

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И.Будкера СО РАН

М.Н. Ачасов, С.Е. Бару, К.И. Белобородов,
А.В. Бердюгин, А.В. Боженок, А.Г. Богданчиков,
А.Д. Букин, Д.А. Букин, С.В. Бурдин,
А.В. Васильев, Д.И. Ганюшин, Т.В. Димова,
А.А. Дроздецкий, В.П. Дружинин, М.С. Дубровин,
В.Б. Голубев, В.Н. Иванченко, И.А. Кооп,
А.А. Король, С.В. Кошуба, И.Н. Нестеренко,
Е.В. Пахтусова, А.А. Полунин, А.А. Сальников,
С.И. Середняков, А.Г. Скрипкин, В.В. Шарый,
Ю.М. Шатунов, В.А. Сидоров, Э.К. Силагадзе

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ $e^+e^- \rightarrow 4\pi$
В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИИ 0,98-1,38 ГэВ
С ДЕТЕКТОРОМ СНД

ИЯФ 2001-34

Новосибирск
2001

**Исследование процессов $e^+e^- \rightarrow 4\pi$
в области энергии 0,98-1,38 ГэВ с детектором СНД**

*М.Н. Ачасов, С.Е. Бару, К.И. Белобородов, А.В. Бердюгин,
А.В. Боженок, А.Г. Богданчиков, А.Д. Бужин, Д.А. Бужин,
С.В. Бурдин, А.В. Васильев, Д.И. Ганюшин, Т.В. Димова,
А.А. Дроздецкий, В.П. Дружинин, М.С. Дубровин, В.Б. Голубев,
В.Н. Иванченко, И.А. Кооп, А.А. Король, С.В. Кошуба,
И.Н. Нестеренко, Е.В. Пахтусова, А.А. Полунин, А.А. Сальников,
С.И. Середняков, А.Г. Скрипкин, В.В. Шарый, Ю.М. Шатунов,
В.А. Сидоров, З.К. Силагадзе*

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера, 630090, Новосибирск, Россия

Аннотация

В экспериментах на коллайдере ВЭПП-2М с детектором СНД проведены измерения сечений процессов $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ в области энергии 0,98 – 1,38 ГэВ. В канале $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ измерено сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$. Спектр инвариантных масс π -мезонов в процессах $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ с вычтенным вкладом $\omega\pi$ удовлетворительно описывается моделью промежуточного состояния $a_1\pi$.

**$e^+e^- \rightarrow 4\pi$ processes investigation
in the energy range 0.98–1.38 GeV with SND detector**

*M.N. Achasov, S.E. Baru, K.I. Beloborodov, A.V. Berdyugin,
A.V. Bozhenok, A.G. Bogdanchikov, A.D. Bukin, D.A. Bukin,
S.V. Burdin, A.V. Vasiljev, D.I. Ganyushin, T.V. Dimova,
A.A. Drozdetsky, V.P. Druzhinin, M.S. Dubrovin, V.B. Golubev,
V.N. Ivanchenko, I.A. Koop, A.A. Korol, S.V. Koshuba,
I.N. Nesterenko, E.V. Pakhtusova, A.A. Polunin, A.A. Salnikov,
S.I. Serednyakov, A.G. Skripkin, V.V. Shary, Yu.M. Shatunov,
V.A. Sidorov, Z.K. Silagadze*

Abstract

The cross section of the $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ processes were measured in the SND experiment at the VEPP-2M collider in the 0.98 – 1.38 GeV energy range. In $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ final state the cross section of the $e^+e^- \rightarrow \omega\pi \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ process was measured. The π -mesons invariant mass spectra in $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ processes with subtracted $\omega\pi$ contribution has a good agreement with $a_1\pi$ model.

©Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН

Содержание

1	Введение	4
2	Эксперименты с детектором СНД в области энергий 0,98 – 1,38 ГэВ	5
3	Анализ данных	5
3.1	Восстановление энергии заряженных π -мезонов методом кинематической реконструкции	6
3.2	Условия отбора событий	8
3.3	Выбор модели	9
3.4	Измерение сечений	18
3.5	Измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ в области ϕ -мезонного резонанса.	22
3.6	Вклад фона при отборе процессов $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow$ $\pi^+\pi^-2\pi^0$	27
3.6.1	"Пучковый" фон	27
3.6.2	Резонансный фон в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$	31
3.7	Систематические погрешности	33
4	Обсуждение результатов	34
5	Заключение	36
Приложение А Определение параметров промежуточных состояний		37

1 Введение

С 1995 года на коллайдере ВЭПП-2М [1] проводятся эксперименты со Сферическим нейтральным детектором (СНД) [2, 3], универсальным современным детектором элементарных частиц для экспериментов на e^+e^- коллайдерах при низких энергиях. Одним из важных направлений исследований с детектором СНД является изучение электрон-позитронной аннигиляции в четыре π -мезона в диапазоне энергий 1,0–1,4 ГэВ. Интерес к процессам e^+e^- аннигиляции в $2\pi^+2\pi^-$, $\pi^+\pi^-2\pi^0$ вызван следующими причинами. В диапазоне энергий 1–2 ГэВ сечение процессов $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ является доминирующим и определяет адронный вклад в поляризацию вакуума. Знание этого вклада позволяет определить адронный вклад в аномальный магнитный момент мюона. Сравнение с распадами τ -лептона, $\tau \rightarrow h^\pm\nu_\tau$, где h^\pm — система нескольких π -мезонов, позволяет проверить гипотезу сохранения векторного тока [4, 5, 6]. Процессы $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ являются важнейшим источником информации при изучении возбужденных состояний ρ -мезона. В соответствии с современными данными в области 1–2 ГэВ существуют два возбужденных состояния ρ -мезона: ρ' или $\rho(1450)$, ρ'' или $\rho(1700)$ [7]. Определение параметров этих состояний можно найти в работах [8, 9, 10]. Возможное смешивание возбужденных состояний ρ -мезона с экзотическими мезонами, например, 4-х кварковыми мезонами, обсуждается в работах [11, 12]. Также, существуют указания на наличие состояния $\rho_x(1300)$ [13], которое возможно не является обычным кварк-антикварковым мезоном [14]. Исследуемые процессы — основной источник фона для других процессов в этой области энергий, например, для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ [15].

В предыдущих экспериментах по изучению процессов $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ на коллайдерах ВЭПП-2М [17, 18, 19, 20, 21], DCI [22], ADONE [23] была достигнута стат. точность $\sim 5\%$, при систематической ошибке $\sim 15\%$, а различие между экспериментами достигает 20%. Исследование этих процессов детекторами нового поколения СНД и КМД-2 позволит уменьшить как статистическую, так и систематическую ошибки измерений.

Цель данной работы — измерение сечений процессов $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ детектором СНД в области энергий 1,0 – 1,4 ГэВ.

2 Эксперименты с детектором СНД в области энергий 0,98 – 1,38 ГэВ

В этой работе использованы данные экспериментов с детектором СНД, проводившихся в 1997–1999 годах. В диапазоне энергий 0,98–1,38 ГэВ (вне ϕ -мезонного резонанса) было проведено 3 сканирования:

Сканирование 1 (MHAD9701): 1997 г. инт. светимость = 550 нб⁻¹

Сканирование 2 (MHAD9702): 1997 г. инт. светимость = 5550 нб⁻¹

Сканирование 3 (MHAD9901): 1999 г. инт. светимость = 3150 нб⁻¹

В области ϕ -мезонного резонанса было проанализировано 2 сканирования:

Сканирование 4 (PHI9801): 1998 г. инт. светимость = 4100 нб⁻¹

Сканирование 5 (PHI9802): 1998 г. инт. светимость = 5400 нб⁻¹

Интегральная светимость составила 9250 нб⁻¹ в области энергий 0,98–1,38 ГэВ и 9500 нб⁻¹ в диапазоне энергий 0,98–1,06 ГэВ. Сканирования проводились в разных фоновых условиях, поэтому сравнение видимых сечений в разных сканированиях позволяет оценить влияние фона частиц, выбывших из пучка, на результаты измерения. При наборе статистики в сканированиях 2 и 3 изменялись условия триггера с которым набиралась статистика. Данное изменение было вызвано повышением загрузки в детекторе при увеличении энергии пучков. Результаты моделирования эффективности регистрации событий детектором по методу Монте-Карло показывают, что различия в эффективности в разных сканированиях не превышают 2% от значения эффективности, что много меньше систематических ошибок в измерении сечения. Поэтому для всех сканирований эффективность считалась одинаковой, т.е. не зависящей от условий триггера.

3 Анализ данных

Процедура анализа экспериментальных данных состояла в следующем.

Проводилась реконструкция событий, зарегистрированных в экспериментах с детектором СНД. Реконструированные события разбивались на классы (потoki).

Для дальнейшего анализа использовалось 2 класса:

1. с 3 и более заряженными частицами, содержащий события процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, отобранные в условиях: сработал триггер заряженных частиц; параметр R (расстояние от оси пучков до трека) каждого из треков меньше 0,5 см; параметр Z (координата ближайшей к оси пучков точки трека вдоль этой оси) каждого трека удовлетворяет условию $-10 \text{ см} < Z < 10 \text{ см}$;
2. с 2 и более заряженными и 3 и более нейтральными частицами, содержащий события процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$, отобранные в условиях: сработал триггер заряженных частиц; параметр R каждого из треков меньше 0,5 см; параметр Z каждого трека удовлетворяет условию $-10 \text{ см} < Z < 10 \text{ см}$;

Срабатывание триггера заряженных частиц происходит, если в дрейфовых камерах СНД зарегистрирован трек и зарегистрировано энерговыделение в кристаллах калориметра, превышающее пороговое значение. Минимальный порог на энерговыделение в кристаллах имел величину порядка 30 МэВ. Из этих потоков выбирались события, которые удовлетворяли условиям отбора, описанным далее.

Затем подбирались модель, описывающая наилучшим образом экспериментальные распределения по инвариантным массам двух и трех π -мезонов. Определялись эффективности регистрации по моделированию методом Монте-Карло. Используя процедуру подгонки, которая, в частности, учитывает радиационные поправки [24], находилось сечение процессов. Проводилась оценка систематической ошибки.

3.1 Восстановление энергии заряженных π -мезонов методом кинематической реконструкции

Конечные состояния в обоих изучаемых каналах содержат заряженные π -мезоны. Энергию заряженных π -мезонов нельзя измерить калориметром детектора СНД, поскольку, в отличие от электронов, электромагнитный ливень π -мезонами не индуцируется и энерговыделение π -мезонов в калориметре не пропорционально их энергии. Так как в детекторе СНД отсутствует магнитное поле, то знак заряда π -мезонов не распознается. Для определения энергий заряженных π -мезонов использовалась процедура кинематической реконструкции, состоящая в следующем. Используя параметры частиц, измеренные в детекторе, записываются четыре уравнения связи f_j ($j=1,2,3,4$), соответствующие законам сохранения энергии и

импульса. При условиях f_j ищется условный минимум функции:

$$\chi^2 = \sum_i \left[\frac{(\phi_i - \phi_i^{exp})^2}{\sigma_{\phi_i}^2} + \frac{(\theta_i - \theta_i^{exp})^2}{\sigma_{\theta_i}^2} + \frac{(E_i - E_i^{exp})^2}{\sigma_{E_i}^2} \right], \quad (1)$$

где ϕ_i^{exp} – измеренное значение угла ϕ частицы i ;

ϕ_i – варьируемая переменная, соответствующая углу ϕ частицы i ;

θ_i^{exp} – измеренное значение угла θ частицы i ;

θ_i – варьируемая переменная, соответствующая углу θ частицы i ;

E_i^{exp} – энергосодержание i -го π -мезона;

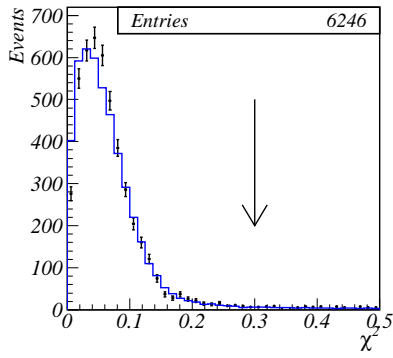
E_i – варьируемая переменная, соответствующая энергии i -го π -мезона;

σ_x – точность измерения соответствующей величины x .

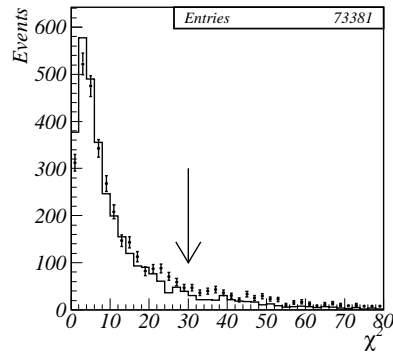
Последний член в выражении (1), фиксирует энергию π -мезона вблизи энергосодержания с точностью σ_E . Величина $\sigma_E = 1000$ МэВ по порядку величины — разброс энергосодержания для заряженных пионов. Найденный условный минимум функции позволяет уточнить измеренные параметры частиц, а в том случае, когда параметры не измерены, или измерены с очень плохой точностью, дает наилучшую оценку для этих параметров.

Когда измеряются не все параметры частиц, то в результате минимизации неизвестные параметры могут быть найдены, если их количество меньше или равно количеству законов сохранения энергии и импульса. Так, в канале $2\pi^+2\pi^-$ число уравнений связи равно числу неизвестных параметров, это приводит к тому, что значение χ^2 близко к нулю. Распределение по параметру χ^2 для кинематической реконструкции процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ приведено на рисунке 1(а).

При кинематической реконструкции процесса $\pi^+\pi^-2\pi^0$ учитывался тот факт, что нейтральные π -мезоны распадаются на два фотона. Система уравнений содержала дополнительные условия: инвариантные массы каждой пары фотонов равны массе нейтрального π -мезона (m_{π^0}). Для выбора пар фотонов проводился перебор всех возможных комбинаций и выбиралась комбинация, для которой величина χ^2 оказывалась наименьшей. Распределение по параметру χ^2 для кинематической реконструкции процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ приведено на рисунке 1(б).



(a) процесс $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ при энергии $2E = 1380$ МэВ



(b) процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ при энергии $2E = 1380$ МэВ

Рис. 1: Распределение по параметру χ^2 кинематической реконструкции. Точки с ошибками – экспериментальные данные, гистограмма – моделирование.

3.2 Условия отбора событий

Для выделения событий процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ в экспериментах МНАД в области энергий 0,98–1,38 ГэВ были применены следующие условия:

1. число заряженных частиц ≥ 4 ; число нейтральных частиц ≥ 0 ;
2. χ^2 кинематической реконструкции $< 0,3$;
3. энерговыделение в калориметре, нормированное на энергию пучков меньше 0,75;
4. Параметр R для любой заряженной частицы меньше 0,2 см;
5. наименьший угол ϕ между частицами $> 18^\circ$;
6. параметр Z для любой заряженной частицы меньше 8 см;
7. полярный угол удовлетворяет условию $-0,9 < \cos\theta_i < 0,9$, где $i = 1, 2, 3, 4$ (соответствует регистрируемым углам в диапазоне $26^\circ \div 154^\circ$).

Условия 3,4,6 предназначены для подавления фона от электродинамических процессов и фона от частиц, выбивших из пучка. Условие 5

предназначено для уменьшения систематической ошибки в результате некорректного моделирования регистрации заряженных частиц, попавших в одну и ту же ячейку дрейфовой камеры. Условие 7 подавляет фон от электродинамических процессов при низких энергиях. Подробнее см. главу 3.5. После применения этих условий отбора в диапазоне энергий 0,98–1,38 ГэВ было отобрано 36538 события.

Для выделения событий процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ были применены следующие условия:

1. число заряженных частиц равно 2 (частицы с треками не из места встречи не учитываются); число нейтральных частиц больше либо равно 4;
2. параметр χ^2 кинематической реконструкции для 2-х заряженных π -мезонов и 2-х нейтральных меньше 30;
3. параметр R для любой заряженной частицы меньше 0,2 см;
4. при энергии в системе центра масс меньше 1094 МэВ требуется, чтобы χ^2 кинематической реконструкции процесса $e^+e^- \rightarrow 3\pi$ был больше 200 и угол отклонения от коллинеарности больше 10° .

Условие 3 предназначено для подавления событий пучкового фона. Условие 4 предназначено для подавления событий от распада $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow 3\pi$ и фона от коллинеарных процессов. После применения этих условий отбора в диапазоне энергий 0,98–1,38 ГэВ было отобрано 54470 события.

3.3 Выбор модели

При аннигиляции электрон-позитронной пары в четыре заряженных π -мезона при энергии в системе центра масс пучков больше массы ϕ -мезона возможны следующие промежуточные состояния:

1. $a_1(1260)\pi \rightarrow \rho\pi\pi$
2. $a_1(1260)\pi \rightarrow \sigma\pi\pi$
3. $\pi(1300)\pi$
4. $\sigma\rho$
5. $a_2(1320)\pi$

Для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ при энергии больше массы ϕ -мезона разрешены следующие промежуточные состояния:

1. $\omega\pi$
2. $a_1(1260)\pi \rightarrow \rho\pi\pi$

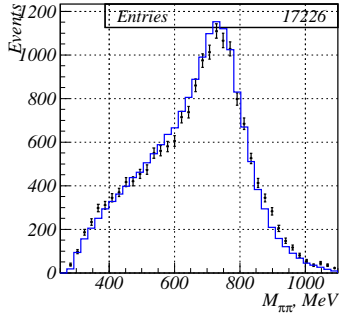
3. $a_1(1260)\pi \rightarrow \sigma\pi\pi$
4. $h_1(1170)\pi$
5. $\rho^+\rho^-$
6. $\pi(1300)\pi$
7. $\sigma\rho$
8. $a_2(1320)\pi$

Для того, чтобы проводить сравнение экспериментальных распределений не только с вышеуказанными промежуточными механизмами, но и учесть возможную интерференцию между ними, был использован следующий подход к моделированию матричных элементов процессов четырех-пионной аннигиляции.

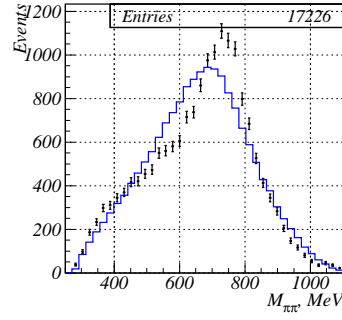
Проводилось моделирование процессов $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ методом Монте-Карло для равномерного распределения по лоренц-инвариантному фазовому объему. Для каждого события вычислялись матричные элементы по формулам, приведенным в [28, 29, 30] для всех вышеперечисленных механизмов. Матричный элемент вычислялся как сумма матричных элементов отдельных процессов с относительными весами и фазами, определяемыми из процедуры подгонки. Квадрат модуля матричного элемента учитывался во всех моделируемых распределениях как вес события. Подробнее о процедуре вычисления матричного элемента см. приложение А.

В работах [28, 30, 31] показано, что в канале $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ промежуточное состояние описывается процессом $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$, в канале $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ — суммой процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi + a_1\pi$. В рамках этих моделей было проведено сравнение экспериментальных и моделируемых распределений.

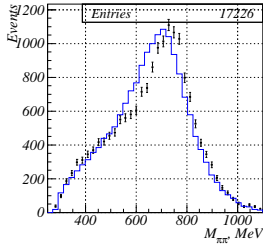
На рисунке 3.3 приведены экспериментальные и моделируемые распределения по инвариантным массам 2-х π -мезонов в канале $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. Все комбинации, за исключением комбинаций с наименее энергичным π -мезоном, включены в распределение (таких комбинаций — 3). Видно, что моделирование по фазовому объему не корректно описывает экспериментальное распределение, в то время, как моделирование $a_1\pi$ правильно отражает экспериментальную ситуацию. Следует заметить, что различие эффективностей регистрации в этих 2-х моделях составляет порядка 10%. Распределения по массе отдачи наименее энергичного π -мезона (рис. 3) показывают, что как модель лоренц-инвариантного фазового объема, так и модель $a_1\pi$ хорошо описывают экспериментальное распределение. Небольшое рассогласование для модели $a_1\pi$ исчезает, ес-



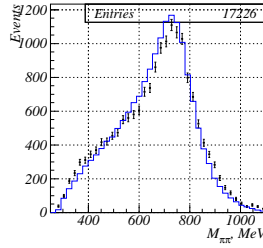
(a) модель $a_1\pi$



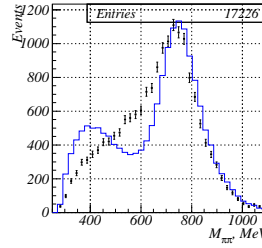
(b) моделирование по фазовому объему



(c) модель $a_2(1320)\pi$



(d) модель $\sigma\rho$

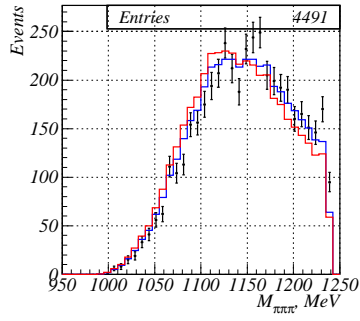


(e) модель $\pi(1300)\pi$

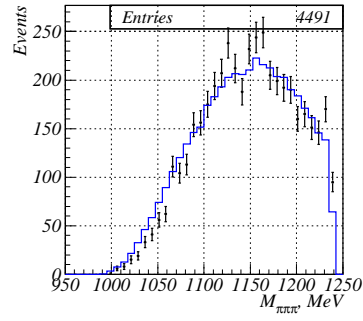
Рис. 2: Распределение по инвариантной массе 2-х π -мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ (π -мезон с минимальной энергией отброшен). Гистограмма – моделирование, точки с ошибками – экспериментальные данные. Энергия – 1380 МэВ.

ли учесть распад a_1 -мезона на $\sigma\pi$ с 15%-й вероятностью. Модель $a_1\pi$ также хорошо описывает угловые распределения (рис. 4).

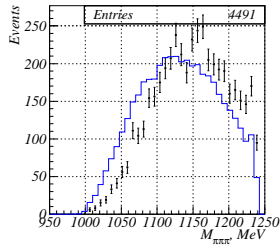
В канале $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$, распределение по инвариантным массам двух заряженных π -мезонов и одного нейтрального (рис. 5) показывает наличие как промежуточного состояния $\omega\pi$, так и событий вне области пика ω -мезона, которые не могут быть описаны моделированием процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$. Распределения по инвариантным массам нейтрального и за-



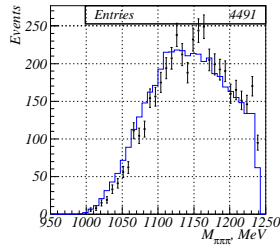
(a) модель $a_1\pi$ (прерывистая линия $a_1 \rightarrow \rho\pi$; сплошная — $a_1 \rightarrow \rho\pi + 0.15\sigma\pi$)



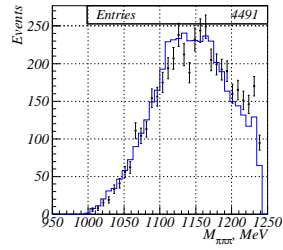
(b) моделирование по фазовому объему



(c) модель $a_2(1320)\pi$

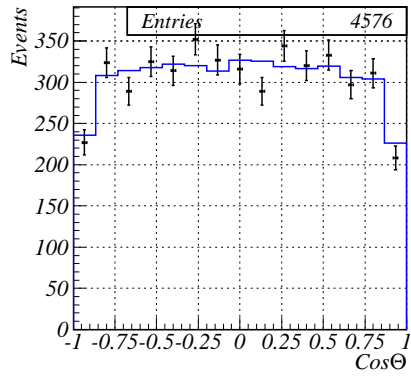


(d) модель $\sigma\rho$

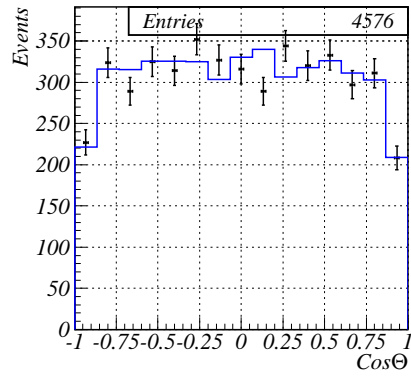


(e) модель $\pi(1300)\pi$

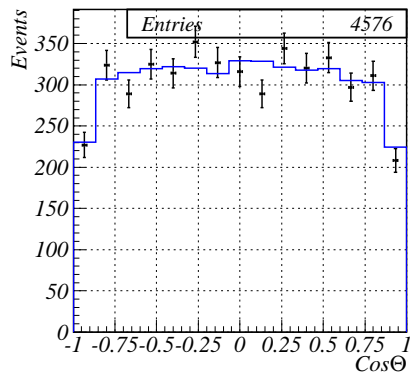
Рис. 3: Распределение по массе отдачи наименее энергичного π -мезона в процессе $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. Гистограмма – моделирование, точки с ошибками – экспериментальные данные. Энергия – 1380 МэВ.



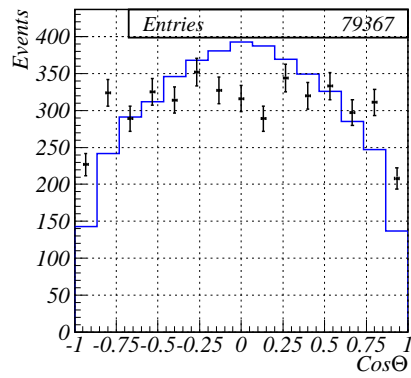
(a) модель $a_1\pi$



(b) модель $a_2\pi$

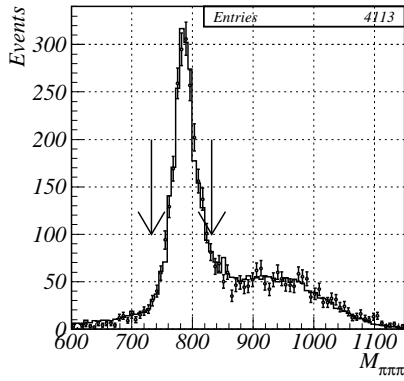


(c) модель $\sigma\rho$

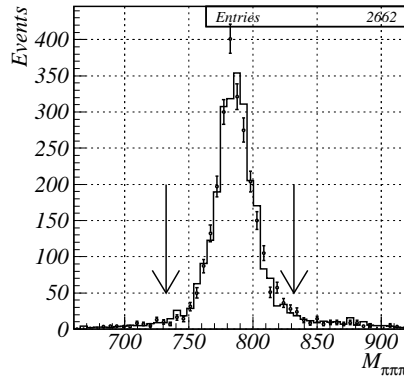


(d) модель $\pi(1300)\pi$

Рис. 4: Распределение по углу вылета наименее энергичного π -мезона в процессе $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. Гистограмма – моделирование, точки с ошибками – экспериментальные данные. Энергия – 1380 МэВ.



(а) $E=1380$ МэВ; количество событий $\omega\pi$ — 2322; количество не $\omega\pi$ событий — 1791

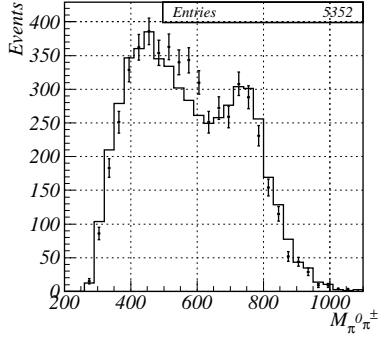


(б) $E=1040-1080$ МэВ; количество событий $\omega\pi$ — 2466; количество не $\omega\pi$ событий — 196

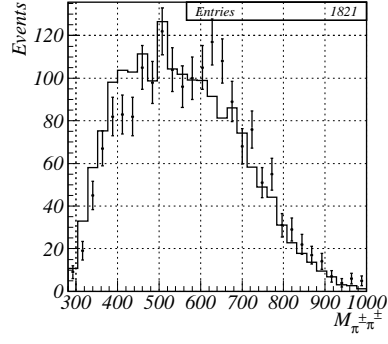
Рис. 5: Инвариантная масса 2-х заряженных и нейтрального π -мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ (выбирается ближайшая масса к массе ω мезона). Гистограмма – моделирование, точки с ошибками – экспериментальные данные. Стрелками показаны границы областей 1,2 (см. текст).

ряженного π -мезонов в области инвариантных масс 3π вне пика ω -мезона (рис. 6) содержат пик в области ρ -мезона. Аналогичное распределение по инвариантным массам заряженных π -мезонов такого пика не содержит, что говорит о том, что события "не $\omega\pi$ " процесса, в основном, содержат заряженный и не содержат нейтрального ρ -мезонов. Такая конфигурация характерна для промежуточного состояния $a_1\pi$. Различия моделированных и экспериментальных спектров инвариантных масс π -мезонов, не превышает 10% в 3-х каналах, и не может существенно повлиять на величину эффективности регистрации событий.

Характерный вид спектров инвариантных масс π -мезонов для других моделей показан на рис. 8,9. Для определения возможного вклада этих моделей и оценки модельной зависимости в эффективности регистрации, использовался метод подгонки спектров инвариантных масс π -мезонов, описанный в приложении А.

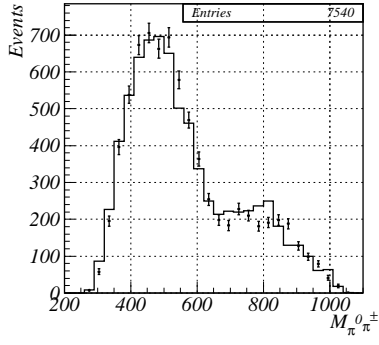


(a) $M_{\pi^\pm\pi^0}$

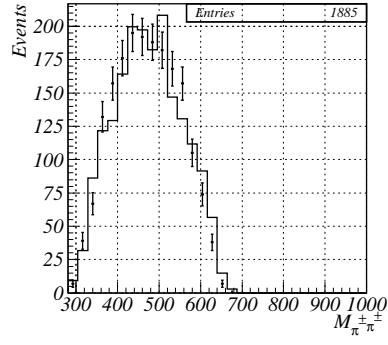


(b) $M_{\pi^+\pi^-}$

Рис. 6: Инвариантные массы 2-х π -мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ в области инвариантных масс 3π вне пика ω -мезона. Моделирование – $\omega\pi + a_1\pi$ в соотношении, определяемом из эксперимента. Гистограмма – моделирование, точки с ошибками – экспериментальные данные.

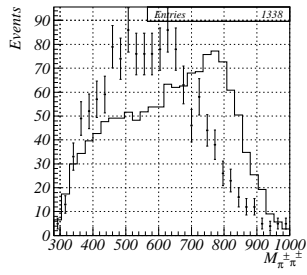


(a) $M_{\pi^\pm\pi^0}$

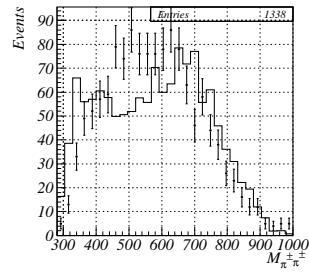


(b) $M_{\pi^+\pi^-}$

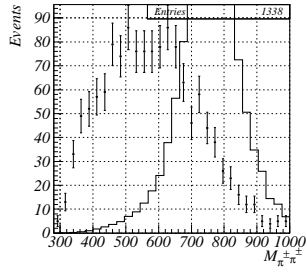
Рис. 7: Инвариантные массы 2-х π -мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ в области инвариантных масс 3π вблизи пика ω -мезона. Моделирование – $\omega\pi + a_1\pi$ в соотношении, определяемом из эксперимента. Гистограмма – моделирование, точки с ошибками – экспериментальные данные.



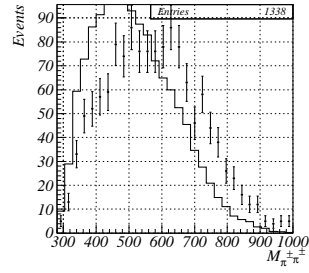
(a) Модель $h_1\pi$



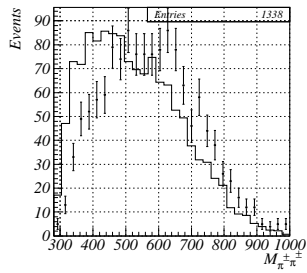
(b) Модель $\rho\rho$



(c) Модель $\sigma\rho$

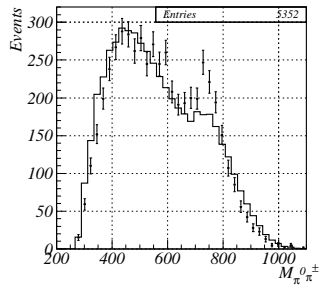


(d) Модель $a_2\pi$

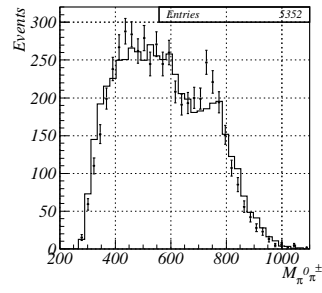


(e) Модель $\pi(1300)\pi$

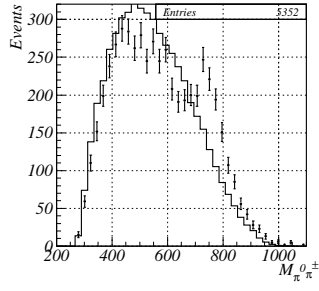
Рис. 8: Инвариантные массы $\pi^\pm\pi^0$ -мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ в области инвариантных масс 3π вне пика ω -мезона. Гистограмма – моделирование, точки с ошибками – экспериментальные данные.



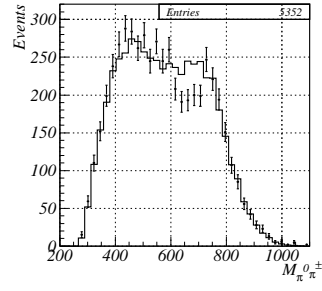
(a) Модель $h_1\pi$



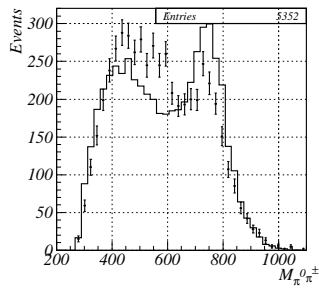
(b) Модель $\rho\rho$



(c) Модель $\sigma\rho$



(d) Модель $a_2\pi$



(e) Модель $\pi(1300)\pi$

Рис. 9: Инвариантные массы $\pi^+\pi^-$ -мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ в области инвариантных масс 3π вне пика ω -мезона. Гистограмма – моделирование, точки с ошибками – экспериментальные данные.

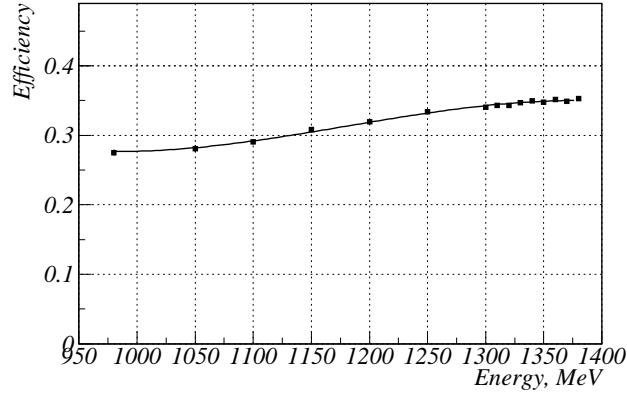


Рис. 10: Эффективность регистрации процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$.

3.4 Измерение сечений

Эффективность регистрации событий процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ определялась методом Монте-Карло в предположении промежуточной динамики $e^+e^- \rightarrow a_1\pi \rightarrow \rho\pi\pi$. Вычисленная эффективность показана на рис. 10. Данная эффективность является модельно зависимой величиной и зависит как от параметров a_1 мезона, так и от наличия других реакций в промежуточном состоянии. Модельная зависимость эффективности приводит к систематической ошибке в сечении 3.5% (см. раздел 3.7). Сечение процесса в точке с энергией E_i вычислялось по формуле:

$$\sigma(E_i) = \frac{N_i}{\varepsilon_i L_i (1 + \delta_{rad}(E_i))}, \quad (2)$$

где ε_i – эффективность регистрации при энергии E_i ; L_i – интегральная светимость, накопленная при этой энергии в эксперименте; $\delta_{rad}(E_i)$ – радиационные поправки. Аппроксимация сечения осуществлялась с помощью пакета программ подгонки сечений, разработанных для эксперимента СНД [24]. Величина радиационных поправок составила 6 – 9%. Полученное сечение приведено на рис. 11, 12 и в таблице 1.

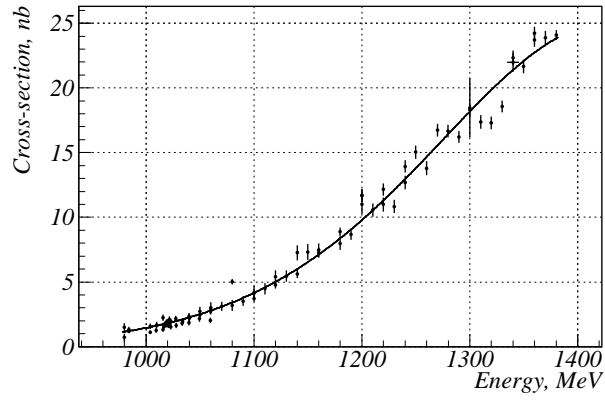


Рис. 11: Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$, полученное в данной работе.

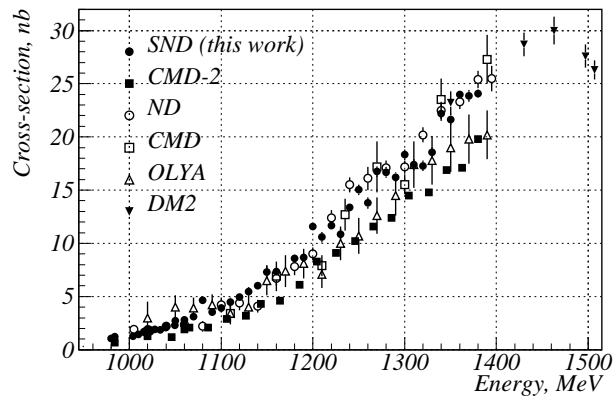


Рис. 12: Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, измеренное в этой работе, в сравнении с некоторыми другими экспериментами.

Таблица 1: Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$

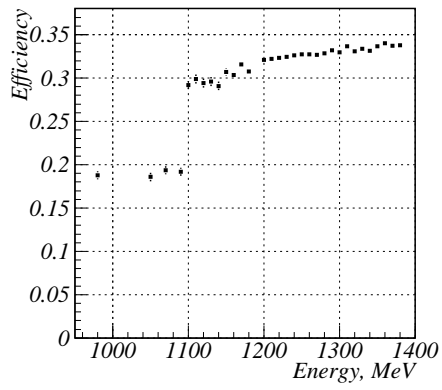
(продолжение)

Энергия, МэВ	Сечение, нб	Стат.ошибка, нб	Энергия, МэВ	Сечение, нб	Стат.ошибка, нб
980.00	1.07	0.21	1140.00	6.00	0.28
984.10	1.21	0.09	1150.00	7.32	0.62
1003.80	1.26	0.12	1160.00	7.33	0.30
1009.68	1.43	0.15	1180.00	8.60	0.28
1015.66	1.68	0.16	1190.00	8.68	0.42
1016.68	1.60	0.12	1200.00	11.57	0.32
1017.66	1.78	0.12	1210.00	10.58	0.51
1018.64	1.72	0.11	1220.00	11.66	0.36
1019.62	1.96	0.10	1230.00	10.84	0.52
1020.58	1.76	0.12	1240.00	13.36	0.36
1021.64	1.92	0.17	1250.00	15.03	0.50
1022.76	1.72	0.15	1260.00	13.79	0.54
1027.74	1.91	0.15	1270.00	16.74	0.49
1033.72	1.88	0.17	1280.00	16.66	0.50
1040.00	2.09	0.15	1290.00	16.21	0.45
1050.00	2.37	0.15	1300.00	18.32	0.50
1060.00	2.52	0.13	1310.00	17.38	0.53
1070.00	3.11	0.35	1320.00	17.28	0.49
1080.00	4.67	0.18	1330.00	18.55	0.45
1090.00	3.52	0.38	1340.00	22.19	0.46
1100.00	3.92	0.19	1350.00	21.66	0.53
1110.00	4.48	0.43	1360.00	23.99	0.36
1120.00	4.93	0.25	1370.00	23.86	0.55
1130.00	5.45	0.43	1380.00	24.09	0.40

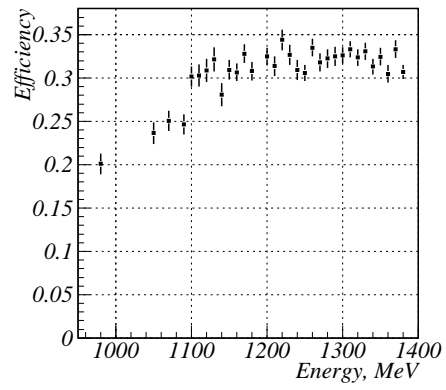
Эффективность регистрации процессов $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$, $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$ в канале $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ приведена на рисунках 13(a),13(b). Если мы пренебрегаем интерференцией этих промежуточных состояний между собой, что является хорошим приближением

в силу малой ширины ω -мезона, то вклад каждого состояния можно определить по распределению инвариантной массы 3-х π -мезонов, ближайшей к массе ω -мезона (рис. 5). Если N_1 – количество событий в пике ω -мезона (область 1), N_2 – вне его (область 2), то количество событий $\omega\pi$ определяется как:

$$N_\omega = \frac{\beta N_1 - (1 - \beta N_2)}{\alpha + \beta - 1},$$

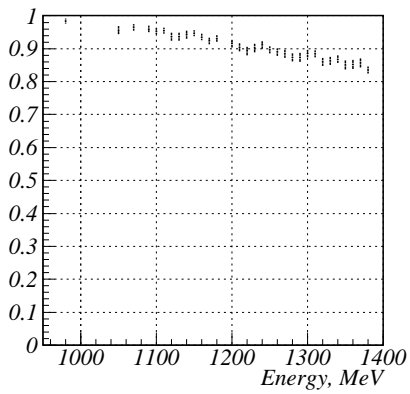


(a) промежуточное состояние $a_1\pi$

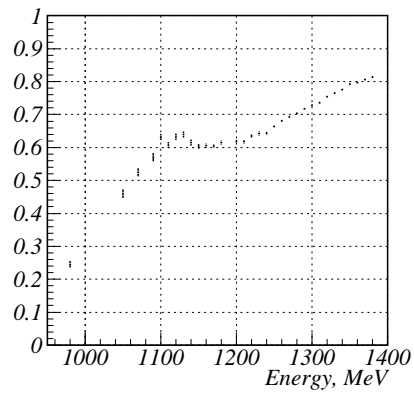


(b) промежуточное состояние $\omega\pi$

Рис. 13: Эффективность регистрации процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$.



(a) α



(b) β

Рис. 14: Энергетическая зависимость коэффициентов α, β , описанных в тексте.

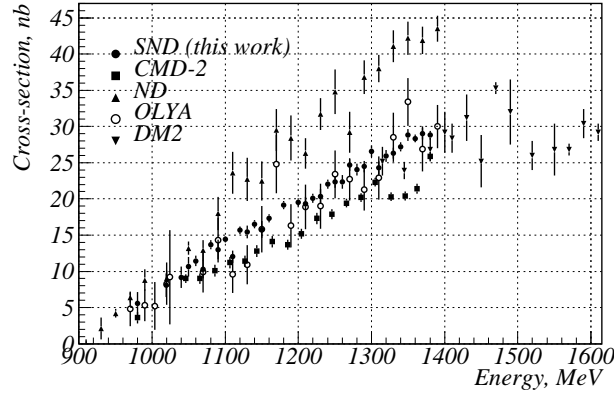


Рис. 15: Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$, измеренное в этой работе в сравнении с некоторыми другими экспериментами.

количество событий $a_1\pi$:

$$N_{a_1} = \frac{-(1-\alpha)N_1 + \alpha N_2}{\alpha + \beta - 1},$$

α – вероятность событиям процесса $\omega\pi$ попасть в область 1; β – вероятность событиям процесса $a_1\pi$ попасть в область 2. Зависимость этих коэффициентов от энергии показана на рисунках 14. Вычисляя по формуле (2) сечения для каждого из процессов и складывая эти сечения, мы получаем результат, приведенный на рис. 15 и в таблице 2. Сечение процессов $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ с вычтенным вкладом от процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$ ("не $\omega\pi$ ") показано на рисунках 16, 17.

Если трактовать события "не $\omega\pi$ " как $a_1\pi$ события, то мы можем ожидать, что отношение сечений $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ к $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ будет близко к 2 при высоких энергиях и возрастет при низких энергиях. Экспериментально измеренное отношение сечений показано на рисунке 18.

3.5 Измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ в области ϕ -мезонного резонанса.

Для уменьшения статистических и систематических ошибок при энергиях ~ 1 ГэВ при измерении сечения $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ была проведена обработка экспериментов РНІ9801, РНІ9802 в области энергий

Таблица 2: Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$

Энергия, МэВ	Сеч-е, нб $e^+e^- \rightarrow 4\pi$	Ош-ка, нб ⁻¹	Сеч-е, нб $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$	Ош-ка, нб ⁻¹	Сеч-е, нб "не $\omega\pi$ "	Ош-ка, нб ⁻¹
980	5.56	1.58	2.72	0.54	3.14	1.51
1019	8.07	1.65	7.59	1.19	1.33	1.27
1040	9.17	1.47	8.71	0.96	1.43	1.20
1050	10.66	1.35	10.84	0.95	1.03	1.05
1060	11.45	0.75	11.85	0.55	0.92	0.57
1070	10.26	1.25	9.67	0.85	1.67	1.00
1080	13.67	0.63	11.97	0.39	3.04	0.52
1090	13.01	1.37	12.19	0.94	2.18	1.09
1100	14.41	0.42	13.99	0.41	1.98	0.21
1110	12.02	0.86	11.15	0.82	2.12	0.45
1120	15.67	0.54	14.64	0.52	2.67	0.29
1130	15.41	0.88	15.03	0.87	2.07	0.43
1140	16.50	0.58	15.42	0.56	2.80	0.30
1150	15.78	1.16	13.66	1.07	3.64	0.67
1160	17.34	0.58	15.59	0.54	3.49	0.33
1180	19.14	0.54	16.55	0.49	4.44	0.32
1200	19.54	0.55	16.14	0.49	5.21	0.34
1210	19.36	0.92	16.54	0.83	4.67	0.55
1220	20.10	0.64	15.79	0.55	6.08	0.41
1230	20.34	1.00	15.65	0.88	6.44	0.63
1240	22.03	0.63	16.29	0.54	7.57	0.41
1250	22.35	0.85	17.10	0.73	7.17	0.54
1260	22.33	0.94	17.59	0.82	6.71	0.59
1270	24.69	0.82	18.29	0.70	8.45	0.53
1280	24.03	0.83	17.28	0.70	8.69	0.54
1290	24.46	0.76	17.51	0.65	8.91	0.49
1300	26.57	0.83	19.46	0.72	9.29	0.53
1310	24.29	0.87	16.63	0.74	9.52	0.58
1320	25.92	0.84	17.49	0.70	10.40	0.56
1330	26.31	0.75	17.41	0.62	10.85	0.50
1340	27.19	0.63	17.77	0.51	11.41	0.44
1350	28.81	0.83	18.11	0.69	12.73	0.57
1360	28.35	0.54	18.33	0.45	12.07	0.36
1370	28.99	0.81	18.65	0.67	12.43	0.55
1380	28.80	0.58	18.46	0.49	12.41	0.40

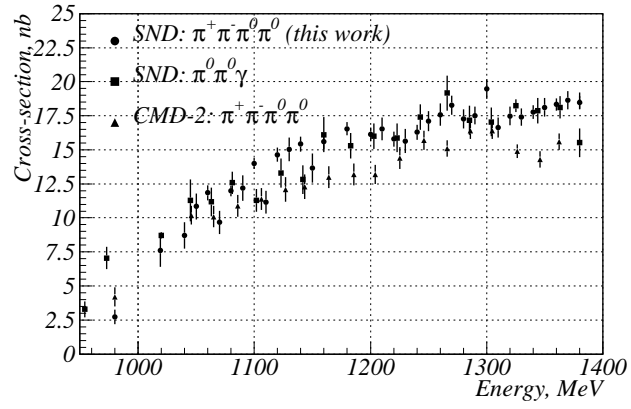


Рис. 16: Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$ в сравнении с результатами детектора СНД в канале $\omega\pi \rightarrow \pi\pi\gamma$ и результатами детектора КМД2.

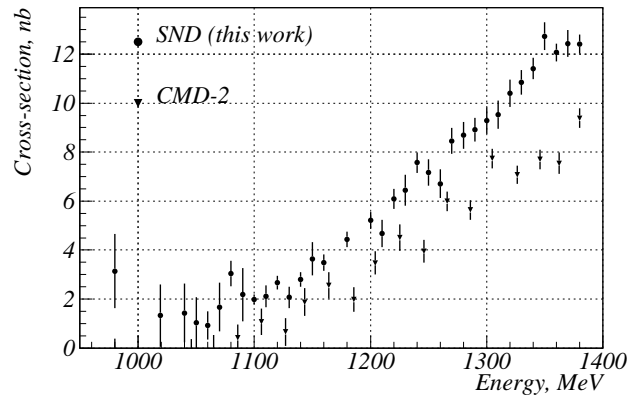


Рис. 17: Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ с вычтенным вкладом от процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$ ("не $\omega\pi$ ").

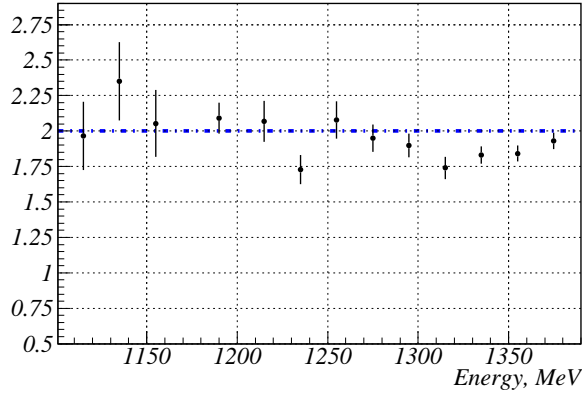
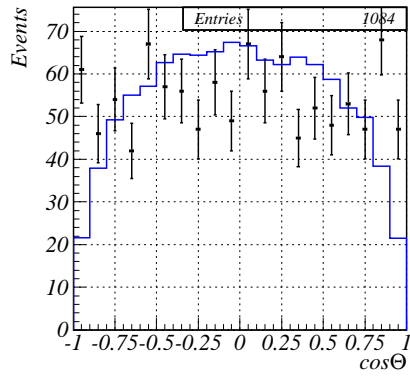
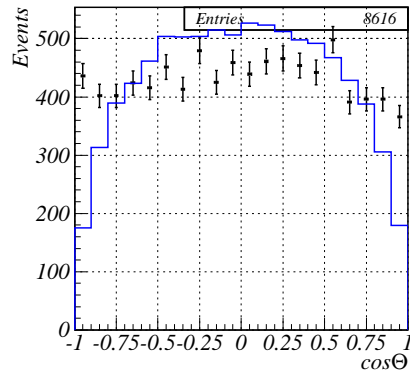


Рис. 18: Отношение сечений процессов $e^+e^- \rightarrow a_1\pi \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow a_1\pi \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$

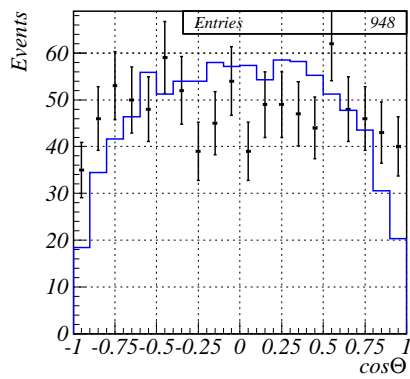
0,98–1,06 ГэВ. Дополнительная статистика, около $9,5 \text{ пб}^{-1}$, набранная в этих экспериментах, позволяет не только улучшить статистическую точность, но и изучить систематические ошибки. Применяя условия отбора 3–6 к статистике, набранной в этих экспериментах, было замечено, что распределения по полярному углу в моделировании и эксперименте не согласуются в области малых углов (см. рис. 19). Это различие увеличивается при малых энергиях. По-видимому, эта разница объясняется наличием фона от процесса квантовой электродинамики $e^+e^- \rightarrow 4e$. События $4e$ могут имитировать события эффекта только, если суммарное энерговыделение, нормированное на энергию пучков, меньше 0,75. Это возможно, если трек имеет небольшой угол с осью пучков, при котором он регистрируется в камере, но не регистрируется калориметром, что, примерно, соответствует углу 20° . Эта гипотеза подтверждается распределениями по энерговыделению наиболее энергичных частиц. Так, экспериментальное распределение по энерговыделению наиболее энергичной частицы для событий, имеющих частицы с $|\cos\theta| > 0,9$, превышает моделированное распределение в области больших энерговыделений, в то время, как аналогичные распределения для событий с $-0,9 < \cos\theta_i < 0,9$ хорошо согласуются (рис. 20). Для отбора событий в экспериментах РНІ9801, РНІ9802 было использовано дополнительное условие $-0,9 < \cos\theta_i < 0,9$, где $i=1,2,3,4$. Для уменьшения вклада фоновых событий, в основном от процесса $\phi \rightarrow K_S K_L$, было введено условие на "качество" реконструк-



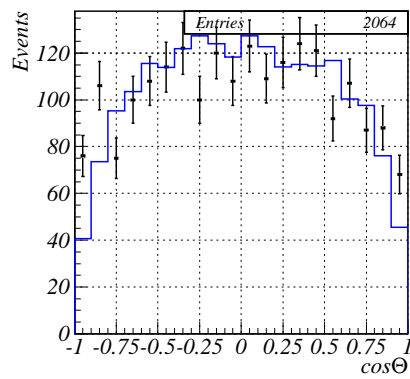
(a) $2E=996-1010$ МэВ



(b) $2E=1018-1020$ МэВ



(c) $2E=1050-1060$ МэВ



(d) $2E=1100$ МэВ

Рис. 19: Распределение по косинусу полярного угла в процессе $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. Все частицы собраны в одну гистограмму. Гистограмма — моделирование, точки с ошибками — экспериментальные данные.

ции с общей точкой вылета — $\chi^2 < 100$. Ниже приведены все условия, используемые для отбора событий в экспериментах РНІ9801, РНІ9802.

1. число заряженных частиц ≥ 4 ; число нейтральных частиц ≥ 0 ;
2. χ^2 для кинематической реконструкции в предположении конечного состояния $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ меньше 0,3.
3. энергосодержание в калориметре, нормированное на энергию пучков, меньше 0,7;
4. наименьший угол между частицами $\Delta\phi > 18^\circ$;
5. параметр R для любой заряженной частицы меньше 0,2 см;
6. координата Z для любой заряженной частицы меньше 8 см;
7. косинус полярного угла $-0,9 < \cos\theta_i < 0,9$, где $i=1,2,3,4$ (соответствует регистрируемым углам в диапазоне $26^\circ - 154^\circ$)
8. χ^2 для реконструкции с общей точкой вылета меньше 100.

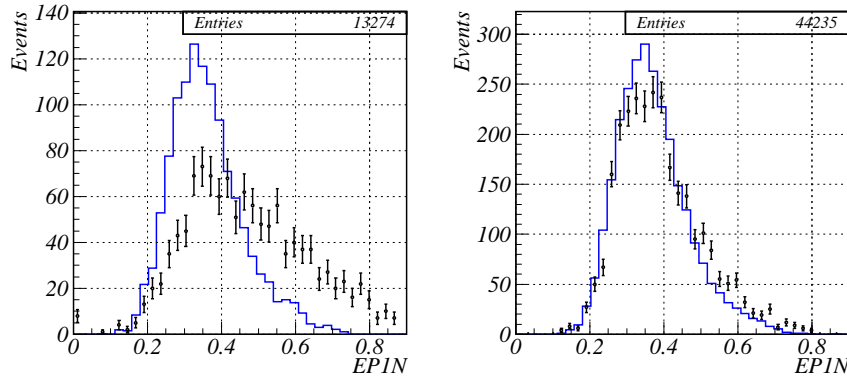
Сечение регистрации, полученное в приведенных выше условиях отбора, показано на рис. 21. Измеренное сечение содержит резонансный фон, в основном, от распада $\phi \rightarrow K_S K_L$. Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ показано на рис. 22. Фон от процесса $\phi \rightarrow K_S K_L$ вычитался, используя зависимость сечения $K_S K_L$ от энергии.

3.6 Вклад фона при отборе процессов $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$

При отборе событий процессов $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$, один из основных вопросов — вопрос о наличии фона в отобранных событиях. Возможными источниками фона являются: фон, создаваемый частицами, выбывшими из пучка ("пучковый" фон), резонансный фон от распада ϕ -мезона, нерезонансный фон от процессов квантовой электродинамики и процессов аннигиляции электрон-позитронной пары в адроны.

3.6.1 "Пучковый" фон

Для определения вклада "пучкового" фона можно воспользоваться тем, что распределение по координате вдоль оси пучков вылетевших фоновых



(a) События с частицами, вылетевшими под малыми углами ($|\cos \theta| > 0,9$)

(b) События, не имеющие частиц, вылетевших под малыми углами ($-0,9 < \cos \theta_i < 0,9$)

Рис. 20: Распределение по энерговыделению в калориметре наиболее энергичной частицы в процессе $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. Гистограмма — моделирование, точки с ошибками — экспериментальные данные. Приведена вся статистика экспериментов РИ9801, РИ9802.

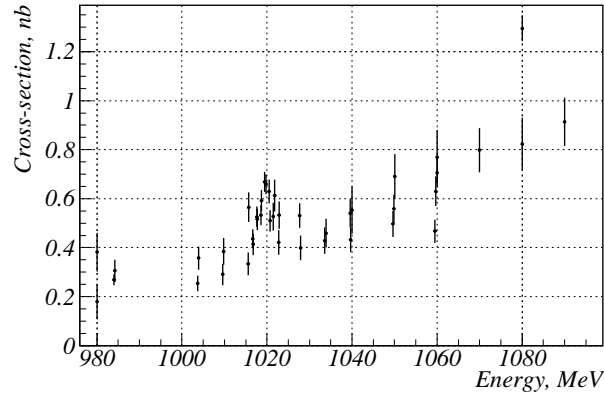


Рис. 21: Видимое сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. Приведены измерения экспериментов МНАД9701, МНАД9702, МНД9901, РИ9801, РИ9802.

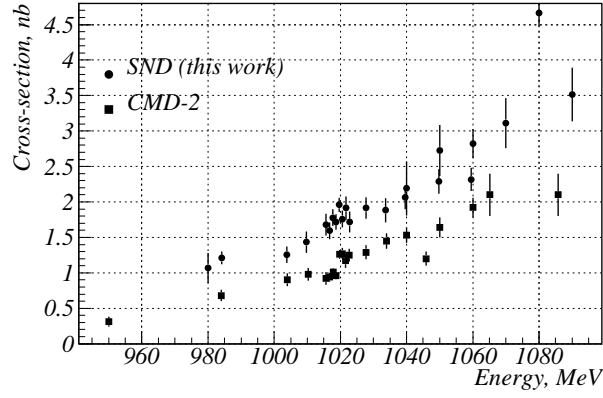


Рис. 22: Измеренное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ в сравнении с результатами эксперимента КМД-2.

частиц равномерно, в то время как распределение событий исследуемых процессов имеет пик вблизи нуля (рис. 23, 24).

В канале $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ проводилась оценка количества фоновых событий, считая, что при значениях $|Z| > 8$ см события, в основном, являются "пучковым" фоном с небольшой добавкой событий эффекта:

$$N = \frac{N_1 - 4N_2}{1 - 4\gamma}, \quad \sigma_N = \frac{\sqrt{N_1 + 16N_2}}{1 - 4\gamma},$$

$$N_{bck} = 4 \frac{N_2 - \gamma N_1}{1 - 4\gamma}, \quad \sigma_{N_{bck}} = 4 \frac{\sqrt{N_2 + \gamma^2 N_1}}{1 - 4\gamma},$$

где N – количество событий эффекта;

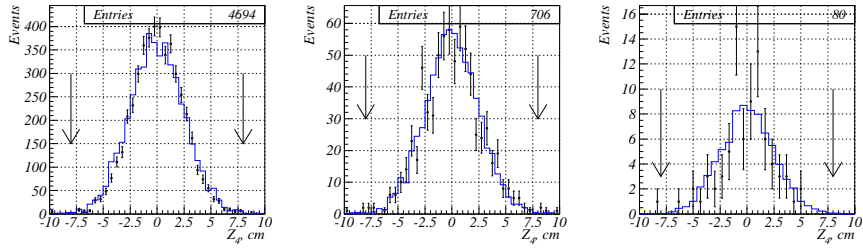
N_{bck} – количество событий фона;

N_1 – количество событий, попавших в область $|Z_i| < 8$ см, $i = 1, 2, 3, 4$

N_2 – количество событий, для которых, хотя бы для одной частицы, $|Z_i| > 8$ см,

$\gamma = (4.6 \pm 0.1)10^{-3}$ – отношение числа событий N_1/N_2 для событий процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, полученное из моделирования. Вычисленная величина фона не превышает:

- $\sim 2\%$ при $2E < 1100$ МэВ
- $\sim 10\%$ при 1100 МэВ $< 2E < 1180$ МэВ
- $(5 \div 2)\%$ при 1180 МэВ $< 2E$

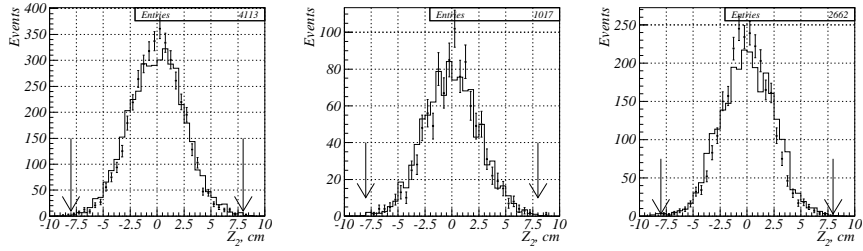


(a) $2E = 1380$ МэВ

(b) $2E = 1200$ МэВ

(c) $2E = 1100$ МэВ

Рис. 23: Распределения по координате Z четвертой частицы для экспериментально отобранных событий (точки с ошибками) и событий моделирования (гистограмма) в процессе $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$.



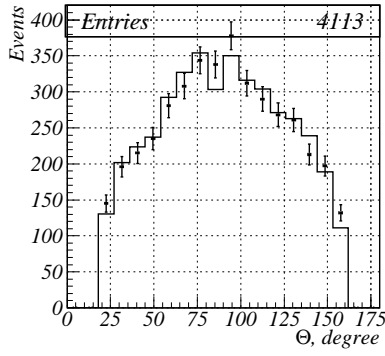
(a) $2E=1380$ МэВ

(b) $2E=1200$ МэВ

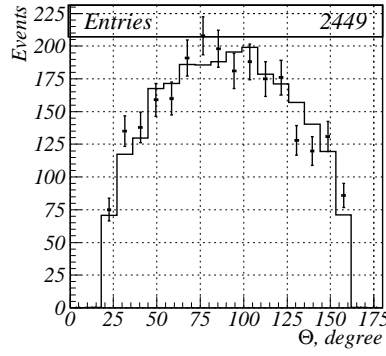
(c) $2E=1040-1080$
МэВ

Рис. 24: Распределения по координате Z вдоль оси пучков второй частицы для экспериментально отобранных событий (точки с ошибками) и событий моделирования (гистограмма) в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$.

со статистической точностью порядка $\sim 50\%$. Визуальный просмотр событий, имеющих большое значение продольной координаты для вершины взаимодействия, показывает, что доля фоновых событий не превышает 25%. Таким образом, оценка возможного вклада "пучкового" фона в измеренное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ составила 2% от величины сечения во всем диапазоне энергии.



(a) $2E = 1380$ МэВ



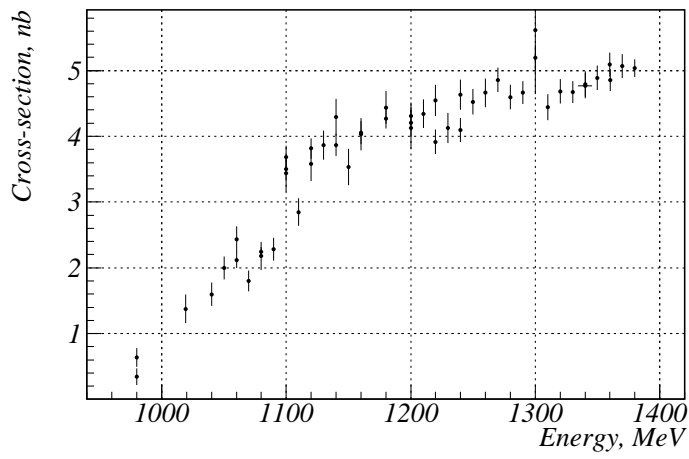
(b) $2E = 1200$ МэВ

Рис. 25: Распределение по углу вылета наименее энергичного фотона в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$. Точки с ошибками – экспериментальные данные. Гистограмма – моделирование.

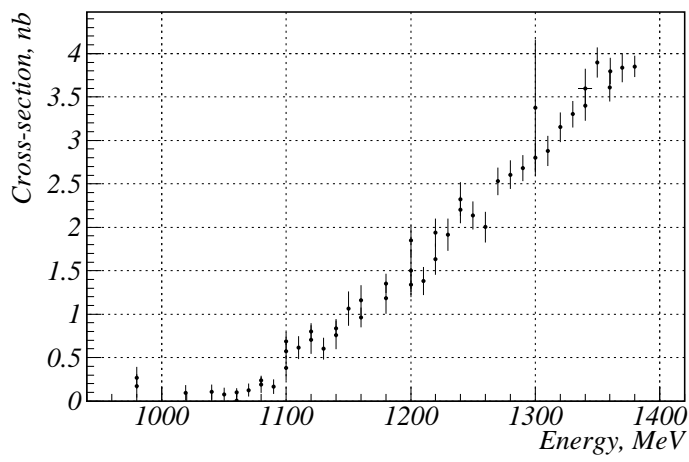
Для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ распределения по координате Z точки вылета треков заряженных частиц показывают отсутствие фона от частиц, вылетевших из пучка. Возможный фон от наложения фотонов на событие другого физического процесса, например $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\gamma$, должен иметь растущее при малых углах θ (полярный угол) распределение по углу вылета наименее энергичного фотона, что не подтверждается экспериментальными распределениями (см. рис. 25).

3.6.2 Резонансный фон в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$

В области низких энергий в сечении процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ может присутствовать резонансный фон от распадов ϕ -мезонов. Как видно из рис. 26, при энергии пучков, соответствующей массе ϕ -мезона (1020 МэВ) сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ не превышает сечение в рядом лежащих точках. Используя энергетическую зависимость сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, можно оценить вклад резонансного фона в измеренное сечение. Вклад фона в измеренное сечение при энергии 1020 МэВ не превышает 5%.



(a) Процесс $e^+e^- \rightarrow \omega\pi \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$



(b) Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ с вычтенным вкладом от процесса $\omega\pi$.

Рис. 26: Сечение регистрации процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ для различных сканирований.

3.7 Систематические погрешности

При оценке систематической ошибки в измеренном сечении были учтены следующие источники систематики.

Погрешность в вычислении интегральной светимости определялась как разница в определении светимости по процессам $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ и не превышает 3%.

Неадекватность моделирования и эксперимента является основным источником систематической ошибки. Это несоответствие может быть вызвано неточностью моделирования процессов ядерного взаимодействия, что особенно существенно для низкоэнергетичных π -мезонов и неточным моделированием процесса регистрации заряженных частиц в дрейфовой камере. Для определения вклада в систематическую ошибку варьировались ограничения на параметры так, чтобы эффективность менялась примерно в 2 раза. Если считать, что систематическая ошибка в определении эффективности имеет не зависящее от ограничения абсолютное значение, то сечение процесса должно изменяться примерно на 2 систематические ошибки. Весь диапазон энергий была разбит на две области, высокоэнергичную ($2E > 1150$) МэВ и низкоэнергичную ($2E < 1150$) МэВ. Для процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ оценка вклада в систематическую ошибку составила:

- 10% ($2E < 1150$ МэВ)
- 5% ($2E > 1150$ МэВ)

Для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$:

- 15% ($2E < 1150$ МэВ)
- 5% ($2E > 1150$ МэВ)

Оценка модельной зависимости в измеренных сечениях требует оценки вклада не основных промежуточных состояний ($h_1(1170)\pi$, $\rho^+\rho^-$, $\pi(1300)\pi$, $\sigma\rho$, $a_2(1320)\pi$). Для этого была разработана процедура, описанная в приложении А. Варьирование массы, ширины и параметра Λ в формфакторе a_1 мезона ($F_{a_1}(s) = (1 + M_{a_1}^2/\Lambda)/(1 + s/\Lambda)$ [28]) приводят к изменению эффективности на 3%, учет распада $a_1 \rightarrow \sigma\pi$ с вероятностью 15% модифицирует сечение на 2%. Таким образом, оценка систематической ошибки в сечении, связанной с модельной зависимостью эффективности составила 3.5%.

Для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ учет модельной зависимости приводит к систематической ошибке 5%. Для сечения $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$ учет того,

что форм-фактор ω -мезона может отличаться от 1, приводит к систематической ошибке 5%. Учет возможного вклада других состояний, что модифицирует спектр инвариантных масс трех π -мезонов, ведет к систематической ошибке 12%. Те же вклады для "не $\omega\pi$ " событий составляют: учет форм-фактора ω -мезона — 10%, возможный вклад других состояний (неточное описание спектра инвариантных масс трех π -мезонов) — 20% ($2E > 1100$ МэВ).

Ошибку при вычислении радиационных поправок можно оценить, используя различные модели для подгонки энергетической зависимости сечения (два и три резонанса, различный учет энергетической зависимости ширины резонансов от энергии). При вычислении сечения радиационная поправка составила величину порядка 10%, при этом, соответствующая ошибка в сечении не превышает 3%.

Суммарная систематическая ошибка с учетом возможного присутствия фона составила:

процесс $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$

- 12% при $2E < 1150$ МэВ
- 8% при $2E > 1150$ МэВ

процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$

- 20% при $2E < 1150$ МэВ
- 10% при $2E > 1150$ МэВ

процесс $e^+e^- \rightarrow \omega\pi \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$

- 20% при $2E < 1150$ МэВ
- 15% при $2E > 1150$ МэВ

процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ с вычтенным вкладом $\omega\pi$ ("не $\omega\pi$ ")

- 20% во всем диапазоне энергии

4 Обсуждение результатов

Измерение сечений процессов $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ в диапазоне энергий 1–2 ГэВ важно для определения адронного вклада в поляризацию вакуума, определения параметров возбужденных состояний ρ -мезона, для проверки гипотезы сохранения векторного тока.

Сечения процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, измеренное в этой работе, в пределах ошибок совпадает с результатами предыдущих измерений, но лежит систематически выше сечения, измеренного детектором КМД-2 [28, 30, 31]. В диапазоне энергии 1,3–1,4 ГэВ различие не превышает суммарную систематическую ошибку измерений. В области энергий около 1 ГэВ расхождение существенно больше суммарной систематической ошибки, что может говорить о наличии неучтенных систематических ошибок. Различие между этими измерениями может служить мерой систематической ошибки при определении сечения. Следует отметить, что измеренное сечение слабо зависит от модели, поскольку для случая моделирования по лоренц-инвариантному фазовому объему, эффективность отличается от эффективности, вычисленной в случае модели $a_1\pi$, не более чем на 10%.

Сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$, измеренное в данной работе, согласуется с измерением детектора КМД в пределах систематической ошибки, хотя и проходит систематически выше. Измерение сечения $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$ хорошо согласуется с данными, полученными детектором СНД в канале $e^+e^- \rightarrow \omega\pi \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ [33, 34] и с измерением детектора КМД, что говорит о малой систематической ошибке измерений. Измеренное в данной работе полное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ лежит систематически ниже измерений детектора НД [17] и первого измерения детектора ОЛЯ [21]. В диапазоне энергии 1,3–1,4 ГэВ различие составляет 50%. В окончательной публикации детектора ОЛЯ [20] сечение проходит существенно ниже. Вероятной причиной таких отклонений является малый телесный угол детекторов предыдущих поколений, что приводит к большой ошибке в измеренном сечении, если существует ошибка в моделировании изучаемого процесса.

К сожалению, из-за ограниченности энергетического диапазона, измеренное сечение не может быть использовано для определения параметров возбужденных состояний ρ -мезона без привлечения данных других имеющихся экспериментов. Измерения в области выше 1,4 ГэВ имеют большую статистическую и систематическую ошибку. Поэтому, новые измерения сечений в этой области энергий весьма желательны. Эти измерения можно будет провести на комплексе ВЭПП-2000, создаваемом в ИЯФ СО РАН, г. Новосибирск, на модернизированном детекторе СНД-2000 [35].

5 Заключение

В данной работе проведен анализ процессов $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ в диапазоне энергий 0,98-1,38 на основе статистики, набранной в эксперименте СНД на ускорителе ВЭПП-2М.

Разработаны программы для кинематической реконструкции и анализа промежуточных состояний в процессах $e^+e^- \rightarrow 4\pi$. Использование этих программ позволило провести анализ процессов аннигиляции в конечном состоянии 4π с детектором СНД. Эти программы могут быть использованы для анализа процессов 4π с детектором СНД-2000 на ускорительном комплексе ВЭПП-2000, который создается в ИЯФ СО РАН.

Измерено сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ со статистической точностью $(10 \div 2)\%$ и систематической точностью $12 \div 8\%$ в диапазоне энергий 0.98–1.38 ГэВ. Сечение процесса монотонно растет с энергией от 1,5 нб при энергии 1020 МэВ до 25 нб при энергии 1380 МэВ. Кинематика процесса не противоречит доминированию промежуточного состояния $a_1\pi$.

Проведено измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ со статистической точностью $(10 \div 2)\%$ и систематической точностью $20 \div 10\%$ в диапазоне энергий 0.98–1.38 ГэВ. Сечение процесса растет от 5 нб при энергии 1000 МэВ до 30 нб при энергии 1380 МэВ. Кинематика процесса удовлетворительно описывается промежуточными состояниями $(\omega\pi + a_1\pi)$. Проведено измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$ со статистической точностью $(10 \div 2)\%$ и систематической точностью $(20 \div 15)\%$.

Результаты измерений сечений могут быть использованы для расчета адронной поляризации вакуума, проверки гипотезы сохранения векторного тока при сравнении с распадами τ -лептона, для определения параметров ρ' , ρ'' мезонов. Измеренные сечения могут быть использованы для расчета фона при исследовании процессов аннигиляции в области энергий 0,98–1,38 ГэВ.

Данная работа выполнена при поддержке фонда РФФИ грант № 01-02-16934-а, ФЦП "Интеграция" № 274, ФЦП "Интеграция" №А0100 "Учебно-научный центр в области исследований фундаментальных свойств материи".

Приложение А Определение параметров промежуточных состояний

В процессах $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ возможны различные промежуточные состояния. Для определения вкладов этих состояний применяют метод максимального правдоподобия. В данном методе минимизируется логарифмическая функция правдоподобия $L(A, P) = \sum_{i=1}^N \ln \Phi(P_i, A)$ [27]. Здесь A – вектор параметров модели, например, вектор (R, ϕ) в модели $M(a_1 \rightarrow \rho\pi) + Re^{i\phi}M(a_1 \rightarrow \sigma\pi)$. P – вектор состояния, т.е. измеренных значений энергии и импульсов всех пионов. Φ – плотность вероятности зарегистрировать событие, которая равна:

$$\Phi(A, P) = \frac{1}{\sigma_0} \int f(P, P_0) \varepsilon(P_0) |\mathcal{M}(P, A)|^\varepsilon \frac{\sum_{\lambda}^N |\sqrt{\lambda}^\varepsilon|}{\prod_{\lambda}^N \varepsilon_{\lambda}} \delta^\Delta(\uparrow_{\pi}^\varepsilon - \sqrt{\lambda}^\varepsilon),$$

где $\sigma_0 = \frac{\sum_i^N |\mathcal{M}(P_i, A)|^\varepsilon}{N}$, P_0 – вектор параметров (энергия, импульс) частиц. $\varepsilon(P_0)$ – эффективность регистрации детектора событий с вектором параметров P_0 . $f(P, P_0)$ – функция отклика детектора, т.е. вероятность реконструировать событие с вектором параметров P_0 , как событие с вектором параметров P . $|\mathcal{M}(P, A)|^\varepsilon$ – квадрат матричного элемента. Для практической реализации данного метода, необходимо знание функции отклика детектора. Эту функцию можно рассчитать методом Монте-Карло, но для того, чтобы сделать это с требуемой точностью, необходима огромная статистика моделирования, поскольку характерный масштаб изменения этой функции сравним с шириной ω -мезона для процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\pi$. Если характерное разрешение детектора много меньше, чем характерный масштаб изменений матричного элемента, то данную функцию можно считать δ -функцией, как и было сделано в эксперименте КМД-2 для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ в области инвариантных масс 3π вне ω -мезона [30]. В эксперименте СНД импульсы заряженных пионов восстанавливаются методом кинематической реконструкции и точность восстановления не позволяет применять вышеописанный метод, к тому же, ситуация усложняется наличием комбинаторного фона, поскольку знаки пионов не различаются. Поэтому был предложен следующий метод.

Для определения параметров модели из экспериментальных и моделированных событий строилась n -мерная гистограмма по n независимым параметрам. Для процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ $n=2$, были выбраны параметры: 1) инвариантная масса 2-х пионов, учитывались все возможные комбинации за исключением комбинаций с наименее энергичным π -

мезоном; 2) масса отдачи наименее энергичного π -мезона. Для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\pi^0$ $n=3$ были выбраны параметры: 1) инвариантная масса 3-х π -мезонов, ближайшая к массе ω -мезона; 2) инвариантная масса заряженных π -мезонов; 3) инвариантная масса нейтральных π -мезонов.

Минимизировалась функция [7]

$$\chi^2 = \sum_i [2(N_i^{th} - N_i^{exp}) + 2N_i^{exp} \ln \frac{N_i^{exp}}{N_i^{th}}],$$

где N_i^{th} – ожидаемое из моделирования количество событий в i -той ячейке гистограммы, N_i^{exp} – экспериментально наблюдаемое количество событий в той же ячейке. \sum_i – означает сумму по всем ячейкам гистограммы. Функция минимизировалась программой MINUIT [32]. Приведенные ошибки параметров вычислены данной программой для нормировочного фактора, соответствующего одному стандартному отклонению.

Ожидаемое количество событий моделирования вычислялось следующим образом. Матричный элемент процесса в предположении нескольких промежуточных состояний вычислялся как

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\gamma+\gamma \rightarrow \Delta\pi} = & \frac{\infty}{M_i} \mathcal{M}_{\gamma+\gamma \rightarrow \chi_i} + \mathcal{R}_\infty \Big] \phi_\infty \frac{\infty}{M_\infty} \mathcal{M}_{\gamma+\gamma \rightarrow \chi_\infty} \\ & + R_2 e^{i\phi_2} \frac{1}{M_2} \mathcal{M}_{\gamma+\gamma \rightarrow \chi_2} + \dots, \end{aligned}$$

где R_i, ϕ_i – фитируемая амплитуда и фаза коэффициента с которым амплитуда i -го процесса входит в промежуточное состояние. M_i – нормировочный коэффициент процесса i , который вычисляется по событиям моделирования, распределенных по лоренц-инвариантному фазовому объему, как

$$M_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |\mathcal{M}_{\gamma+\gamma \rightarrow \chi_i}(\mathcal{P}_j)|^2}$$

\sum_j – означает суммирование по всем событиям моделирования, без учета условий отбора; N – полное число событий моделирования. Ожидаемое количество событий моделирования нормировалось на количество отобранных событий в эксперименте:

$$N^{th} = \frac{N^{sim} N^{exp}}{\sum_j |\mathcal{M}_{\gamma+\gamma \rightarrow \Delta\pi}(\mathcal{P}_j)|^2},$$

где \sum_j – означает суммирование по всем событиям моделирования, удовлетворяющих условиям отбора.

Список литературы

- [1] *A.N. Skrinsky*, in Proc. of Workshop on physics and detector for ДАФНЕ, Frascati, Italy, April 4-7, 1995, p3.
- [2] *В.М. Аульченко, М.Н. Ачасов, С.Е. Бару и др.*, Сферический нейтральный детектор, препринт ИЯФ 99-16 (1999).
- [3] *M.N. Achasov, V.M. Aulchenko, S.E. Baru et al.*, Spherical neutral detector for VEPP-2M collider, Nucl. Inst. Meth. A 449 (2000) 125-139.
- [4] *Yung-Su Tsai*, Decay correlations of heavy leptons in $e^+e^- \rightarrow lepton^+lepton^-$, Phys. Rev. D4: (1971) 2821.
- [5] *H.B. Thacker, J.J. Sakurai*, Lifetimes and branching ratios of heavy leptons, Phys. Lett. B36 (1971) 103-105.
- [6] *S.I. Eidelman, V.N. Ivanchenko*, e^+e^- annihilation into hadrons and exclusive tau decays, Phys. Lett. B257 (1991) 437-440.
- [7] *Particle Data Group*. Review of Particle Physics. The European Phys. J. C, vol.3, N 1-4 (1998).
- [8] *A.B. Clegg, A. Donnachie*, Higher vector meson states produced in electron - positron annihilation, Z.Phys. C62 (1994) 455-470.
- [9] *N.N. Achasov, A.A. Kozhevnikov* Rho primes in analyzing e^+e^- annihilation, MARK III, LASS and ARGUS data, Phys. Rev. D55 (1997) 2663-2671.
- [10] *N.N. Achasov, A.A. Kozhevnikov*, On the masses, branching ratios, and full widths of heavy rho-prime, rho-prime-prime and omega-prime, omega-prime-prime resonances, Phys. Rev. D62 (2000) 117503.
- [11] *A. Donnachie, Yu.S. Kalashnikova*, Four quark and hybrid mixing in the light quark vector sector, Z. Phys. C59 (1993) 621-628.
- [12] *A. Donnachie, Yu.S. Kalashnikova, A.B. Clegg*, A candidate for a four quark vector meson? Z. Phys. C60 (1993) 187-192.
- [13] *D. Aston, N. Awaji, T. Bienz et al.*, Evidence for $\rho_1(1270)$ production in the reaction $K^-p \rightarrow \pi^+\pi^- \Lambda$ Nucl. Phys. Proc. Suppl. 21(1991) 105-110.
- [14] *A. Donnachie, A.B. Clegg*, Is there an excitation of the rho at 1.27-GEV?, Phys. Lett. B269 (1991) 450-453.

- [15] *M.N. Achasov, V.M. Aulchenko, S.E. Baru et al.* The process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ in the energy range $2E_0 = 1.04\text{--}1.38$ GeV, Phys. Lett. B 462 (1999) 365-370.
- [16] *R.R. Akhmetshin, G.A. Aksenov, E.V. Anashkin et al.*, Recent results from CMD-2 detector at VEPP-2M, preprint Budker INP 99-11 (1999).
- [17] *S.I. Dolinsky, V.P. Druzhinin, M.S. Dubrovin et al.*, Summary of experiments with the neutral detector at the e^+e^- storage ring VEPP-2M, Phys. Rep. 202 (1991) 99-170.
- [18] *L.M. Barkov, I.B. Vasserman, P.V. Vorobev et al.*, The investigation of multi-pion creation with the cryogenic magnetic detector at the VEPP-2M storage ring. Sov.J.Nucl.Phys. **47**, 248 (1988).
- [19] *L.M. Kurdadze, M.Yu. Lelchuk, E.V. Pakhtusova et al.*, Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ reaction at 2E up to 1.4 GeV. JETP Lett. 47 (1988) 512-515.
- [20] *L.M. Kurdadze, M.Yu. Lelchuk, E.V. Pakhtusova et al.*, Study of the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ at 2E up to 1.4 GeV, JETP Lett. 43 (1986) p.643.
- [21] *L.M. Kurdadze, M.Yu. Lelchuk, V.A. Sidorov et al.*, Production of four pions in e^+e^- collisions below 1.4 GeV, препринт ИЯФ СО РАН 79-69 (1979).
- [22] *D. Bisello, G. Busetto, A. Castro et al.*, DM2 results on e^+e^- annihilation into multihadrons in the 1350–2400 MeV energy range, preprint LAL 90-35 (1990).
- [23] *C. Bacci, G. De Zorzi, G. Penso et al.*, Measurement of hadronic exclusive cross-sections in e^+e^- annihilation from 1.42 GeV to 2.20 GeV, Nucl.Phys. B 184 (1981) p.31.
- [24] *А.В. Боженов Д.А. Букин, В.Н. Иванченко и др.*, Пакет программ аппроксимации сечений в эксперименте СНД, препринт ИЯФ СО РАН 99-103 (1999).
- [25] *Т.В. Димова* Экспериментальное изучение процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$ и конверсионных распадов $\phi \rightarrow \eta e^+e^-$, $\eta \rightarrow e^+e^-\gamma$ диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Новосибирск, 2000.

- [26] Накопительное кольцо БЭП. Рабочие материалы., препринт ИЯФ 83-98, 1983.
- [27] *Г.И. Копылов*, Основы кинематики резонансов, "Наука", Москва, 1970 г.
- [28] *R.R. Akhmetshin E.V. Anashkin, M. Arpağaus et al.*, $a_1(1260)\pi$ dominance in the process $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ at energies 1.05–1.38 GeV, preprint Budker INP 98-83 (1998).
- [29] *A.E. Bondar, S.I. Eidelman, A.I. Milstein, N.I. Root*, On the role of $a_1(1260)$ meson in the $\tau \rightarrow 4\pi\nu_\tau$ decay, preprint Budker INP 99-56 (1999).
- [30] *Н.Н. Роот*, "Изучение процесса $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ в области энергий 1.05–1.38 ГэВ с детектором КМД-2", диссертация на соискание ученой степени к.ф.-м.н., Новосибирск, 1999.
- [31] *R.R. Akhmetshin E.V. Anashkin, M. Arpağaus et al.*, $a_1(1260)\pi$ dominance in the process $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ at energies 1.05–1.38 GeV, Phys.Lett.B466:392-402,1999.
- [32] *F. James*, "MINUIT. Function Minimization and Error Analysis", Reference Manual Version 94.1, CERN Program Library Long Writeup D506, <http://wwwinfo.cern.ch/asdoc/minuit/minmain.html>.
- [33] *M.N. Achasov, K.I. Beloborodov, A.V. Berdyugin et al.* The process $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0\pi^0\gamma$ up to 1.4 GeV, Phys. Lett. B 486 (2000) 29-34.
- [34] *В.М. Аульченко, М.Н. Ачасов, К.И. Белобородов и др.* Изучение процессов $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ на ВЭПП-2м с детектором СНД, препринт ИЯФ СО РАН 2000-35, (2000).
- [35] *Г.Н.Абрамов, В.М.Аульченко, М.Н.Ачасов и др.* Проект модернизации детектора СНД для экспериментов на ВЭПП-2000, препринт ИЯФ СО РАН, 2001-29 (2001).

*М.Н. Ачасов, С.Е. Бару, К.И. Белобородов, А.В. Бердюгин,
А.В. Боженок, А.Г. Богданчиков, А.Д. Бужин, Д.А. Бужин,
С.В. Бурдин, А.В. Васильев, Д.И. Ганюшин, Т.В. Димова,
А.А. Дроздецкый, В.П. Дружинин, М.С. Дубровин, В.Б. Голубев,
В.Н. Иванченко, И.А. Кооп, А.А. Король, С.В. Кошуба,
И.Н. Нестеренко, Е.В. Пахтусова, А.А. Полунин, А.А. Сальников,
С.И. Середняков, А.Г. Скрипкин, В.В. Шарый, Ю.М. Шатунов,
В.А. Сидоров, З.К. Силагадзе*

**Исследование процессов $e^+e^- \rightarrow 4\pi$
в области энергии 0,98–1,38 ГэВ с детектором СНД**

*M.N. Achasov, S.E. Baru, K.I. Beloborodov, A.V. Berdyugin,
A.V. Bozhenok, A.G. Bogdanchikov, A.D. Bukin, D.A. Bukin,
S.V. Burdin, A.V. Vasiljev, D.I. Ganyushin, T.V. Dimova,
A.A. Drozdetsky, V.P. Druzhinin, M.S. Dubrovin, V.B. Golubev,
V.N. Ivanchenko, I.A. Koop, A.A. Korol, S.V. Koshuba,
I.N. Nesterenko, E.V. Pakhtusova, A.A. Polunin, A.A. Salnikov,
S.I. Serednyakov, A.G. Skripkin, V.V. Shary, Yu.M. Shatunov,
V.A. Sidorov, Z.K. Silagadze*

**$e^+e^- \rightarrow 4\pi$ processes investigation
in the energy range 0.98–1.38 GeV with SND detector**

ИЯФ 2001-34

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев

Работа поступила 26.04.2001 г.

Сдано в набор 10.05.2001 г.

Подписано в печать 12.05.2001 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.9 печ.л., 2.4 уч.-издл.

Тираж 105 экз. Бесплатно. Заказ ь 34

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН

Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.