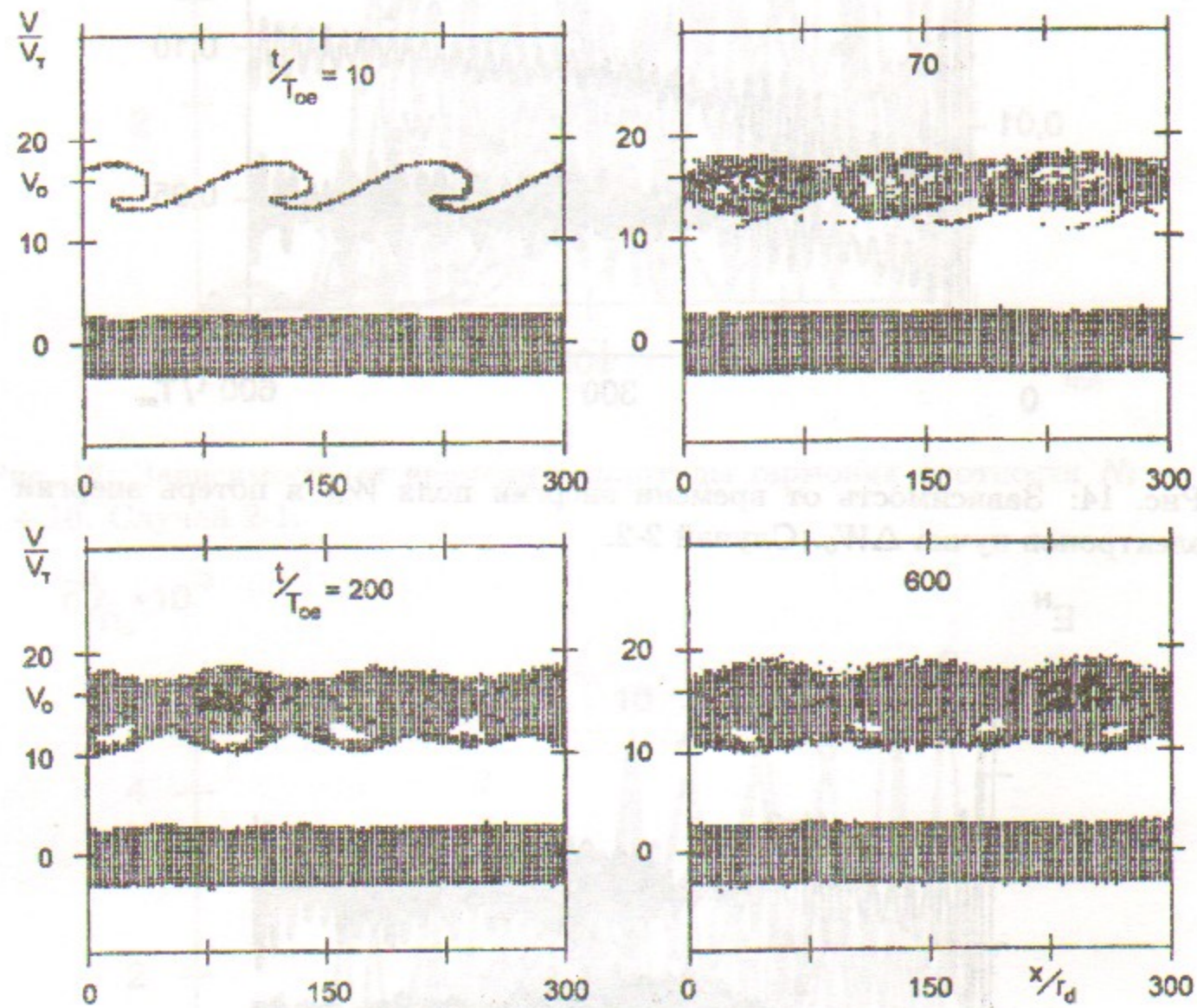


Рис. 16: Фазовые плоскости электронов. Случай 2-2.

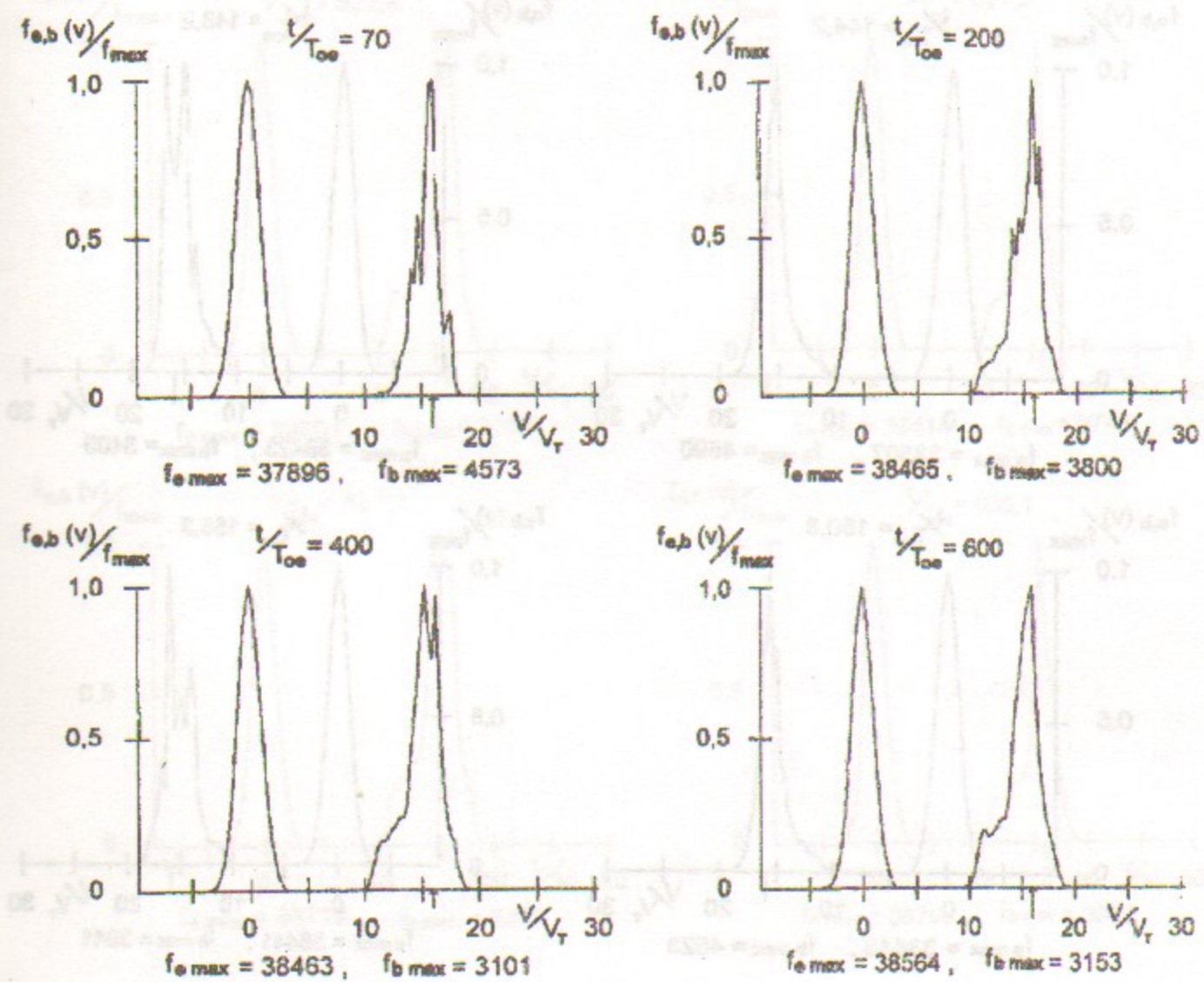


Рис. 17: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2-2. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_0/V_T = 15,9$.

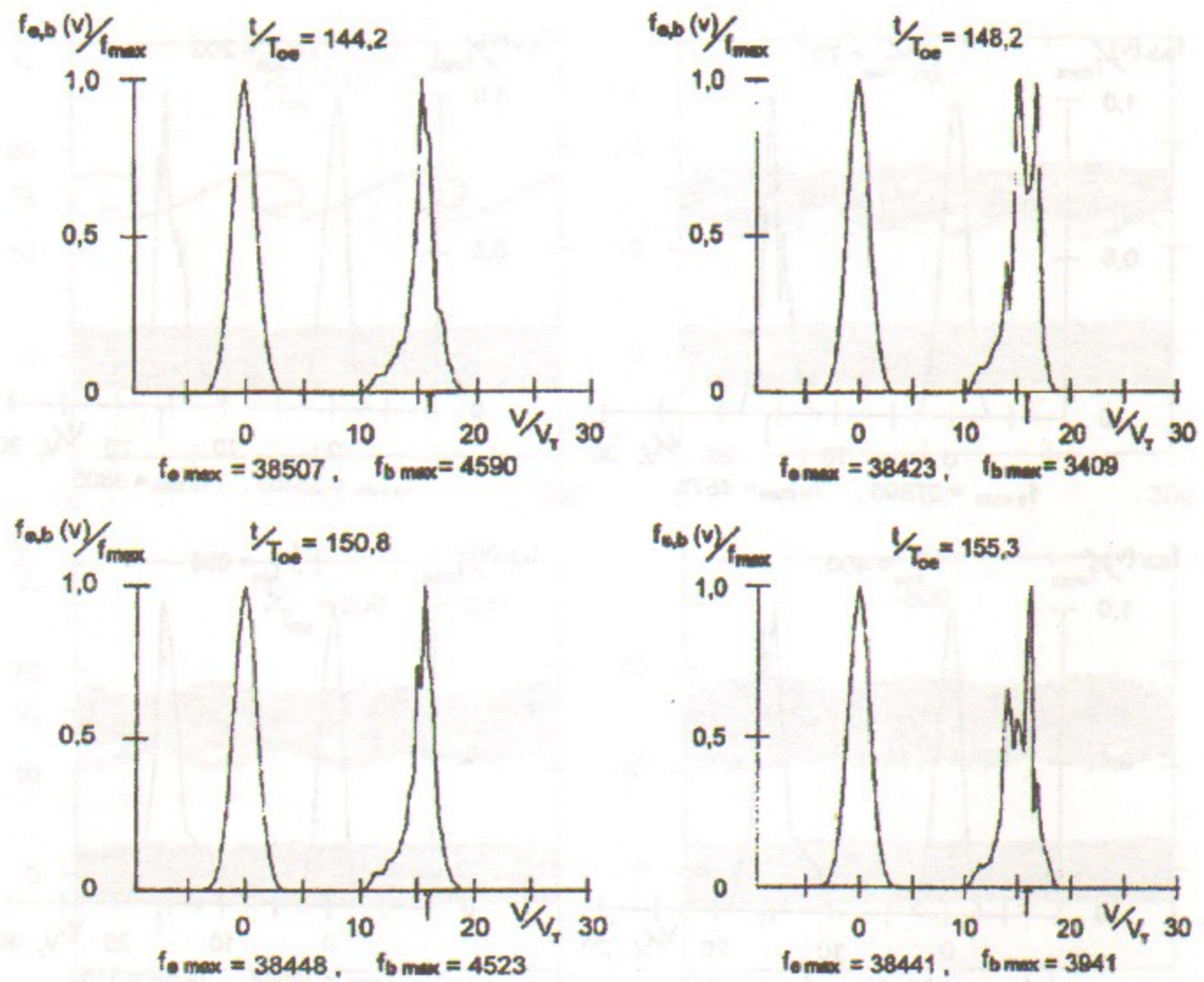


Рис. 18: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2-2. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_0/V_T = 15,9$.

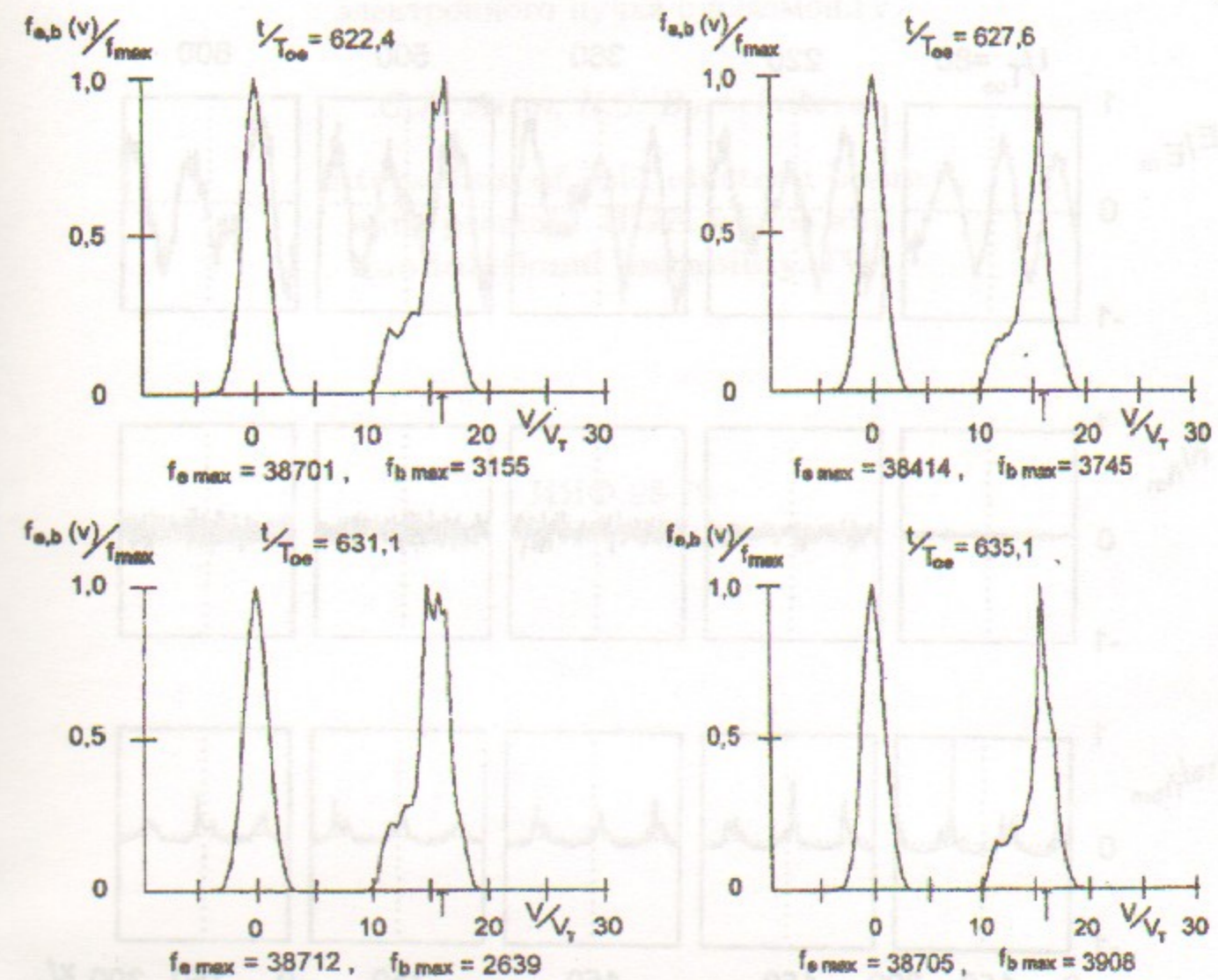


Рис. 19: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2-2. Стрелкой отмечена скорость пучка $V_0/V_T = 15,9$.

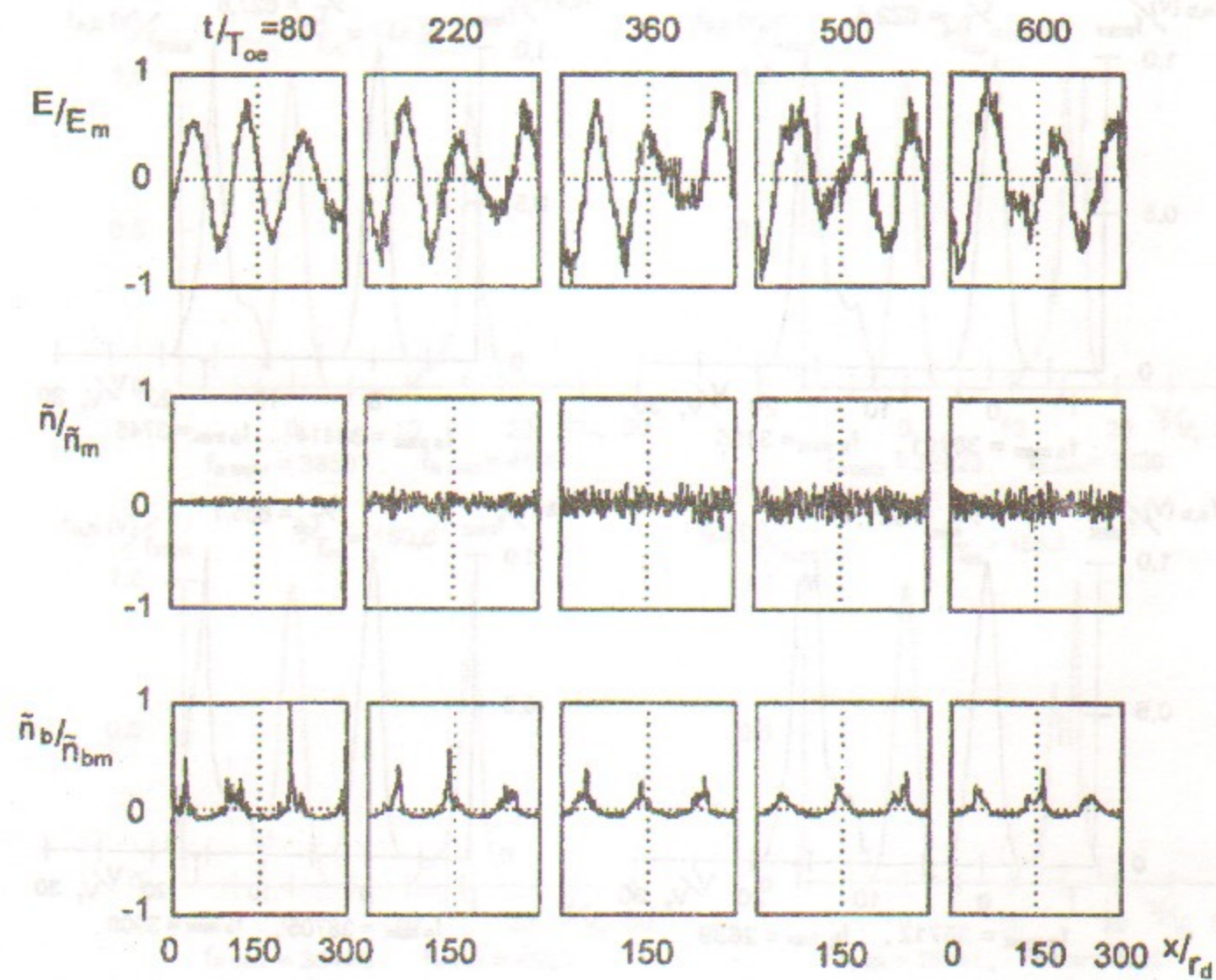


Рис. 20: Распределение поля $E(x)$, возмущения плотности плазмы $\tilde{n}(x)$ и возмущения плотности электронов пучка $\tilde{n}_b(x)$. Случай 2-2. $E_m = 7,59$; $\tilde{n}_m/n_o = 0,21$; $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 5,32$.

Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова

Волны БГК и модуляционная неустойчивость
при взаимодействии холодного
электронного пучка с плазмой. IV.

G.A. Artin, N.S. Buchelnikova

Interaction of cold electron beam
with plasma. BGK waves and
modulational instability. IV.

ИЯФ 98-79

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 23.10. 1998 г.

Сдано в набор 25.10.1998 г.

Подписано в печать 25.10.1998 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.5 печ.л., 2.0 уч.-изд.л.

Тираж 140 экз. Бесплатно. Заказ № 79

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН

Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.