

Сибирское отделение Российской Академии наук
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И.Будкера

Д.Г.Мякишев

CLANSX - МОДИФИКАЦИЯ ПРОГРАММЫ CLANS ДЛЯ
РАСЧЕТА ПРОДОЛЬНОГО ИМПЕДАНСА ВЧ РЕЗОНАТОРОВ
С НАГРУЗКАМИ ВЫСШИХ МОД

ИЯФ 2000-55

НОВОСИБИРСК
2000

CLANSX - Модификация программы CLANS для расчета продольного импеданса ВЧ резонаторов с нагрузками высших мод.

Д.Г. Мякишев

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера
630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Описана программа CLANSX для расчета вынужденных азимутально-однородных колебаний в аксиально-симметричных ВЧ резонаторах с частичным сильно-поглощающим заполнением. Программа является модификацией программы CLANS и позволяет рассчитывать продольный импеданс в широком диапазоне частот в резонаторах с поглотителями высших мод, а также аксиально-симметричные ВЧ нагрузки.

CLANSX – Modification of CLANS code for the evaluation of the longitudinal coupling impedance of RF cavities with HOM dumpers.

D.G. Myakishev

Abstract

The code CLANSX for the calculation of forced monopole oscillations in cylindrical symmetry cavities with partial lossy filling has been described. The code is modification of CLANS package and permits to evaluate the longitudinal coupling impedance at a wide frequency range in cavities with HOM loads and to calculate cylindrical symmetry RF loads.

© Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН, Россия

Введение.

Одной из важных характеристик ВЧ резонатора как элемента ускоряющей структуры является его продольный импеданс, который характеризует взаимодействие пучка с резонатором и используется при анализе устойчивости движения пучка в ускорителях-накопителях. Продольный импеданс обычно вычисляется по формуле [1]:

$$Z_L(\omega) = \frac{1}{1/2 \cdot |I|^2} \int dV \cdot \vec{j}^* \cdot \vec{E}(I) \quad (1)$$

где \vec{E} - электрическое поле, наведенное пучком заряженных частиц с плотностью тока $j \sim e^{ikz}$ и $k = \omega/c$; I ток пучка. Ток и поле имеют гармоническую зависимость от времени $e^{-i\omega t}$.

Предполагается, что частицы пучка двигаются со скоростью света. Мы будем рассматривать продольный импеданс для сравнительно низкочастотной части спектра, когда пролетные отверстия в резонаторе являются запредельными для ВЧ колебаний возбуждаемых в резонаторе, и распространяющиеся колебания отсутствуют, то есть возбужденное пучком ВЧ поле существует только в резонаторе. В этом случае продольный импеданс резонатора можно рассчитать, ограничивая пределы интегрирования областью, включающей резонатор и отрезки пролетных трубок, достаточно длинных, для того чтобы возбуждаемое в резонаторе поле затухало в них.

В общем случае электромагнитное поле резонатора, возбуждаемое внешним током, можно выразить через поля собственных колебаний резонатора [2]:

$$\vec{E}(\omega) = \sum_s \frac{i}{\omega^2 - \omega_s^2} \frac{\omega \int \vec{j} \cdot \vec{E}_s \cdot dV}{\int \mu \cdot H_s^2 \cdot dV} \cdot \vec{E}_s \quad (2)$$

здесь \vec{E}_s и \vec{H}_s - амплитуды поля s-ой моды, ω_s - круговая частота s ой моды. Эти величины полей и частоты при наличии потерь в резонаторе являются комплексными. Мнимая часть собственной круговой частоты определяет потери в резонаторе для данной моды. Добротность колебаний выражается как $Q_s = \frac{\text{Re } \omega_s}{2 \cdot \text{Im } \omega_s}$. Тогда выражение для продольного импеданса (1) можно

записать, считая, что ток имеет единичную амплитуду, в виде:

$$Z(\omega) = \sum_s \frac{i}{\omega^2 - \omega_s^2} \frac{\omega \int \vec{j} \cdot \vec{E}_s \cdot dV \cdot \int \vec{j}^* \cdot \vec{E}_s \cdot dV}{\int \mu \cdot H_s^2 \cdot dV} \quad (3)$$

В случае высокодобротных резонаторов с малыми потерями, когда мнимая часть в собственной частоте мала по сравнению с реальной частью или, другими словами, когда $Q_s \gg 1$, можно записать для $\omega_s^2 \approx \omega_s'^2 (1 - i/Q_s)$, где $\omega_s' = \text{Re } \omega_s$. И для частот ω близких к ω_s' выражение (3) упрощается и имеет вид (например [3]):

$$Z(\omega) = \sum_s \frac{R_{shunt,s}}{1 + i \cdot Q_s \cdot \left(\frac{\omega_s'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_s'} \right)} \quad (4)$$

где используется следующее выражение для шунтового сопротивления резонатора на s -ой резонансной частоте ω_s с добротностью Q_s , которая определяется через резистивные потери в стенках резонатора:

$$R_{shunt,s} = Q_s \frac{\left| \int E_{z,s} \cdot e^{ik_s'z} dz \right|^2}{\omega_s' \int \mu \cdot H_s^2 \cdot dV} \quad (5)$$

где $k_s' = \omega_s'/c$. При выводе (5) принималось во внимание, что по предположению, частица движется со скоростью света, и интеграл $\int E_{z,s} e^{ikz} dz$ таким образом, не зависит от поперечной координаты. В этом случае для описания продольного импеданса резонатора в зависимости от частоты достаточно знать значения шунтового сопротивления и добротности на резонансных частотах (или модах), которые могут быть рассчитаны различными способами (например, программой SUPERLANS [4]). Данный метод широко используется для нахождения продольного импеданса высокодобротных резонаторов.

В случае больших потерь приближенная формула (4) может давать значительную погрешность, поэтому необходимо пользоваться точной формулой (3). Но в этом случае на резонансных частотах заранее можно вычислить только нормировочный интеграл от H_s , стоящий в знаменателе, и пространственное распределение собственных полей \vec{E}_s , не зависящих от частоты ω . Следует заметить, что нормировочный интеграл соответствует запасенной магнитной энергии только в том случае, если отсутствуют потери, т.е. только тогда, когда H_s - действительная функция.

Таким образом, в отличие от случая высокодобротных резонаторов, когда вклад в импеданс от каждой моды описывается только тройкой чисел ω_s , $R_{shunt,s}$, Q_s , для резонаторов с большими потерями при вычислении импеданса в произвольной точке спектра необходимо каждый раз рассчитывать интегралы стоящие в числителе выражения (4). В итоге расчет зависимости импеданса от частоты в широком диапазоне частот с

использованием собственных колебаний становится достаточно трудоемкой задачей. Выходом в этом случае является прямое решение задачи возбуждения резонатора внешними токами без предварительного расчета собственных колебаний резонатора. Поэтому данная работа описывает модификацию комплекса программ CLANS [5] для решения задачи возбуждения внешними токами монополюсных колебаний в аксиально-симметричных резонаторах.

Следует заметить, что помимо расчета продольного импеданса, решение задачи возбуждения может быть также полезно и при расчете коаксиальных и волноводных нагрузок. В этом случае в качестве возбуждающего тока может быть выбран поверхностный ток, соответствующий внешним возбуждающим электромагнитным полям [2, 3].

Постановка задачи возбуждения для азимутально-однородных мод в аксиально-симметричных резонаторах.

В отличие от задачи расчета собственных колебаний вынужденные колебания в резонаторе описываются следующими уравнениями Максвелла, в которых учитывается вклад внешних токов:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \vec{j}^m \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}^e \end{aligned} \quad (6)$$

с граничными условиями на электрической и магнитной стенке и на границах раздела диэлектриков и магнетиков, которые совпадают с граничными условиями для задачи расчета собственных колебаний:

а) на идеально-проводящих стенках (металл):

$$\begin{aligned} \vec{E} \times \vec{n} &= 0, \\ \vec{H} \cdot \vec{n} &= 0; \end{aligned} \quad (6')$$

б) на границе раздела диэлектриков и магнетиков:

$$\begin{aligned} (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \times \vec{n} &= 0, \\ (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \times \vec{n} &= 0; \end{aligned} \quad (6'')$$

где \vec{n} - нормаль к поверхности, индексы 1 и 2 соответствуют полям слева и справа от границы раздела, ε и μ - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемость среды.

Здесь вводится помимо реального электрического тока \vec{j}^e также фиктивный магнитный ток \vec{j}^m . Этот магнитный ток может использоваться при описании

возбуждения резонаторов через отверстие или щель, когда на отверстии или щели задается внешнее возбуждающее тангенциальное электрическое поле [2, 3].

Исключая электрическое или магнитное поле из уравнений (6) и полагая, что поля и сторонние токи имеют гармоническую зависимость от времени, получаем следующие волновые уравнения на амплитуды полей и токов:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{H} &= \mu \cdot k_0^2 \cdot \vec{H} + \frac{i \cdot k_0}{Z_0} \vec{j}^m + \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{rot} \vec{j}^e \\ \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} &= \varepsilon \cdot k_0^2 \cdot \vec{E} + i \cdot k_0 \cdot Z_0 \vec{j}^e - \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{j}^m \end{aligned} \quad (7)$$

где $k_0 = \omega/c$, Z_0 - волновое сопротивление вакуума, и диэлектрическая и магнитная проницаемости кусочно-постоянны.

Для того чтобы, полученные уравнения описывали азимутально-однородные колебания, которые распадаются на два независимых типа колебаний E и H, полагаем, что для E типа колебаний отличны от нуля только j_φ^m и/или j_z^e, j_r^e компоненты токов, а для H типа - j_φ^e и/или j_z^m, j_r^m .

В этом случае для каждого типа колебаний можно переписать уравнения (6) на амплитуды в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{H}_\varphi - \mu \cdot k_0^2 \cdot \vec{H}_\varphi &= \frac{i \cdot k_0}{Z_0} \vec{j}_\varphi^m + \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{rot} \vec{j}^e \\ \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E}_\varphi - \varepsilon \cdot k_0^2 \cdot \vec{E}_\varphi &= i \cdot k_0 \cdot Z_0 \vec{j}_\varphi^e - \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{j}^m \end{aligned} \quad (8)$$

Остальные компоненты полей вычисляются из уравнений Максвелла (6).

Также, как и в случае расчета собственных колебаний, удобно ввести новую переменную:

$$\Pi = \begin{cases} r \cdot H_\varphi, & E - \text{волна} \\ r \cdot E_\varphi, & H - \text{волна} \end{cases}$$

для которой записываются следующие граничные условия на идеально-проводящей поверхности Γ_1 , плоскостях симметрии Γ_2 и оси симметрии Γ_3 :

$$\begin{aligned}
\text{E-волна} & - \begin{cases} \frac{\partial \Pi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1} = 0, \\ \frac{\partial \Pi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = 0 \text{ или} \\ \Pi \Big|_{\Gamma_2} = \Pi \Big|_{\Gamma_3} = 0 \end{cases} \\
\text{H-волна} & - \begin{cases} \Pi \Big|_{\Gamma_1} = 0, \\ \frac{\partial \Pi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} = 0 \text{ или} \\ \Pi \Big|_{\Gamma_2} = \Pi \Big|_{\Gamma_3} = 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

Модель пучка

При расчете зависимости импеданса от частоты, считается, что возбуждающий ток на данной частоте имеет гармоническую зависимость от продольной координаты, и если это ультрарелятивистский пучок, то тогда плотность тока выражается следующим образом: $\vec{j}(z, r) = \vec{j}_0(r) \cdot e^{ikz}$. Обычно при расчете импеданса по формуле (1) предполагается, что плотность тока пучка имеет только продольную компоненту и радиус пучка настолько мал, что изменением продольного поля по радиусу можно пренебречь, и тогда радиальное распределение тока пучка по радиусу заменяется $\delta(r)$ функцией. В этом случае (1) можно переписать в следующем виде:

$$Z_L = \frac{1}{1/2 \cdot |I|} \int dz \cdot e^{ikz} \cdot E_z(I) \quad (9)$$

где интегрирование уравнения (9) производится по оси системы и пучок взаимодействует с E типом колебаний. С другой стороны электрическое поле в резонаторе, с которым взаимодействует пучок, должно возбуждаться самим пучком. Поэтому, при описанной выше постановке задачи, когда уравнения для E типа колебаний записываются относительно азимутальной компоненты магнитного поля, нельзя использовать модель бесконечно тонкого пучка на оси системы, так как в этом случае он располагается в области нулевого магнитного поля и при использовании граничных условий для магнитного поля выпадают члены, отвечающие за взаимодействие пучка с полем резонатора. В этом случае необходимо использовать модель пучка конечного радиуса a [1] с распределением плотности тока по радиусу:

$$j_z(z, r, t) = \begin{cases} \frac{I}{\pi \cdot a^2} e^{i \cdot k_0 \cdot z - i \cdot \omega \cdot t}, & r \leq a \\ 0, & r > a \end{cases} \quad (10)$$

Такой пучок может возбуждать только Е тип колебаний, поэтому выражение для правой части в волновом уравнении для магнитного поля существенно упрощается.

Так как ускоряющие резонаторы всегда имеют пролетные отверстия с присоединенной к ним вакуумной камерой, то особенностью данной задачи являются граничные условия на свободных концах этих отрезков вакуумной камеры. Так как импеданс рассчитывается в низкочастотной области, то поле резонатора затухает в вакуумной камере и в ней остается только собственное электромагнитное поле пучка. Амплитуда магнитного поля ультрарелятивистского пучка (10) в пролетных отверстиях вне резонатора равна:

$$rH_\varphi(r, z) = \Pi(r, z) = \begin{cases} \frac{I}{2\pi} \left(\frac{r}{a}\right)^2 e^{ikz}, & r < a \\ \frac{I}{2\pi} e^{ikz}, & r \geq a \end{cases} \quad (11)$$

Это поле используется в качестве граничного условия на свободных концах отрезков вакуумной камеры, присоединенных к резонатору.

С учетом этих граничных условий получаем замкнутую систему уравнений для магнитного поля при вынужденных колебаниях. Электрические поля выражаются через магнитное поле с помощью уравнений Максвелла (6).

Дискретизация волновых уравнений.

Для решения (8) используется метод конечных элементов [6] с четырехугольными восьмиузловыми элементами. Для получения системы алгебраических уравнений применяется стандартный способ, как и в комплексе программ CLANS - метод Галеркина. Здесь используется та же самая система координат $(z, r^2/4)$, что и в программах SUPERLANS CLANS. При этом получается система алгебраических уравнений с правой частью:

$$(\mathbf{A} - k^2 \mathbf{B})\Pi = F \quad (12)$$

где коэффициенты матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} , такие же как и в CLANS:

$$a_{ij} = \int \frac{1}{\kappa_1} \left(\frac{1}{r^2/4} \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial \phi_j}{\partial z} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r^2/4} \cdot \frac{\partial \phi_j}{\partial r^2/4} \right) \cdot d r^2/4 \cdot dz,$$

$$b_{ij} = \int \kappa_2 \frac{\phi_i \cdot \phi_j}{r^2/4} \cdot d r^2/4 \cdot dz.$$

$$\kappa_1 = \begin{cases} \varepsilon - E \text{ волна} \\ \mu - H \text{ волна} \end{cases}$$

$$\kappa_2 = \begin{cases} \mu - E \text{ волна} \\ \varepsilon - H \text{ волна} \end{cases}$$

А правые части, в случае E колебаний и при отсутствии радиальной компоненты электрического тока, записываются в виде:

$$F_i = \frac{ik}{Z_0} \int \frac{2}{\sqrt{r^2/4}} j_\phi^m \phi_i \cdot d(r^2/4) - \frac{2}{\varepsilon} \int \phi_i \frac{\partial j_z^e}{\partial \sqrt{r^2/4}} d(r^2/4) dz \quad (13)$$

Следует заметить, что на оси системы азимутальное поле равно 0 и, соответственно, осевые узловые значения искомой функции Π тоже равны 0, поэтому матричные коэффициенты для осевых узлов не будут иметь особенности.

При использовании описанной выше модели пучка конечно-элементная сетка задается таким образом, чтобы граница пучка совпадала с линией конечноэлементной сетки. В этом случае выражение для правых частей (13) сильно упрощается, и, в результате, остаются только интегралы вдоль границы пучка, которые дают вклад в уравнения соответствующие узлам, расположенным на границе пучка:

$$F_i = \frac{2}{\varepsilon} \int \phi_i \cdot j_z^e dz \quad (14)$$

Матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} являются симметричными и положительно определенными. Так как матрицы совпадают с аналогичными матрицами в случае расчета собственных колебаний (CLANS), то для их расчета используются те же программные модули, как и в случае расчета собственных колебаний. Потери в резонаторе также учитываются введением комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей среды, частично заполняющей резонатор. Так как колебания являются вынужденными, то

$k = \frac{\omega}{c}$ является действительной величиной. Для решения задачи

возбуждения монополярных колебаний с помощью сторонних токов был написан новый модуль комплекса программ CLANS - CLANSX, позволяющий рассчитывать импедансы и другие характеристики резонаторов с большими потерями в широком диапазоне частот.

Тестирование модуля CLANSX

Модуль CLANSX тестировался на цилиндрическом резонаторе, на внешней стенке которого по периметру была введена нагрузка (рисунок 1).

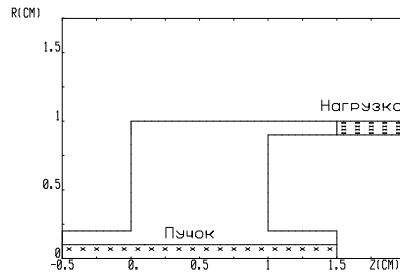
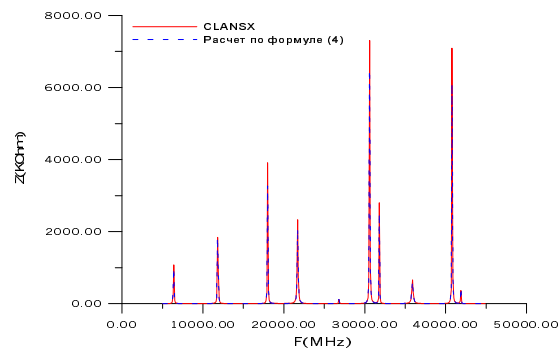
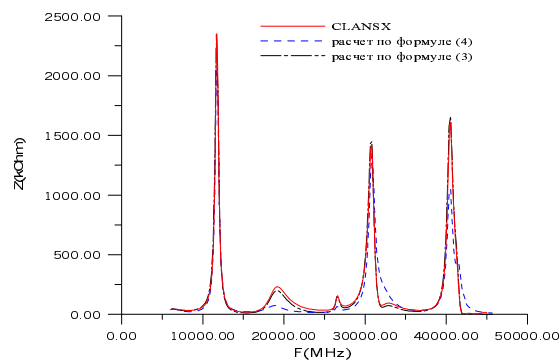


Рисунок 1. Тестовая геометрия.



а) малые потери



б) Большие потери.

Рисунок 2. Расчет импеданса тестового резонатора с разными потерями.

Рассматривалось два варианта нагрузки: один вариант с малыми потерями, другой с большими. В первом случае добротность резонатора остается достаточно высокой, и моды практически не перекрываются. Во втором случае добротность уже достаточно низка, и моды начинают перекрываться. Для обоих вариантов рассчитывался спектр с помощью стандартного пакета CLANS, а с помощью модуля CLANSX решалась задача возбуждения током, расположенном на оси. В первом случае для малых тангенсов потерь в нагрузке (<0.01) результаты решения задачи возбуждения хорошо совпали с результатами полученными по (4). Для больших тангенсов потерь эта формула уже дает большую погрешность и необходимо пользоваться формулой (3). На рисунке 2 приведены распределения импедансов для случаев малых и больших потерь в тестовом резонаторе.

Расчет продольного импеданса резонатора с подавлением высших мод.

Как было сказано во введении одной из проблем, которую можно решать с помощью новой модификации программы CLANS, является расчет продольного импеданса резонаторов в области частот, являющихся закритическими для пролетных отверстий в резонаторе. Описанный способ решения задачи возбуждения электромагнитных колебаний особенно удобен при расчете продольных импедансов в случае больших потерь в резонаторе, когда добротности собственных мод очень низкие и при плотном спектре моды резонатора перекрываются и пользоваться формулой (4) уже нельзя.

В качестве примера реального приложения программы CLANSX можно рассмотреть расчет продольного импеданса одномодового резонатора для ускорительного комплекса в Nana-Nana [7]. Резонатор накопительного кольца Nana-Nana представляет из себя медный резонатор с рабочей частотой 178 МГц, в котором используются диэлектрические нагрузки для подавления высших мод. Схема резонатора была разработана в ИЯФ под руководством Петрова В.М. Ускоряющий модуль состоит из двух одинаковых секций, соединенных навстречу друг к другу. Схема левой секции приведена на рисунке 3. Секции соединяются широкими отверстиями, поэтому для мод, не распространяющихся в широком волноводе (частота среза 750 МГц), каждую секцию можно рассматривать как отдельный резонатор. Каждая секция резонатора содержит по две нагрузки. Одна нагрузка расположена на конце коаксиальной линии, присоединенной к резонатору, а вторая нагрузка расположена в широком волноводе и служит для подавления мод, которые распространяются в этом волноводе.

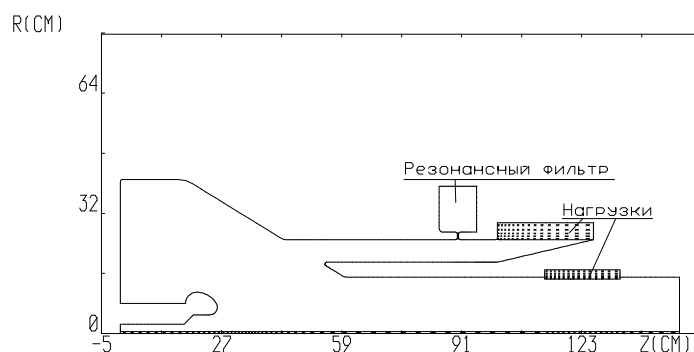


Рисунок 3. Расчетная схема одномодового резонатора.

Для того, что бы основная мода не проникала в коаксиальную нагрузку используется резонансный фильтр, который "отсекает" рабочую моду от коаксиальной нагрузки. В результате рабочая мода остается высокочастотной, добротность которой определяется только резистивными потерями в стенках резонатора.

Для правильности проверки расчета продольного импеданса в программе по формуле (9) можно использовать также энергетические соотношения. В этом случае активная часть продольного импеданса характеризует мощность потерь, связанных с конечной проводимостью стенок и потерями в среде, заполняющей резонатор:

$$P = \operatorname{Re}(U \cdot I^* / 2) = 1/2 |U|^2 / Z = 1/2 |I|^2 \cdot Z, \text{ здесь } U - \text{напряжение на резонаторе,}$$

наведенное пучком с током I . Реактивная часть импеданса рассчитывается через разность запасенной магнитной и электрической энергии ВЧ - колебаний. Точность совпадения результатов, полученных двумя способами не хуже одного процента. Следует заметить, что в случае расчета импеданса через мощность потерь необходимо учитывать поток энергии, связанной с полем пучка, через пролетные отверстия [2]. Если радиусы пролетных отверстий на входе в резонатор и на выходе из него одинаковые, то суммарный поток энергии через эти отверстия равен нулю, так как поля пучка на влете и вылете из резонатора одинаковые, и сечение выходных отверстий тоже. Если же радиусы пролетных отверстий разные, то в потоках энергии возникает разность, так как изменяется сечение пролетных отверстий, по которым вычисляется поток энергии.

Результаты расчета импеданса резонатора в диапазоне 40-2500 МГц приведены на рисунке 4.

Расчитывалась как одна секция резонатора, так и полная геометрия, состоящая из двух секций. В области частот до 750 МГц (частота среза широкого волновода) импедансы для одной и двух секций хорошо совпадают с учетом, что коэффициент между импедансами для одной и для двух секций равен 2. Для частот выше 750 МГц появляется небольшое различие в импедансах для одной и двух секций, так как на этих частотах между секциями появляется связь. Но из-за наличия нагрузок в широких трубках дрейфа связь довольно слабая и отличие в импедансах незначительное.

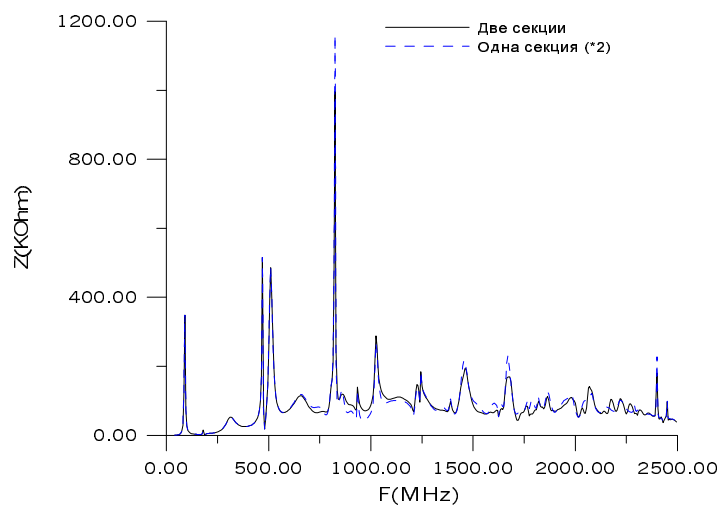


Рисунок 4. Расчетный импеданс одномодового резонатора.

Из расчетов видно, что высшие моды хорошо подавлены: продольный импеданс связи не превышает значения 1.2 кОм и добротность высших мод не превышает 500. Полученные распределения продольного импеданса в зависимости от частоты использовались затем при расчетах инкрементов пучковых неустойчивостей в накопителе.

Расчет аксиально-симметричных систем с возбуждением через коаксиальную линию.

Программу CLANSX можно также использовать и при расчете аксиально-симметричных ВЧ устройств, возбуждение которых производится через коаксиальную линию. В частности, программа позволяет рассчитывать коаксиальные нагрузки, и таким образом проводить их оптимизацию.

Для коаксиальных линий в случае азимутально-однородных колебаний существуют два типа волн: волноводные моды, имеющие критические длины волн, и TEM волны, которые не имеют критической

длины волны и, соответственно, распространяющиеся по коаксиальной линии, начиная с нулевой частоты. Обычно в качестве рабочего типа колебания в коаксиальных линиях выбирается TEM волна с частотой, лежащей ниже первой критической частоты волноводных колебаний. Поэтому ограничимся рассмотрением TEM колебаний.

Для начала рассмотрим отрезок однородной коаксиальной линии. Если на концах отрезка линии поставить условия электрической стенки (короткого замыкания) и/или магнитной стенки (холостого хода), то в результате получим коаксиальный резонатор с набором стоячих волн, частоты которых определяются длиной отрезка линии. Для того чтобы в коаксиальной линии смоделировать бегущую волну необходимо на одном из концов линии (например, справа) задать поглощающий материал (идеальную нагрузку), рисунок 5.

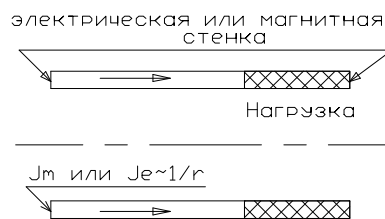


Рисунок 2.4.5 Отрезок коаксиальной линии с нагрузкой.

Тогда волны бегущие в коаксиальной линии слева направо будут поглощаться в нагрузке и, соответственно, не будут отражаться от правого конца линии. Таким образом, в линии не смогут образоваться стоячие волны, являющиеся суперпозицией бегущих в разных направлениях волн. С другой стороны поглощающий материал является неоднородностью в коаксиале, поэтому при произвольном выборе характеристик материала (диэлектрической и магнитной проницаемостей) возможно отражение падающей волны на границе раздела сред. Для того, чтобы отражения падающих TEM волн от границы раздела сред не было, необходимо, чтобы относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды были равны друг другу (сохранение волнового сопротивления коаксиальной линии): $\epsilon = \mu$.

В этом случае можно говорить об идеальной или согласованной нагрузке. Если теперь выбрать соответствующую длину и тангенс потерь в нагрузке, то волна, проходящая через нагрузку, будет практически затухать до нуля, и тогда на правой границе коаксиальной линии можно будет задавать произвольные граничное условие - электрическую или магнитную стенку, так как это условие уже ни на что влиять не будет. Таким образом

можно использовать обычные граничные условия, задаваемые в программе CLANS.

Для возбуждения колебаний на левой стенке коаксиальной линии задается поверхностный магнитный ток, соответствующий распределению электрического поля в TEM волне с заданной частотой:

$$j_{\phi}^m = A/r e^{-i\omega t}. \quad (15)$$

Помимо этого, на левой границе задается условие на магнитное поле:

$$\frac{\partial(rH_{\phi})}{\partial n} = 0 \quad (16)$$

которое формально совпадает с условием электрической стенки, но из-за наличия внешних магнитных токов электрическое поле отлично от нуля на этой границе. В результате, если на левой границе коаксиала заданы описанные выше граничные условия, а справа смоделирована идеальная нагрузка, то результатом решения такой задачи для отрезка коаксиальной линии будет бегущая слева направо TEM волна.

Одним из критериев правильности полученного решения является отношение электрического и магнитного поля, равное волновому сопротивлению среды, а также волновое сопротивление коаксиальной линии, вычисляемые по следующим формулам:

$$\frac{E_r}{H_{\phi}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} Z_0 \ln \frac{b}{a} \approx 60 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad (17)$$

здесь Z_0 – волновое сопротивление вакуума, Z_c – волновое сопротивление коаксиальной линии, ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемость среды, заполняющей коаксиальную линию, b и a – внешний и внутренний радиус линии. Это выражение выполняется вдоль всей линии, и, в частности, на левой границе, где задан возбуждающий ток.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда в линии имеются различные неоднородности, и в ней возникают отраженные волны. Снова предполагаем, что граница с возбуждением находится слева (рисунок 6).

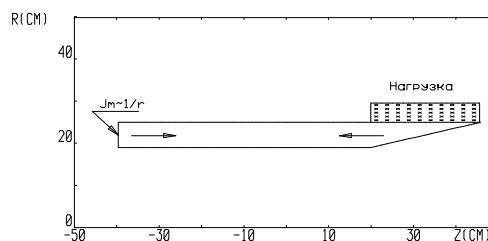


Рисунок 6. Расчетная геометрия нагрузки.

В случае отраженных волн в коаксиальной линии решение задачи с описанными выше граничными условиями будет давать в качестве решения суперпозицию волн с разными амплитудами, бегущих в разных направлениях:

$$H_{\varphi} = H_{\varphi}^r e^{i(kz - \omega t)} + H_{\varphi}^l e^{-i(kz + \omega t)} \quad (18)$$

Так как волновое сопротивление коаксиальной линии известно, то вычислив H_{φ} на левой границе коаксиальной линии и, зная заданное там электрическое поле (поверхностный магнитный ток), можно определить амплитуды падающей и отраженной волн (полагаем ε и μ равными 1):

$$H_{\varphi}^r = \frac{E_r / Z_0 + H_{\varphi}}{2}, \quad H_{\varphi}^l = \frac{E_r / Z_0 - H_{\varphi}}{2} \quad (19)$$

Таким образом, зная теперь амплитуды падающей и отраженной волны, можно определить, например, коэффициент отражения. Если теперь справа в линии задана идеальная нагрузка, т.е. нет отражения от правой границы, то вычислив поле вблизи нагрузки, можно определить прошедшую волну, и таким образом коэффициент прохождения. Т.е. программа позволяет находить коэффициенты S матрицы для аксиально-симметричных систем, возбуждаемых через коаксиальную линию.

Одним из ограничений данного метода решения является, то, что в случае сильного или полного отражения, когда в коаксиальной линии образуется стоячая волна, необходимо контролировать положение левой границы, на которой задается возбуждающий магнитный ток или, что эквивалентно, внешнее электрическое поле. Так как в стоячей волне существуют узлы электрического поля, то при попадании границы на узел поля формально должны получиться бесконечные амплитуды магнитного поля. При численном решении это приводит к большим погрешностям расчета. С другой стороны, при проектировании различных коаксиальных систем стараются как раз уменьшить коэффициент отражения, и таким образом случай чистой стоячей волны обычно не реализуется. В результате этого ослабляется требование к контролю положения возбуждающей границы.

Расчет коаксиальных нагрузок.

Описанный выше способ расчета коаксиальных систем использовался при расчете коаксиальных нагрузок для резонатора накопителя Nana Nana [7]. Аксиально-симметричные нагрузки могут использоваться для подавления высших мод в ускоряющих резонаторах. Качество нагрузки характеризуется коэффициентом отражения волны, т.е. в идеальной нагрузке падающая волна должна полностью поглощаться. Одним

из способов определения коэффициента отражения является его вычисление через коэффициент стоячей волны (КСВН) g :

$$\rho = \frac{g - 1}{g + 1} \quad (20)$$

В свою очередь g равен отношению максимального и минимального модулей электрического поля вдоль коаксиала:

$$g = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} \quad (21)$$

поэтому в программе вычисляются значения E_{\max} и E_{\min} на внешнем радиусе коаксиала и затем по этим величинам определяется КСВН. В этом случае необходимо, чтобы длина коаксиального отрезка в расчетах была больше пол-длины волны колебаний, так как хотя значения E_{\max} и E_{\min} и разнесены на четверть длины волны, но при меньшем расстоянии и произвольном расположении минимума и максимума полей просто невозможно определить эти величины. Для хороших нагрузок величина КСВН в заданном диапазоне частот должна быть близка к 1.

В качестве примера использования программы для расчета нагрузок рассмотрим расчет коаксиальной нагрузки для резонатора накопителя Nana Nana. На рисунках 6 и 7 приведена расчетная геометрия нагрузки и зависимость КСВН от частоты. Нагрузка изготавливается из диэлектрического проводящего материала. Реальная нагрузка набирается из большого количества мелких элементов. Поэтому в расчетах использовались усредненные характеристики материала, с учетом коэффициента заполнения: $\epsilon' = 8$, $\sigma = 0.5 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$. Комплексная диэлектрическая проницаемость материала от частоты вычислялась по формуле: $\epsilon(f) = \epsilon' \epsilon_0 - i \sigma / 2\pi f$. Магнитная проницаемость задавалась равной магнитной проницаемости вакуума: $\mu(f) = \mu_0$. Следует заметить, что аналогичную задачу данным методом можно решать и программой CFISH [8] (результаты расчетов которой, совпадают с результатами расчетов CLANS), однако для этого требуется дополнительная обработка результатов расчетов этой программы для получения величины КСВН. В этом смысле использование CLANSX является более удобным, так как программа сразу выдает требуемые характеристики.

Результаты расчета показывают, что КСВН для колебаний превышающих 700 МГц, не превышает значения 1.1, что показывает, что нагрузка достаточно хорошо работает и будет подавлять высшие моды.

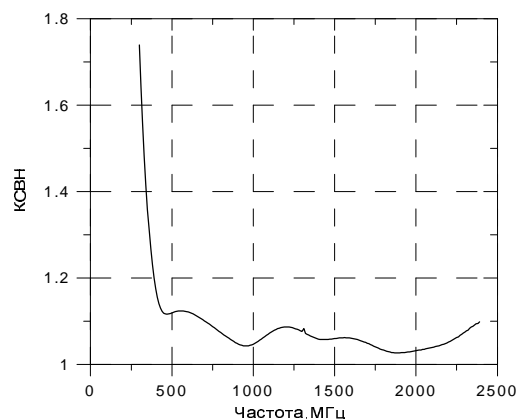


Рисунок 7. Зависимость КСВН коаксиальной нагрузки от частоты.

Заключение.

Модификация программы CLANS для решения задачи о вынужденных колебаниях позволяет рассчитывать продольный импеданс аксиально-симметричных резонаторов с большими потерями в широком диапазоне частот и позволяет применять программу для расчета характеристик одномодовых резонаторов. Она также позволяет вычислять коэффициенты матрицы рассеяния для аксиально-симметричных систем, возбуждение которых происходит через коаксиальную линию. Эта возможность используется для численного исследования аксиально-симметричных нагрузок, применяемых в различных СВЧ устройствах.

Автор выражает глубокую благодарность Петрову В.М. за постоянную поддержку данной работы, Карлинеру М.М. за полезные обсуждения, а также Волкову В.В. и Трибендису А.Г. за полезное сотрудничество и активное использование новой программы.

Литература.

- [1] *R.L.Glukstern, F.Neri* Longitudinal Coupling Impedance for a beam Pipe with the Cavity. // IEEE Transaction in Nuclear Science. 1985 Vol.NS 32, No.5, p.2403.
- [2] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны.-2-е изд., переаб. и доп. М.: Радио и связь, 1988.-440 с., ил.
- [3] *Карлинер М.М.* Электродинамика СВЧ. - Новосибирск: Издательство НГУ, 1999.

- [4] *Myakishev D.G., Yakovlev V.P.* An Interactive Code SUPERLANS for Evaluation of RF Cavities and Acceleration Structures. // Proc.of IEEE Particle Accelerator Conference, May 6 9, 1991, San Francisco, California. 91CH3038 7, Conference Record. V 5, pp.3002 3004.
- [5] *Myakishev D.G., Yakovlev V.P.* The New Possibilities of Superlans Code for Evaluation of Axisymmetric Cavities. // Proc. of 1995 Particle Accelerator Conference and International Conference on High Energy Accelerators, May 1 5, 1995, Dallas, Texas. p.2348 2350.
- [6] *О.Зенкевич, К.Морган.* Конечные элементы и аппроксимация.-М.:Мир, 1986.
- [7] Ежегодный отчет 1999, Институт Ядерной Физики им Г.И.Будкера СОРАН, ИЯФ СО РАН, Новосибирск, 2000.
- [8] *M.S.de Jong, F.P.Adams* SEAFISH, A 2 Dimensional Complex Helmholtz Equation Solver, IEEE CEFC 90. Toronto, October 22 24, 1990.