

Минобрнауки России  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И. Будкера Сибирского отделения  
Российской академии наук  
**(ИЯФ СО РАН)**

В.Я.Иванов

**АЛГОРИТМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ПРОГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЁТА  
МНОГОРЕЗОНАТОРНЫХ ПРОЛЁТНЫХ КЛИСТРОНОВ**

**Препринт ИЯФ 2023-03**

НОВОСИБИРСК

2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение .....	3
2. Аналитическая теория клистронов .....	10
3. Программа KLYANAL .....	17
4. Методы многомерной нелинейной оптимизации .....	20
5. Программа KLYOPTIM .....	22
6. Одномерная модель движущихся дисков .....	25
7. Программа VIDISK .....	27
Заключение .....	33
Благодарности .....	33
Литература .....	34

## 1. Введение

Клистрон обязан своим изобретением в 1932 профессору Ленинградского политехнического института Д.А. Рожанскому, который предложил теорию модуляции плотности электронного потока [1]. Работы Рожанского по этой теории не публиковались, но он вдохновил своими идеями Агнессу Арсеньеву, которая в 1934 году получила патент на «метод и прибор для получения коротких волн». В 1935 году Арсеньева опубликовала классическую статью о методе модуляции потока электронов по скорости. В этом же году Арсеньева и её муж О. Хейл разработали прибор для генерации СВЧ колебаний «трубка для модуляции скорости», который использовался во 2-й Мировой войне. Первые клистроны были разработаны в США в 1935-1939 гг. в качестве генераторов СВЧ колебаний для радиолокации, телевидения и связи. В СССР первые клистроны были изготовлены в ЛЭТИ в 1939-1940 гг. В Стенфордском университете первый клистрон разработали братья Р. и С. Варриан в 1937 году. В 1950 году в этом университете заработал ускоритель Марк-3. Для питания ускорителя использовался 21 клистрон. Позднее отделом клистронов Стенфордского центра линейных ускорителей (СЛАК) разработан 75-мегаваттный клистрон в X-диапазоне частот и 150-мегаваттный в S-диапазоне.

Клистроны мощностью 50 – 100 мегаватт являются основным источником высокочастотного питания современных ускорителей заряженных частиц. В России клистроны такой мощности ранее не производились. Максимальная импульсная мощность многолучевого клистрона, разработанного в НИИ «Исток» составляла 30 МВт, в то время, как типовая мощность была не более 6 МВт [2]. Клистроны для питания ускорителей приобретались за рубежом, где основными производителями считались фирмы Toshiba (Япония), Thales (Франция) и CPI (США) В настоящее время, в связи с санкционной политикой Запада, проблема разработки и производства мощных клистронов в России становится особенно актуальной. Так, в НПО «Торий» ведутся разработки по созданию многолучевого клистрона с импульсной мощностью 100 МВт в S- и X-диапазонах.

В настоящее время ИЯФ СО РАН участвует в строительстве синхротрона 4-го поколения «СКИФ» и Супер С-тау фабрики [3]. Потребность в клистропах для этих проектов исчисляется десятками, что вызвало необходимость разработки собственного клистрона.

Схема пролётного многорезонаторного клистрона представлена на Рис.1. Он состоит из пушки, формирующей непрерывный пучок круглого сечения, входного резонатора, в который подаётся высокочастотное питание от внешнего генератора, системы пассивных резонаторов, соединённых трубками дрейфа, которые осуществляют группировку непрерывного пучка в компактные сгустки электронов в сопровождающем внешнем магнитном поле, выходного резонатора для вывода высокочастотной мощности и коллектора, в котором заторможенные электроны рассеивают остаточную кинетическую энергию в виде тепла.

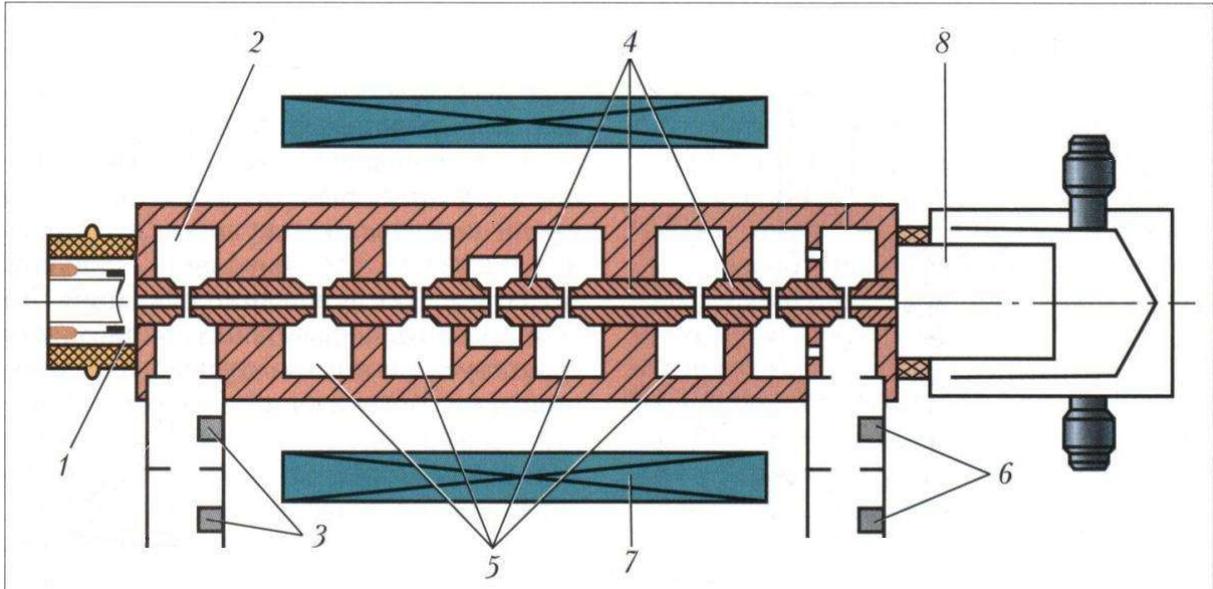


Рисунок 1. Схема пролётного клистрона: 1 – электронная пушка, 2 – входной резонатор, 3 – фидер ввода энергии, 4 – трубки дрейфа, 5 – группирующие резонаторы, 6 – выходной резонатор с системой вывода мощности, 7 – магнитная система, 8 – коллектор.

Математическая модель клистрона сложна, прежде всего, тем, что отдельные его элементы описываются различными системами уравнений математической физики. Так, электронная пушка работает практически в стационарном режиме, поскольку длина импульса тока, формируемого пушкой, намного больше длины фронта этого импульса. Полная система уравнений стационарных задач электронной оптики включает уравнения поля, уравнения движения заряженных частиц, а также законы сохранения энергии и суммарного заряда системы. Потенциал  $\varphi$  электростатического поля для кусочно-однородных сред с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  определяется решением уравнения Пуассона эллиптического типа

$$\operatorname{div}(\varepsilon \nabla \varphi) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.1)$$

с граничными условиями

$$\hat{l}(\varphi)|_S = \varphi_0, \quad (1.2)$$

для потенциала и его производных, определяемыми некоторым оператором  $\hat{l}$ , заданным на границе проводников и диэлектриков области  $S$ . Здесь  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная вакуума,  $\rho$  – плотность объёмного заряда, создаваемого токами эмиссии с катода.

Уравнения движения заряженных частиц в форме Лоренца имеют вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \vec{p} = m\gamma\vec{v}, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}. \quad (1.3)$$

Здесь  $c$  – скорость света,  $m$  – масса электрона,  $q$  – его заряд,  $p$  – импульс частицы,  $v$  – её скорость,  $E$  – напряженность электрического поля,  $B$  – индукция магнитного поля. Все векторы зависят от времени  $t$  и координат в декартовой  $\vec{r} = (x, y, z)$  или цилиндрической  $\vec{r} = (r, \varphi, z)$  системах.

К указанным уравнениям следует добавить вклад собственных электрических и магнитных полей заряженных частиц. Обычно это делается с помощью добавления законов сохранения полного тока и заряда системы, которые выражаются уравнением непрерывности потока частиц

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}. \quad (1.4)$$

В этом уравнении для функции плотности тока  $\vec{j} = \rho \vec{v}$  на поверхности эмиттера  $S_0$  необходимо задать начальные в виде некоторой известной функции  $j_0$ , отражающей законы распределения эмиттируемых или инжектируемых в область частиц по углам и энергиям вылета

$$j|_{S_0} = j_0(\vec{r}, \vec{v}, \varphi). \quad (1.5)$$

Плотность тока термоэлектронной эмиссии описывается формулой Ричардсона-Дэшмана

$$j_e = ADT_s^2 \exp\left(\frac{e\varphi}{kT_s}\right), \quad (1.6)$$

где  $A = 1.2 \cdot 10^6 \text{ Ам}^{-2}\text{К}^{-2}$  – постоянная Ричардсона,  $D$  – коэффициент прозрачности потенциального барьера,  $T_s$  – температура эмиттирующей поверхности,  $e\varphi$  – работа выхода электрона с поверхности материала,  $k$  – постоянная Больцмана.

В режиме насыщения имеет место ограничение тока термоэмиссии объемным зарядом. В этом случае плотность тока определяется законом Чайлда-Ленгмюра, который для однородного поля плоского эмиттера имеет вид

$$j_e = \frac{4\varepsilon_0}{9} \sqrt{\frac{q}{M_0}} \frac{\delta\varphi}{d^2}, \quad (1.7)$$

где  $\delta\varphi$  – разность потенциалов эмиттера и точки, находящейся на расстоянии  $d$  от поверхности эмиттера.

Величина магнитной индукции в уравнениях движения (1.3) вычисляется интегрированием по объему  $V$ , занятому токами  $\vec{j}$ , по формуле

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_0(\vec{r}) + \frac{4\pi}{\mu_0} \int_V \frac{[\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')]}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d\vec{r}', \quad (1.8)$$

в которой член  $B_0$  описывает внешнее по отношению к пучку поле, вычисляемое либо интегрированием по объемным источникам в виде соленоидов, либо решением

соответствующей краевой задачи для нелинейных намагничивающихся сред. Второй член этой формулы соответствует собственному магнитному полю пучка, занимающего объем  $V$ . Вклад собственного магнитного поля существенен лишь в релятивистской области энергий пучка.

Ввиду нелинейности системы уравнений электронной оптики нахождение плотности эмиссионных токов осуществляется методом релаксации объёмного заряда

$$\rho^{(n+1)} = \omega \rho_*^{(n+1)} + (1 - \omega) \rho^{(n)}, \quad \rho^{(0)} = 0, \quad (1.9)$$

а также собственного магнитного поля по этой же схеме. Здесь  $n$  – номер итерации,  $0 < \omega < 1$  – коэффициент релаксации, а значения  $\rho^*$  вычисляются по формуле (1.4).

Для расчёта собственных частот  $\omega_i$  и мод колебаний резонаторов необходимо решить задачу на собственные значения для уравнения Гельмгольца эллиптического типа

$$\Delta E + k_i^2 E = 0 \text{ или } \Delta H + k_i^2 H = 0, \quad k_i = \frac{\omega_i}{c}, \quad i = 1, \dots, \quad (1.10)$$

Эти уравнения можно решать в интегральной форме. Запишем интегральные уравнения относительно компонент  $H_\tau, H_\eta$  магнитного поля:

$$\begin{aligned} H_\tau(\tau_0, \eta_0) &= \frac{1}{\Omega - 4\pi} \oint_S (G_{\tau_0\eta} H_\tau(\tau, \eta) - G_{\tau_0\tau} H_\eta(\tau, \eta)) dS, \\ H_\eta(\tau_0, \eta_0) &= \frac{1}{\Omega - 4\pi} \oint_S (G_{\eta_0\eta} H_\tau(\tau, \eta) - G_{\eta_0\tau} H_\eta(\tau, \eta)) dS. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Здесь  $(\tau_0, \eta_0) \in S$  — значения переменных  $\tau, \eta$  в точке наблюдения,  $\Omega$  — телесный угол, под которым видна поверхность  $S$  в этой точке. Тензорная функция Грина  $G_{\alpha\beta}(\tau_0, \eta_0; \tau, \eta) = [\alpha \nabla \varphi] \beta$ ,  $\varphi = \cos(kR) / R$ ,  $k = \omega / c$  представляет собой компоненту элементарного тока  $j = \alpha \delta(r_0) \exp[i(kr_0 - \omega t)]$ ,  $r_0 = (\tau_0, \eta_0)$ , ориентированного в направлении вектора  $\alpha$  и изменяющегося по гармоническому закону с частотой  $\omega$ ,  $c$  — скорость света,  $R = |r_0 - r|$  — расстояние между точкой наблюдения  $r_0$  и точкой интегрирования  $r = (\tau, \eta)$ . Систему интегральных уравнений (1.11) можно записать в операторной форме  $[I - L(\omega)] H_t$ , где  $I$  — единичный оператор, а  $H_t$  — тангенциальная к поверхности  $S$  составляющая вектора напряженности магнитного поля. При численной аппроксимации это уравнение сводится к системе линейных уравнений  $A(\omega) H_t = 0$  с квадратной матрицей  $A(\omega)$ , аппроксимирующей оператор  $I - L(\omega)$ . Нетривиальное решение данной системы существует, если  $\det(A) = 0$ . Практически спектр резонансных частот определяется путем нахождения нулей минимального собственного значения  $\lambda_{\min}$  матрицы  $A(\omega)$  с использованием, например, метода обратных итераций для задачи

$A(\omega) H_t^{(k)} = \lambda_{\min} H_t^{(k-1)}$ . На практике оказывается достаточно одной — двух итераций. Таким образом, поиск резонансных частот  $\omega_i$  сводится к нахождению нулей одномерной функции  $\lambda(\omega)$ . При использовании билинейной аппроксимации для

неизвестной вектор-функции  $H_t$  применение метода граничных коллокаций сводит исходную задачу к системе линейных уравнений

$$\left[ E - \begin{pmatrix} G_{\tau_0\eta} & G_{\tau_0\tau} \\ G_{\eta_0\eta} & G_{\eta_0\nu} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} H_\pi \\ H_\eta \end{pmatrix} = 0. \quad (1.12)$$

Здесь  $E$  — единичная матрица, а элементы матрицы  $G$  даются выражениями

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{h_\tau h_\eta} \sum_{m=1}^4 \int_{S_m} \psi_m G_{\alpha\beta}(\tau_0, \eta_0; \tau, \eta) J d\tau d\eta, \quad (1.13)$$

где моменты плотности тока

$$\begin{aligned} \psi_1 &= (\tau - \tau_{i-1})(\eta - \eta_{j-1}), \{S_1 : \tau \in (\tau_{i-1}, \tau_i), \eta \in (\eta_{j-1}, \eta_j)\}, \\ \psi_2 &= (\tau_i - \tau)(\eta - \eta_{j-1}), \{S_2 : \tau \in (\tau_i, \tau_{i+1}), \eta \in (\eta_{j-1}, \eta_j)\}, \\ \psi_3 &= (\tau - \tau_{i-1})(\eta_j - \eta), \{S_3 : \tau \in (\tau_{i-1}, \tau_i), \eta \in (\eta_j, \eta_{j+1})\}, \\ \psi_4 &= (\tau_i - \tau)(\eta_j - \eta), \{S_4 : \tau \in (\tau_i, \tau_{i+1}), \eta \in (\eta_j, \eta_{j+1})\}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

После решения интегральных уравнений (1.11) компоненты электромагнитного поля в объеме резонатора находятся интегрированием поверхностных источников:

$$\begin{aligned} E_a(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi} \oint_S [H_\beta(\tau, \eta) \hat{G}_{a\beta}(x, y, z; \tau, \eta)] dS, \\ H_a(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi} \oint_S [H_\beta(\tau, \eta) G_{a\beta}(x, y, z; \tau, \eta)] dS, \\ \hat{G}_{a\beta} &= (a\beta) \left( k\varphi + \frac{1}{kR} \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{(aR)(\beta R)}{kR^2} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Здесь  $a$  — вектор, принимающий значения орт декартовых координат  $x, y, z$ , а  $\beta$  — вектор, принимающий значения ортов криволинейной системы координат  $\tau, \eta$  на поверхности  $S$ .

Зная характеристики резонаторов, можно приступить к расчёту системы группирования пучка. Система группировки представляет собой последовательность высокочастотных резонаторов, в которой на входной резонатор поступает непрерывный пучок с током  $I$  от пушки и входная мощность  $P_{in}$  высокочастотных колебаний на рабочей частоте прибора. Далее располагается набор пассивных резонаторов, частоты и пролётные промежутки которых подобраны таким образом, чтобы обеспечить наиболее эффективную группировку частиц в сгустки. Этот набор резонаторов завершается выходным резонатором, из которого высокочастотная мощность, возбуждаемая тормозящимися сгустками выводится через волновод, а остаточная кинетическая энергия сгустков рассеивается на поверхности коллектора. Таким образом, клистрон служит преобразователем кинетической энергии непрерывного пучка на входе в энергию электромагнитных колебаний в выходном

резонаторе. В наиболее общей постановке расчёт группирования пучка сводится к решению начально-краевой задачи для системы уравнений Максвелла для компонент электромагнитного поля

Компоненты полного электрического и магнитного полей  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  представляются суммой нестационарных собственных полей  $\mathbb{E}$ ,  $\mathbb{B}$ , возбуждаемых частицами и внешними токами  $\mathbf{J}$ , а также квазистатических внешних полей  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ , обусловленных потенциалами электродов и токами соленоидов. Нестационарные поля описываются системой уравнений Максвелла, включающей закон Ампера

$$\nabla \times \mathbb{B} = 4\pi/c \mathbf{J} + 1/c \partial \mathbb{E} / \partial t, \quad (1.16)$$

и закон электромагнитной индукции Фарадея

$$\nabla \times \mathbb{E} = - 1/c \partial \mathbb{B} / \partial t, \quad (1.17)$$

где  $c$  - скорость света в вакууме.

Граничные условия на поверхности идеального проводника (электрическая стенка) даются формулами

$$[\mathbb{E} \mathbf{n}] = 0, \quad (\mathbb{B} \mathbf{n}) = 0. \quad (1.18)$$

Граничные условия на оси или в плоскости симметрии (магнитная стенка) имеют вид

$$[\mathbb{B} \mathbf{n}] = 0, \quad (\mathbb{E} \mathbf{n}) = 0. \quad (1.19)$$

Здесь  $\mathbf{n}$  вектор внешней нормали. К этим уравнениям следует добавить квазистатические уравнения

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (1.20)$$

и уравнение непрерывности для токов и зарядов

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{J} = 0. \quad (1.21)$$

Эта полная система уравнений гиперболического типа после дискретизации обычно решается методом конечных разностей (МКР) или конечных элементов (МКЭ) для поля и сетодом «частиц-в-ячейке» для движения частиц релятивистского пучка.

После прохождения выходного резонатора, в котором сгустки заряженных частиц отдают кинетическую энергию высокочастотному электромагнитному полю, частицы с остаточной энергией попадают в коллектор, где они рассеивают эту энергию на стенках в виде тепла. Для расчёта тепловых режимов коллектора необходимо решать уравнение теплопроводности параболического типа

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a^2 \Delta T = f(r, t), \quad (1.22)$$

где  $T$  – температура,  $a$  – коэффициент температуропроводности материала стенок, а функция координат и времени  $f(r, t)$  задаёт интенсивность тепловых источников.

Полный цикл проектирования клистронов состоит из многих этапов, среди которых можно выделить следующие:

1. Предварительное проектирование. На этом этапе на основе технического задания, содержащего заданные параметры - рабочая частота, входная мощность ВЧ питания группирователя, выходная мощность клистрона, - определяются основные характеристики прибора – количество резонаторов, габариты клистрона, ток, диаметр и начальная энергия пучка, величина сопровождающего магнитного поля, КПД прибора. Для этого используются аналитические методы проектирования.
2. Оптимизация проектного решения, полученного при предварительном проектировании. На этом этапе определяются расстройки резонаторов группирователя, длины и диаметр трубок дрейфа, полоса рабочих частот, коэффициент усиления, конструкция ввода и вывода мощности, а также допуски на основные варьируемые параметры. На этом этапе используются упрощённые численные модели, которые учитывают продольную и поперечную динамику группируемых сгустков.
3. Детальный расчёт, который включает расчёты электромагнитных полей, оптики заряженных частиц с учётом их собственных полей, тепловые расчёты и расчёты упругих деформаций, как при настройке резонаторов, так и под воздействием тепловых нагрузок. Эти расчёты должны включать такие физические процессы, как мультипактор и темновые токи, которые включают механизмы автоэмиссии и вторичной электронной эмиссии с поверхностей прибора. Такие расчёты требуют предельных параметров вычислительной системы по используемой оперативной памяти и времени расчёта.
4. Информация, получаемая на каждом этапе проектирования может затем использоваться для новых циклов проектирования при уточнённых входных данных до получения желаемых результатов или получения информации о пределах допустимого варьирования исходных данных.

Для моделирования модуляторов обычно используются программы Micro Cap-11, MathCAD, Electronics Workbench [6], MATLAB [7], NI Multisim [8] или какие-либо другие. Расчёты пушек в двумерном приближении обычно производят с помощью программ EGUN [9], POISSON-2 [10], SAM [11] или KARAT [12]. Для трёхмерной геометрии используют MAGIC [14], MICHELLE [14], POISSON-3 [15] или CST Microwave Studio [16]. При расчётах нелинейных магнитных систем можно использовать специализированные программы FEMM [17], ELCUT [18] или универсальные COMSOL [19] и CST Microwave Studio. Для расчёта характеристик резонаторов можно использовать программы MAXWELL-2 [20], SUPERFISH [21], ANSYS HFSS [22] или те же COMSOL и CST Microwave Studio. Расчёты нестационарных электромагнитных полей совместно с движением макрочастиц осуществляют программы KARAT, MAXWELL-T [23], MAFFIA [24], а также COMSOL и CST Microwave Studio. Для численного моделирования процессов группирования сгустков заряженных частиц в клистронах разработано множество специализированных программ, обзор которых представлен в работе Лингвуда [25], где приводятся сравнительные данные существующих программных средств, которые реально или потенциально подходят для моделирования параметров клистронов. Отмечается, что использование аналитических моделей в малосигнальном

приближении принципиально непригодно для проектирования мощных клистронов. Предлагаемая классификация разбивает все программные средства на дисковые модели, модели с аппроксимацией дискретного поля, ограниченные модели макрочастиц (reduced PIC) и полные модели частиц в ячейках (full PIC). К первому классу относятся программы AJDISK (SLAC) [26], Kly4.5, DEV 5.1 [27]. Дискретные модели представлены Klyrwin [28] и Tesla (NRL), ограниченные PIC - Klys2d (Thales), KLSC (CCR) и FCI (KEK), полные PIC - Vsim (TechX), WARP (TechX), MAFA, CST MW Studio, GdficL и MAGIC. Из множества этих программ в открытом доступе есть лишь программа AJDISK, реализующая одномерную модель движущихся заряженных дисков, а также двумерную модель дисков и колец и трёхмерную модель плит и брусков для моделирования клистронов с плоским пучком. Это стимулирует разработчиков создавать свои программы для моделирования клистронов на этапах предварительного проектирования. Из числа универсальных программ, позволяющих проводить полный цикл расчётов клистронов от катода до коллектора можно упомянуть лишь CST Microwave Studio, но она требует предельных параметров оперативной памяти вычислительной системы, и расчёт клистрона с круглым пучком в ней занимает 7-8 часов времени, а расчёт многопучковых клистронов может длиться десятками часов.

Многообразие программных средств для расчёта отдельных узлов клистронов порождает проблему обмена результатами расчётов между разными программами. В связи с этим предпочтение следует отдавать оригинальному комплекту программных средств, основанному на едином подходе к решению проблем проектирования мощных клистронов. Он состоит из программы KlyAnal, реализующей аналитическую теорию расчёта клистронов, программы KlyOptim для многомерной оптимизации параметров клистронов, программы расчёта электронных пушек POISSON-2 [6], программы расчёта параметров резонаторов MAXWELL-2 [7] и программы расчёта в одномерной модели заряженных дисков и двумерной модели заряженных колец VIDISK. Программы POISSON-2, POISSON-3, MAXWELL-2 основаны на использовании метода граничных элементов (МГЭ), сочетающим высокую точность расчётов и эффективность алгоритмов с точки зрения использования оперативной памяти и времени расчёта.

## 2. Аналитическая теория клистронов

Аналитическая теория клистронов в режиме малого сигнала была разработана в 50-х годах прошлого века. Нелинейная теория мощных клистронов требует привлечения численных методов. История создания клистронов отражена в обзоре Кариотакиса [5]. Основным элементом этой теории является принцип каскадного группирования, в котором система группирования частиц разбивается на последовательность каскадов. Каждый каскад состоит из высокочастотного резонатора и следующей за ним трубки дрейфа. Резонатор в аналитической теории представлен не своей геометрической формой, а набором из семи чисел: частоты основной моды колебаний  $f$ , собственной добротности  $Q_0$ , внешней добротности  $Q_e$ , характеристического сопротивления  $\rho$ , ширины зазора  $d$ , координаты центра зазора  $z_0$  на оси прибора и параметра  $k$ , представляющего форму распределения поля в окрестности зазора. Трубка дрейфа цилиндрической формы характеризуется двумя

числами: радиусом  $R$  и длиной  $L$ , которая равна расстоянию между центрами зазоров соседних резонаторов. Первый резонатор является активным, поскольку электромагнитное поле в нём возбуждается внешним генератором через специальный ввод. Остальные резонаторы пассивны, поля в них наводятся пучком частиц, поступающим на вход системы группирования от электронной пушки. Назначение всех резонаторов состоит в том, чтобы создавать неоднородность распределения скоростей в потоке частиц, которая наводит в пассивных резонаторах токи. Трубки дрейфа служат для того, чтобы созданная неоднородность распределения скоростей по мере продвижения пучка в них приводила к неоднородности плотности тока в разных поперечных сечениях, что и формирует сгустки частиц. Настройка системы группирования заключается в таком подборе набора вышеуказанных числовых параметров каждого каскада, который обеспечивает наиболее эффективный темп передачи кинетической энергии пучка возбуждаемому им электромагнитному полю, снимаемому в волноводный тракт с выходного резонатора.

Для проектирования клистронов до появления высокопроизводительных ЭВМ использовались аналитические методы. Эти методы последовательно изложены в монографии Ю.А. Кацмана [29]. С появлением компьютеров начали интенсивно развиваться численные методы моделирования физических задач, что привело к появлению высокоэффективных пакетов прикладных программ.

Приведенная в книге Кацмана [29] теория пролётных клистронов не содержит в явном виде алгоритма расчёта клистрона от входных данных до конечных параметров. Такой алгоритм может быть построен, однако, если выстроить правильную последовательность всех необходимых для расчёта шагов и добавить алгоритм вычисления параметров возбуждения входного резонатора, например, из статьи Вогана [30]. Приведенные в книге примеры расчётов также неполны, поскольку они включают ряд априорных предположений для достижения режима оптимального усиления, но не говорят о том, как эти условия выполнить технически, рассматривая начало расчёта с последней трубки дрейфа. В данной работе выстроен полный алгоритм расчёта клистрона от параметров непрерывного пучка на входе до вычисления финальных характеристик клистрона, включающих выходную мощность, коэффициент усиления, КПД и полосу рабочих частот.

Входные данные для расчёта клистрона включают данные о пучке – ток пучка  $I_0$ , энергия пучка  $U_0$ , радиус пучка  $R_b$ , - и данные о системе группирования сгустков - радиус трубок дрейфа  $R_d$ , входная СВЧ мощность  $W_{in}$ , рабочая частота  $f_0$ , число резонаторов  $n$ . Данные для каждого резонатора включают длину зазора  $d_i$ , координату  $z$  центра зазора  $z_i$ , собственную добротность  $Q_{0,i}$ , внешнюю добротность  $Q_{e,i}$ , волновое сопротивление  $\rho_i$  и основную частоту собственных колебаний  $f_i$ .

Результатами расчёта должны быть наведённые напряжения  $V_i$  и фазы колебаний  $\theta_i$  на зазорах резонаторов, выходная мощность клистрона  $P_{out}$ , коэффициент усиления  $\mu$ , КПД  $\eta$ , полоса рабочих частот  $\Delta f$ .

Концепция каскадного группирования заключается в том, что напряжения на зазорах и коэффициенты модуляции потока по скоростям относятся к центрам зазоров резонаторов, а группирование частиц по плотности происходит в трубках дрейфа, длина которых отсчитывается между центрами зазоров соседних резонаторов. Такая

картина является весьма приближённой, поскольку профиль поля высокочастотных колебаний в резонаторах без сеток является гладким колоколообразным, и изменение динамики потока частиц осуществляется в каждом поперечном сечении клистрона. Кроме того, аналитические модели совсем не учитывают поперечной динамики частиц. Это и определяет точность расчётов и границы применимости аналитических моделей.

Расчёт начинается с вычисления вспомогательных величин. Проводимость входного пучка  $G_0 = I_0/U_0$ . Длины дрейфовых трубок равны разности координат зазоров соседних резонаторов  $L_i = z_{i+1} - z_i$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ . Начальная скорость частиц пучка

$$V_z = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{eU_0}{mc^2}\right)^2}}, \quad (2.1)$$

где  $c$  – скорость света,  $e$  – заряд электрона,  $m$  – его масса, и релятивистский фактор

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_z}{c}\right)^2}}. \quad (2.2)$$

Введя обозначения  $\zeta_a = \omega_0 R_d / V_z$ ,  $\zeta_b = \omega_0 R_b / V_z$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ , вычислим частоту колебаний однородного пучка бесконечного сечения

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e\rho_0}{m\epsilon_0}}, \quad \rho_0 = \frac{j_0}{V_z}, \quad (2.3)$$

где  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума,  $j_0$  – плотность тока пучка.

Средняя частота колебаний пучка радиусом  $R_b$  в дрейфовой трубе радиуса  $R_d$  равна  $\langle \omega_q \rangle = \omega_p \sqrt{\frac{1}{2}(F_0 + 1)}$ , где

$$F_0 = 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_1^2\left(x_k \frac{R_b}{R_d}\right)}{x_k^2 J_1^2\left[1 + \left(\frac{x_k}{\zeta_a}\right)^2\right]} \approx 2.56 \frac{J_1^2\left(2.4 \frac{R_b}{R_d}\right)}{1 + \frac{5.76}{\zeta_a^2}}. \quad (2.4)$$

Здесь  $x_k$  –  $k$ -й корень функции Бесселя первого рода. Такое приближение можно использовать в линейной модели каскадного группирования, то есть в режиме малого сигнала. В нелинейной модели, характерной для выходных каскадов группирования, принято использовать формулу  $\langle \omega_q \rangle = \omega_p F_0^{1/4}$ , а функцию  $F_0$  заменить на  $F'_0 = F_0 f_1(\zeta_a)$ , где

$$f_1(\zeta_a) = \frac{1 + \left(\frac{2.4}{\zeta_a}\right)^2}{\pi \left(\frac{2.4}{\zeta_a}\right)}. \quad (2.5)$$

Далее вычислим величину

$$a_q = \frac{\omega_q}{\omega_0 \gamma} \left(\frac{2}{1 + \gamma}\right)^{1/4}. \quad (2.6)$$

Затем определим необходимые параметры всех резонаторов: нагруженная добротность

$$Q_L = \frac{1}{\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e}}, \quad (2.7)$$

импеданс резонатора

$$Z_i = \frac{\rho}{\frac{1}{Q_L} + j \frac{\omega_0^2 - \omega_i^2}{\omega_0 \omega_i}}, \theta = \arctg \left( \frac{\text{Im}(Z_i)}{\text{Re}(Z_i)} \right) \quad (2.8)$$

где  $\rho$  – характеристическое сопротивление резонатора, и основная частота его собственных колебаний  $\omega_i = 2\pi f_i$ .

Амплитуда поля первого резонатора вычисляется по методике, предложенной в статье Дж. Вогана [30]. Сначала вычислим коэффициенты активной шунтирующей проводимости  $G_B$  и реактивной  $B_B$  нагрузки резонатора пучком [31]

$$G_B = G_0 \frac{2(1 - \cos \theta_t) - \theta_t \sin \theta_t}{2\theta_t^2}, B_B = G_0 \frac{2 \sin \theta_t - \theta_t(1 + \cos \theta_t)}{2\theta_t^2}, \quad (2.9)$$

где  $\theta_t$  – эффективный угол пролёта резонатора пучком или сгустком.

Затем определяем расстройку частоты резонатора пучком  $\delta_B$  и нагруженную добротность  $Q_B$

$$\delta_B = -0.5 B_B R / Q, Q_B = \frac{1}{G_B R / Q}, \quad (2.10)$$

после чего вычислим нагруженную добротность  $Q_L$  через собственную добротность резонатора  $Q_0$  и внешнюю добротность  $Q_e$ .

Комплексная проводимость нагруженного пучком резонатора  $Y_T = G_T + jB_B$ , где вещественная часть определяется формулой

$$G_T = \frac{1}{Q_L \rho}, \quad (2.11)$$

а проводимость резонатора  $G_E$  от внешней нагрузки зависит от внешней добротности  $Q_e$

$$G_E = \frac{1}{Q_e \rho}. \quad (2.12)$$

Коэффициент отражения мощности  $\rho$  и КСВ  $\sigma$  даются формулами

$$\rho = \frac{G_E - Y_T}{G_E + Y_T}, \sigma = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|}. \quad (2.13)$$

Теперь можно определить напряжение на зазоре 1-го резонатора

$$V_1 = \frac{2}{1 + \sigma} \sqrt{P_{in} \sigma Q_{H0} (R/Q)}. \quad (2.14)$$

Далее проводится расчёт величин для каждого каскада  $i=1, \dots, n$ , в который входит резонатор и следующая за ним трубка дрейфа. Поскольку за выходным резонатором, имеющим номер  $n$ , нет трубки дрейфа, общее число трубок равно  $n-1$ , и выходная мощность определяется качеством группирования в  $(n-1)$ -й трубке. Сначала определяем коэффициент связи пучка с резонатором. Если в момент времени  $t_0$  частица проходит центр зазора резонатора с координатой  $z$ , то смещение  $z_m$  её в электромагнитном поле определяется соотношением  $z(t_0) = z_m(t_0)\sin(\omega t_0)$ . Коэффициент связи пучка с резонатором  $M_i = m * M_{ab}$ , где для сеточного зазора

$$m = \frac{\sin \frac{\zeta_{d0}}{2}}{\frac{\zeta_{d0}}{2}}, \zeta_{d0} = \frac{\omega_i d_i}{v_z}, \quad (2.15)$$

поправочный коэффициент для бессеточного резонатора

$$m_{ab} = \frac{2I_1(\zeta_{b0})}{\zeta_{b0} I_0(\zeta_{a0})}. \quad (2.16)$$

Здесь символом  $I$  с индексом обозначена функция Бесселя второго рода, или функция Инфельда. Угол пролёта зазора длиной  $d_i$  для бессеточного зазора оказывается выше приведенного в формуле (2.15) и должен быть заменён на эффективный угол пролёта умножением на поправочный коэффициент, который зависит от отношения длины зазора  $d$  к радиусу трубки дрейфа  $a$ . Эта зависимость показана на Рис. 1, взятом из монографии Кацмана [29].

Коэффициент скоростной модуляции 1-го зазора определяется через коэффициент связи резонатора с пучком, напряжение на зазоре резонатора и начальную энергию пучка

$$v_1 = \frac{M_1 V_1}{2 U_0}. \quad (2.17)$$

а для остальных зазоров

$$v_i = \frac{M_i^2}{2} \zeta_{m0,i-1} G_0 R_n \cos(\phi_i). \quad (2.17a)$$

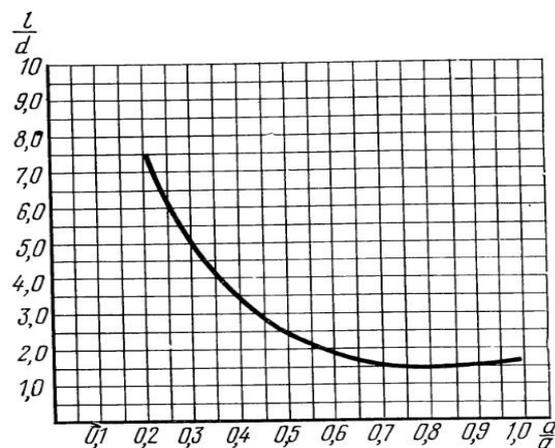


Рис 1. Зависимость эффективной длины зазора  $l$  от отношения  $d/a$ .

Здесь  $\zeta_{m0,i} = \omega_i \Delta z_i / V_z$ ,  $\omega_i$  – частота колебаний резонатора. Фаза колебаний пучка в резонаторе  $\phi_i$  и сопротивление нагрузки  $R_n$  определяются выражениями

$$\phi_i = \arctg \left( \frac{1/Re(Z_i) + G_B}{1/Im(Z_i) + B_B} \right), R_n = \frac{1}{1/Re(Z_i) + G_B}. \quad (2.18)$$

Параметр группирования плотности сгустков в дрейфовой трубке длиной  $L_i$  в линейном приближении

$$X_i = \frac{v_i}{a_q} \sin(a_q \zeta_{0,i}), \zeta_{0,i} = \frac{\omega_i L_i}{V_z}. \quad (2.19)$$

Для последней трубки дрейфа следует использовать формулу нелинейного группирования

$$X_i = \left\{ [\zeta_{m0,i} \cos(a_q \zeta_{d0})]^2 + [v_i \sin(a_q \zeta_{d0})]^2 - 2\zeta_{m0,i} \frac{v_i}{a_q} [1 - \cos(a_q \zeta_{d0}) \sin(a_q \phi_i)] \right\}^{1.2}. \quad (2.19a)$$

Теперь можно определить напряжение на зазоре

$$V_i = I_0 M_i X_i R_n \cos(\phi_i). \quad (2.20)$$

Для вычисления сдвига слоёв частиц в трубке дрейфа длиной  $L_i$  в линейном приближении используется формула

$$\Delta z_i = \Delta z_{i-1} + \frac{v_i}{\omega_i a_q} V_z \sin(a_q \zeta_{0,i}), \quad (2.21)$$

а в нелинейном

$$\Delta z_i = \Delta z_{i-1} - \frac{v_i}{\omega_i a_q} V_z \sin(a_q \zeta_{0,i}) \cos(\omega_i t_0 + \phi_i), t_0 = \frac{L_i}{V_z}. \quad (2.21a)$$

Колебательная мощность в резонаторе вычисляется по формуле

$$P_i = \frac{(I_0 M_i \zeta_{m0,i})^2}{2} R_n \cos(\phi_i). \quad (2.22)$$

Коэффициент усиления каскада определяется группированием в первой пролётной трубке

$$\mu_1 = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \left[ \frac{M_1^2 G_0 R_n}{2a_q} \sin(a_q \zeta_{0,1}) \right]^2 \cos(\phi_1) \cos(\phi_2), \quad (2.23)$$

и в остальных

$$\mu_i = \frac{P_{i+1}}{P_i} = \left[ \frac{M_i^2 G_0 R_n}{2a_q} \sin(a_q \zeta_{0,i}) \right]^2 \cos(\phi_i) \cos(\phi_{i+1}). \quad (2.23a)$$

После вычисления параметров всех каскадов группирования можно вычислить электронный КПД

$$\eta_e = \delta \xi J_1(X_{n-1}) \left(1 + \frac{\zeta_{m0,n-1}}{X_{n-1}}\right), \quad (2.24)$$

контурный КПД

$$\eta_c = 1 - \xi \frac{U_0}{2I_0 R_n J_1(X_{n-1}) \left(1 + \frac{\zeta_{m0,n-1}}{X_{n-1}}\right) M_{n-1}^2}, \quad (2.25)$$

полный КПД

$$\eta = \eta_e \eta_c. \quad (2.26)$$

Здесь  $\delta$  – коэффициент потерь тока в цепи, то есть в пушке и на стенках резонаторов и трубок дрейфа (обычно равен 0.9),  $\xi$  – коэффициент использования ускоряющего напряжения

$$\xi = \left(1 - \frac{V_{\sim}}{V_z}\right)^2, \quad (2.27)$$

амплитуда переменной скорости частиц сгустка, равная

$$V_{\sim} = -\sin(\omega t_0) \left\{ \langle a_q \rangle \zeta_{m0,n-1} \left[ \sin(\langle a_q \rangle \Delta z_{n-1}) - \langle a_q \rangle X_{n-1} \sin(\langle a_q \rangle \Delta z_{n-1}) \sin(\omega t_0) \right] - v_{n-1} \left[ \cos(\langle a_q \rangle \Delta z_{n-1}) + \langle a_q \rangle X_{n-1} \sin(\langle a_q \rangle \Delta z_{n-1}) \sin(\omega t_0) \right] \right\}, \quad (2.28)$$

если  $\langle a_q \rangle X_{n-1} < 0.1$  и

$$V_{\sim} = -V_z \sin(\omega t_0) \left\{ \langle a_q \rangle \zeta_{m0,n-1} \sin(\langle a_q \rangle \left[ \omega \frac{z_{n-1}}{V_z} \langle a_q \rangle \sin(\omega t_0) \right]) - v_{n-1} \cos\left(\left[ \omega \frac{z_{n-1}}{V_z} \langle a_q \rangle \sin(\omega t_0) \right]\right) \right\}. \quad (2.28a)$$

Полная мощность ВЧ колебаний выходного резонатора

$$P_n = \delta \xi I_0 U_0 \frac{J_1(\zeta_{m0,n-2}(N-1))}{1 - \frac{1}{N}}, \quad (2.29)$$

определяется через мощность пучка, коэффициент потерь тока в контуре  $\delta$ , коэффициент использования ускоряющего напряжения  $\xi$ , угол пролёта  $\zeta_{m0}$  и параметр

$$N = \frac{v_n}{a_q \zeta_{m0,n-2}}. \quad (2.30)$$

Вычислив сопротивление выходного резонатора в учётом нагрузки

$$R_L = \frac{U_0^2}{2P_n M_n^2} \left\{ 1 - a_q \zeta_{m0,n-2} \left[ 1 + \zeta_{m0,n-2} N(1 - N) \right] \right\}^4, \quad (2.31)$$

Найдём выходную мощность клистрона

$$P_{out} = \delta \xi I_0 U_0 \frac{J_1(\zeta_{m_0, n-2(N-1)})}{1 - \frac{1}{N}} \left(1 - \frac{R_L}{R_n}\right) \quad (2.32)$$

и коэффициент усиления в децибеллах

$$G = 10 \log_{10} \frac{P_{out}}{P_{in}}. \quad (2.33)$$

Полоса рабочих частот вычисляется по формуле

$$\Delta f = \frac{f_0}{2Q_l} \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \Theta} - 1}, \cos \Theta = \frac{J_2(X_l)}{J_1(2X_l)}. \quad (2.34)$$

### 3. Программа KlyAnal

Программа KltAnal реализует аналитические модели проектирования пролётных многорезонаторных клистронов, представленные в монографии Кацмана. Он предназначен для быстрого анализа параметров клистрона на этапе его первичного проектирования. В настоящей версии расчёт одного варианта клистрона занимает менее секунды машинного времени, что позволяет проводить оптимальную настройку резонаторов вручную путём поочерёдного варьирования частот расстройки пассивных резонаторов и пространств дрейфа между ними. Кроме программы, написанной на Visual Fortran, существуют версия на MatLab, написанная В.Я. Ивановым, и версия для MathCAD, написанная А.Е. Левичевым.

Набор файлов для проведения расчётов должен содержать исполняемый модуль KlyOptim.exe и два текстовых файла. Файл Task nam содержит две строки. В первой из них содержится имя <name> решаемой задачи, которое даёт пользователь для идентификации конкретной задачи. Это имя может включать полный путь к файлам задачи, которые можно хранить в отдельных папках, чтобы не запутаться при проведении массовых расчётов. Вторая строка файла содержит целое число от нуля до 3, которое определяет объём информации, выводимой в листинг. Так, число 1 определяет вывод в листинг исходных данных задачи и основных результатов. Большие числа задаются для вывода отладочной печати, когда необходимо установить причину неверных результатов расчёта.

Входной файл представляет собой текстовый файл с именем <name>.inp. Набор входных данных содержит параметры клистрона. В первой строке указываются глобальные параметры:

- n – число резонаторов;
- V0 – начальная энергия пучка [keV];
- I0 – входной тока [A];
- Rd – радиус трубки дрейфа [mm];
- Rb – начальный радиус пучка [mm];
- F0 – частота входного резонатора [GHz];
- Pin – входная мощность [W].

Вторая строка содержит параметры для расчёта ширины полосы рабочих частот:  $nf$  – число шагов сканирования рабочей частоты,  $F_n$  – начальное значение и  $Df$  – шаг сканирования в ГГц.

Далее каждая строка содержит данные каждого каскада (резонатора и трубки дрейфа):

$d$  – длина зазора резонатора [mm];

$L$  – длина трубки дрейфа [mm];

$Q_0$  – собственная добротность;

$Q_e$  – внешняя добротность;

$R_{ho}$  – характеристическое сопротивление резонатора [Ohm];

$f$  – резонансная частота основной моды колебания [Hz];

$k$  – параметр, определяющий форму распределения электрического поля в зазоре.

Профиль электрического поля на оси резонатора аппроксимируется нормальным распределением

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma^2}\right] = \frac{k}{\sqrt{\pi}} \exp[-k^2(z-z_0)^2], \quad (3.1)$$

где  $\sigma$  – дисперсия распределения,  $z_0$  – положение максимума поля на оси, а  $k = 1/(\sigma\sqrt{2})$ .

Выходные данные в процессе счёта размещаются в файле листинга <name>.out.

Числовые данные расчёта включают:

$P_{out}$  [MW] – выходная мощность;

Gain – коэффициент усиления;

$V_i$  [kV] – амплитуда напряжения в каждом резонаторе;

$\lambda_{mQ}$  [m] – длина волны модуляции плотности сгустков;

$M$  – коэффициент связи;

Проверка аналитической теории проводилась сравнением с численной моделью.

Такое сравнение проведём для клистрона 5045, прототип 3. Входное задание имеет вид:

```
6 350.0 415.0 15.85 9.0 2.856 320.0      ! глобальные данные
10 2.856 0.003                          ! данные для сканирования
8.98 56.505 5430. 775.7 68.36 2.856 78.74 ! данные для резонаторов
7.16 54.91 6940. 90000. 67.315 2.855 78.74
8.29 53.4025 6900. 90000. 73.815 2.877 78.74
11.16 284.83 7790. 90000. 86.46 2.887 78.74
11.94 103.685 8520. 90000. 89.45 2.935 78.74
16.55 0.00 9730. 16.5 96.7 2.856 78.74
```

Фрагмент выходного файла для первого цикла сканирования по рабочей частоте имеет вид:

```
The code Klystron Analytics. Ver.1.0, Jan.18, 2023
```

```
Author: Valentin Ivanov
```

```
Project: K5045V3.
```

```
24 Mar 2023      4:28:13
```

```
Io= 4.150E+02 A; Uo= 3.500E+02 keV; f= 2.856E+00 GHz; a= 1.585E+01mm; b= 9.000E+00mm Omega= 2.856E+00GHz
```

Frequency scan: nf= 10 Fn= 2.856E+09Hz Df= 3.000E+06Hz

#	d	L	Qo	Qe	Ql	Rho	f	Impedance Z
1	8.980E-03	5.651E-02	5.430E+03	7.757E+02	6.787E+02	6.836E+01	2.856E+09	4.640E+04 0.000E+00
2	7.160E-03	5.491E-02	6.940E+03	9.000E+04	6.443E+03	6.731E+01	2.855E+09	2.030E+04 -9.161E+04
3	8.290E-03	5.340E-02	6.900E+03	9.000E+04	6.409E+03	7.381E+01	2.877E+09	5.364E+01 5.037E+03
4	1.116E-02	2.848E-01	7.790E+03	9.000E+04	7.169E+03	8.646E+01	2.887E+09	2.587E+01 4.004E+03
5	1.194E-02	1.037E-01	8.520E+03	9.000E+04	7.783E+03	8.945E+01	2.935E+09	3.858E+00 1.639E+03
6	1.655E-02	0.000E+00	9.730E+03	1.650E+01	1.647E+01	9.670E+01	2.856E+09	1.593E+03 0.000E+00

Cavity parameters

#cav	M	Nu	X	U	Fi	Dz	P	Rn
1	8.011E-01	1.969E-03	7.946E-03	3.578E+03	1.586E+01	1.056E-04	3.200E+02	2.862E+01
2	7.946E-01	5.689E-03	2.237E-02	1.042E+04	2.824E+01	0.000E+00	0.000E+00	4.514E+03
3	7.945E-01	2.284E-02	8.760E-02	3.088E+04	-2.212E+01	0.000E+00	0.000E+00	4.518E+03
4	8.079E-01	8.346E-02	2.117E-01	1.117E+05	-3.249E+01	0.000E+00	0.000E+00	4.509E+03
5	8.098E-01	1.123E-01	7.318E-01	1.297E+05	-6.616E+01	0.000E+00	0.000E+00	4.510E+03
6	7.491E-01	7.131E-01	0.000E+00	9.553E+05	2.479E+01	0.000E+00	0.000E+00	4.626E+03

Cos(Theta)= 6.523E-01 DeltaF= 2.132E+05Hz  
 N= 5.291E+00; f0= 2.856E+03MHz; El.eff= 36.6% ;Eeff= 32.7%; Pout= 50.5MW; Gain 52.0dB

Данные для полосы рабочих частот представлены на Рис. 2 и 3.

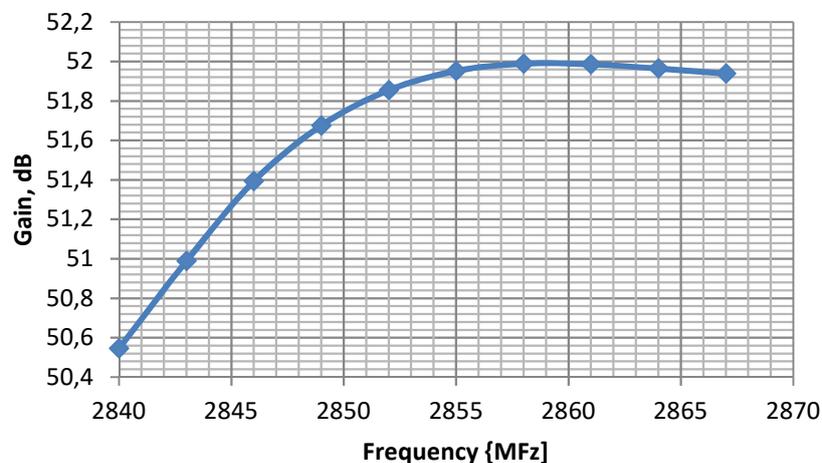


Рис.2. Зависимость коэффициента усиления от частоты.

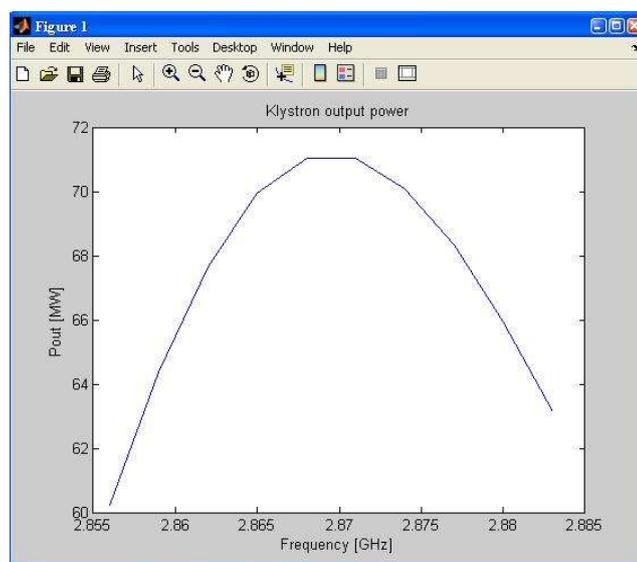


Рисунок 3. Полоса рабочих частот прототипа III клистрона 5045.

#### 4. Методы многомерной нелинейной оптимизации

При решении задач многомерных оптимизации наиболее популярными являются различные варианты градиентных методов, например, методы наискорейшего спуска, среди которых есть методы с линейной и даже квадратичной скоростью сходимости. К сожалению, эти методы далеко не всегда эффективны при решении нелинейных задач, в которых невозможно гарантировать существование и единственность решения поставленной задачи. Так, если целевой функционал задачи осциллирует, нахождение глобального экстремума возможно лишь при удачном выборе начального приближения, иначе траектория спуска сходится к ближайшему локальному экстремуму. При наличии овражности функционала, когда его производные по разным варьируемым переменным могут отличаться на порядки, аппроксимация вектора градиента требует тщательного выбора шага аппроксимации по каждой переменной. Эти методы также неприменимы при наличии скользящих режимов, которые имеют место, если градиент функционала имеет разрывы первого рода (скачки) в области допустимых значений варьируемых переменных задачи. Кроме того, градиентные методы теряют эффективность для задач многомерной оптимизации, поскольку при размерности  $n$  вектора варьируемых параметров для каждой точки траектории спуска необходимо вычислить значение функционала, как минимум,  $n+1$  раз.

Эти недостатки градиентных методов не свойственны методам случайного поиска, которые вовсе не требуют вычисления градиентов функционала и гарантируют нахождение глобального экстремума задачи в области допустимых значений варьируемых переменных. Главный недостаток таких методов – низкая скорость сходимости решений, которая отчасти компенсируется модификациями этих методов, называемыми адаптивным случайным поиском (АСП). Здесь ускорение сходимости достигается тем, что при накоплении информации о поведении функционала цели, эта информация используется в процессе решения.

Методы решения задач оптимизации для приборов физической электроники описаны в книге [32]. В таких задачах необходимо найти минимум целевого функционала

$$F_0(u, E, B) \rightarrow \min_{E, B \in T} \quad (4.1)$$

при нелинейных, в общем случае, ограничениях типа неравенств или равенств

$$\begin{aligned} F_j(u, E, B) &\leq 0, j = 1, \dots, M, \\ F_j(u, E, B) &= 0, j = M + 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (4.2)$$

зависящих от вектора варьируемых параметров  $u(z)$ , распределений электрического  $E$  и магнитного  $B$  полей. Учёт функциональных ограничений задачи осуществляется тем, что при нарушении условий (4.2) функционалу (4.1) присваивается заведомо большее значение, при этом нарушение условия типа равенство имеет место, если функционал  $F_j$  отличен от нуля на величину заданного априорно критерия малости  $\varepsilon$ . Одним из вариантов такого условия может быть, например, требование минимизации габаритов прибора при сохранении выходной мощности не ниже заданного значения  $P_0$ .

Область значений  $T$  варьируемых параметров определяется конструктивными ограничениями, такими как габариты прибора, максимальная напряженность поля вакуумного пробоя, выделяемая мощность, уровень шумов и т.д. Кроме того, на варьируемые параметры налагаются локальные ограничения  $a_i \leq u_i \leq b_i, i = 1, \dots, n$ ,

где  $a_i, b_i$  – числа, а  $n$  – размерность задачи оптимизации.

Для клистронов в качестве таких параметров могут быть частоты собственных колебаний резонаторов, их величина зазоров, длины и радиусы трубок дрейфа, а также другие геометрические или физические характеристики прибора. В качестве целевого функционала могут выступать выходная мощность  $P_{out}$ , коэффициент усиления  $G$ , КПД прибора  $\eta$ .

Для нелинейных задач оптимизации, в которых существование и единственность решения невозможно априорно гарантировать, целесообразно использовать методы АСП [33] – [36], которые гарантируют нахождение глобального экстремума, не требуя вычислений градиентов функционала, хотя имеют медленную сходимость порядка  $\sqrt{N}$ , где  $N$  – число случайных испытаний.

Алгоритм метода адаптивного случайного поиска состоит из следующих шагов. Область определения  $T$  вектора варьируемых переменных  $\vec{u}$  отображается на единичный гиперкуб, в котором с помощью векторного датчика случайных чисел выбирается  $L$  начальных точек  $\vec{u}_L^{(0)}$ . Каждая из этих точек служит началом независимой ветви адаптивного поиска, состоящего из нескольких этапов. На любом из этапов определяется интервал интенсивного поиска с полушириной  $q_k$ , причем вначале интервал равен всей области  $q_0 = 1$ , а на  $k$ -м этапе вычисляется по формуле

$$q_k = \frac{q_{k-1}}{1 - A/n}, \quad (4.3)$$

где  $A$  – заданный коэффициент сжатия интервала интенсивного поиска,  $n$  – размерность оптимизационной задачи. На каждом этапе генерируются  $P$  случайных векторов  $\vec{\xi}_i$  размерности  $n$ . Эти векторы отображаются на гиперкуб таким образом, чтобы определенная их доля  $p$  из общего числа  $P$  попадала в интервал интенсивного поиска. Таким образом, менее перспективные области поиска не выбрасываются из рассмотрения совсем, падает лишь частота их зондирования. Центр интервала интенсивного поиска устанавливается по минимуму функционала, найденного на текущем этапе. Процесс поиска для данной ветви заканчивается при выполнении условия  $q_k < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – наперед заданное малое число, и происходит переход к процессу поиска на следующей ветви. Если начальные точки  $\vec{u}_L^{(0)}$  различных ветвей попали в область влияния одного и того же экстремума, то с течением времени происходит «слипание» ветвей, проявляющееся в том, что расстояние между центрами их интервалов интенсивного поиска становится меньше  $\varepsilon$ . В этом случае по завершению текущего этапа поиска одна из ветвей уничтожается, т.е. для нее генерируется новое начальное приближение.

## 5. Программа KlyOptim

Полный цикл тестирования может включать все виды варьируемых параметров, но изучение свойств алгоритма адаптивного случайного поиска следует начинать с варьирования главных параметров, которыми являются частоты расстройки пассивных резонаторов и длины трубок дрейфа. Так, для 6-резонаторного клистрона варьировать можно частоты резонаторов с 2-го по 5-й, и длины всех трубок дрейфа, а в качестве целевого функционала рассмотреть выходную мощность. Итого, получается девять варьируемых параметров.

На первом этапе рассмотрим варьирование частот. Версия клистрона для частот резонаторов, указанных во входном задании, на рабочей частоте 2856 ГГц имела выходную мощность 50.2 МВт. Сначала проварьируем по одному параметру, считая частоты остальных пассивных резонаторов фиксированными, затем включим вариации всех четырёх частот расстройки. Если максимум находится на верхней или нижней границе варьирования, в последующих расчётах отодвигаем эту локальную границу до тех пор, пока максимум не окажется внутри диапазона локальных ограничений задачи. Данные расчётов этого этапа приведены в Табл. 1 и 2. Данные приведены для параметра  $EpsOpt=0.005$ . В последней строке Табл. 2, вместо двух ветвей случайного поиска, число ветвей увеличено до четырёх. В колонках таблиц указаны номер резонатора, число шагов случайного поиска для достижения сходимости, границы начала и конца интервала локальных ограничений, оптимальное значение найденной частоты и оптимальное значение выходной мощности клистрона.

Табл. 1

Зависимость выходной мощности от частот расстройки резонаторов.

#cav	#steps	Beg	Fin	Foptim	Pout
2	5	2853	2857	2857	50.55
2	46	2856	2870	2866	50.88
3	46	2875	2879	2875	50.71
3	46	2865	2875	2865	50.86
4	46	2883	2890	2883	50.82
4	46	2870	2880	2876	50.885
5	46	2930	2940	2930	50.54
5	46	2920	2930	2930	50.49

Табл. 2.

Зависимость выходной мощности при варьировании частот резонаторов 2-5.

Beg2	Fin2	F2opt	Beg3	Fin3	F3opt	Beg4	Fin4	F4opt	Beg5	Fin5	F5opt	Pout
2853	2857	2853	2875	2879	2875	2883	2890	2833	2930	2940	2930	50.54
2853	2857	2853	2875	2879	2875	2883	2890	2833	2930	2940	2930	50.55
2856	2870	2862	2865	2890	2878	2870	2890	2873	2930	2940	2940	51.18
2856	2870	2862	2865	2890	2878	2870	2890	2873	2930	2960	2954	51.49
2856	2870	2860	2865	2890	2876	2870	2890	2871	2930	2960	2945	51.48
2856	2870	2969	2865	2890	2870	2870	2890	2873	2930	2960	2953	50.62
2850	2880	2865	2860	2890	2870	2860	2890	2872	2920	2870	2950	51.85

Из анализа результатов следует, что варьированием частот расстройки резонаторов удалось добиться увеличения выходной мощности более, чем на 3%. Задав частоты пассивных резонаторов из последней строки Табл. 2 для программы KlyAnal [6], получим выходную мощность клистрона 51.86 МВт, что свидетельствует о правильности работы программы оптимизации.

На следующем этапе производим варьирование длин трубок дрейфа. Результаты приведены в Табл. 3 и 4. В Табл. 5 приведены данные для варьирования всех девяти параметров: четырёх резонаторов и пяти трубок дрейфа. Длины трубок дрейфа приведены в мм., частот в МГц, мощности в МВт.

Табл. 3.

Зависимость выходной мощности от длин трубок дрейфа L4 и L5.

#tube	Beg4	Fin4	L4opt	Beg5	Fin5	L5opt	Pout	#steps	#branch
4	240	290	279.1				50.88	36	2
5				80	120	80	50.51	36	2
4-5	240	290	279	80	120	86	50.38	61	3

Табл. 4.

Зависимость выходной мощности от длин всех трубок дрейфа L1 - L5.

L1opt	L2opt	L3opt	L4opt	L5opt	Pout	#steps	#branch
57.2	52.34	52.27	276.9	74.087	50.88	36	3

Табл. 5

Оптимум выходной мощности при варьировании частот резонаторов и длин трубок дрейфа.

F2opt	F3opt	F4opt	F5opt	L1opt	L2opt	L3opt	L4opt	L5opt	Pout
2854	2876	2835	2938	59.58	59.50	55.24	284.85	90.35	51.19

Данные для расчёта допусков, например, для частоты 5-го резонатора и длины 4-й трубки дрейфа приведены на Рис.4.

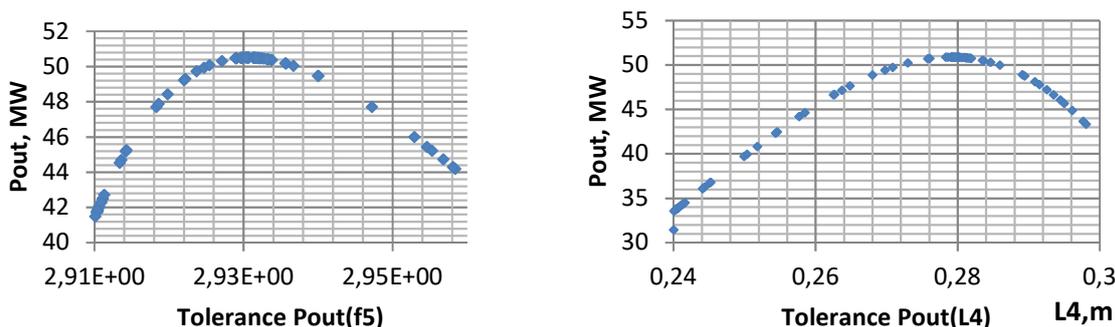


Рис.4. Допуски на вариации частоты 5-го резонатора (слева) и длины 4-й трубки дрейфа (справа).

Файл входного задания содержит имя задачи <name> с расширением opt. Как и в программе KlyAnal, первая строка содержит глобальные данные задачи, следующие *n*

строк – параметры резонаторов. Далее идёт строка с глобальными данными оптимизации:

iFunct – тип целевого функционала: 1 – выходная мощность, 2 – КПД, 3 – коэффициент усиления;

nOpt – число варьируемых параметров, размерность задачи оптимизации;

mOpt – число шагов для оценки интервалов интенсивного поиска;

maxStep – максимальное число шагов случайного поиска;

nBranch – число ветвей адаптивного случайного поиска;

Compress – коэффициент сжатия интервалов интенсивного поиска;

EpsOpt – критерий сходимости алгоритма оптимизации.

После этого располагается nOpt строк, в каждой из которых располагаются данные о варьируемых параметрах:

Nm – где N – номер каскада группирования (резонатора или трубки дрейфа), m – тип вариации: 1 – частота резонатора, 2 – длина трубки дрейфа, 3 – ширина зазора резонатора;

Beg – нижняя граница интервала варьирования параметра;

Fin – верхняя граница варьирования.

Так, входное задание для оптимизации выходной мощности клистрона 5045 прототипа 3 для одновременного варьирования частот резонаторов 2-5 и длин трубок дрейфа 1-5 имеет вид:

```
6 350.0 415.0 15.85 9.0 2.856 320.0          ! глобальные данные
8.98 56.505 5430. 775.7 68.36 2.856 78.74  ! параметры резонаторов
7.16 54.91 6940. 90000. 67.315 2.855 78.74
8.29 53.4025 6900. 90000. 73.815 2.877 78.74
11.16 284.83 7790. 90000. 86.46 2.887 78.74
11.94 103.685 8520. 90000. 89.45 2.935 78.74
16.55 0.00 9730. 16.5 96.7 2.856 78.74
1 1 5 200 2 2.0 0.005                       ! глобальные данные оптимизации
21 2.840 2.890                               ! варьирование частот резонаторов
31 2.840 2.895
41 2.830 2.950
51 2.910 2.960
12 52. 60.                                   ! варьирование длин трубок дрейфа
22 52. 60
32 34. 90.
42 240. 300.
52 40. 160.
```

Предварительные расчёты оптимальных параметров клистрона позволяют сделать выводы:

1. Проверка результатов расчёта методом адаптивного случайного поиска сопоставлением с прямым расчётом параметров клистрона имеющимися программами показывают, что алгоритм АСП работает правильно;

2. Результаты решения задач многомерной оптимизации демонстрируют высокую эффективность метода. Так, для девяти варьируемых параметров расчёт по уравнениям аналитической теории занимает менее секунды процессорного времени. Любые другие методы потребовали бы большего времени расчёта, по меньшей мере, на два порядка;
3. Увеличение выходной мощности исследуемого клистрона лишь на 3% в процессе оптимизации говорит о том, что данная модель была хорошо спроектирована и экспериментально доработана в течение многих лет, хотя и не исследовалась ранее на оптимальность режимов работы;
4. Метод АСР, в сравнении с другими методами, в процессе поиска оптимума позволяет определить границы допусков на эти параметры при изготовлении прибора;
5. Программа KlyOptim легко позволяет вводить вариации практически любых параметров прибора в произвольной их комбинации.

## 6. Одномерная модель заряженных дисков

Математическая модель, в основном, соответствует аналогичному описанию, представленному в работе [26]. Главное отличие состоит в том, что уравнения движения заряженных частиц формулируются относительно импульсов, а не скоростей, поскольку в релятивистской области энергий уравнения движения относительно скоростей дают значительную погрешность. В осесимметричной геометрии формируются пучки с круглым сечением. Здесь движение частиц может быть одномерным вдоль оси  $z$  (используется модель дисков с однородным распределением плотности заряда) Уравнения движения частиц в форме Лоренца

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \vec{p} = m\gamma\vec{v}, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}. \quad (6.1)$$

Здесь  $c$  – скорость света,  $m$  – масса электрона,  $q$  – его заряд,  $p$  – импульс частицы,  $v$  – её скорость,  $E$  – напряженность электрического поля,  $B$  – индукция магнитного поля. Все векторы зависят от времени  $t$  и координат  $\vec{r} = (x, y, z)$  в декартовой или цилиндрической  $\vec{r} = (r, \varphi, z)$  системах.

Для интегрирования используется одношаговая консервативная схема 2-го порядка точности

$$\begin{aligned} \vec{r}_{n+\frac{1}{2}} &= \vec{r}_n + \frac{\vec{v}_n \Delta t}{2}, \\ \vec{p}_{n+1} &= \vec{p}_n + q\Delta t \left( \vec{E} \left( \vec{r}_{n+\frac{1}{2}}, t_{n+\frac{1}{2}} \right) + \vec{v}_n \times \vec{B} \left( \vec{r}_{n+\frac{1}{2}}, t_{n+\frac{1}{2}} \right) \right), \\ \vec{v}_{n+1} &= \frac{c\vec{p}_{n+1}}{\sqrt{p_{n+1}^2 + (mc)^2}}, \vec{r}_{n+1} = \frac{\Delta t}{2} (\vec{v}_n + \vec{v}_{n+1}). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Электрическое поле является суммой поля резонаторов и поля объёмного заряда  $E = E_{cav} + E_{sph}$ . Магнитное поле также представлено суммой внешнего поля соленоидов и поля токов релятивистских заряженных частиц  $B = B_{sol} + B_{cur}$ . Для основного вида колебания ТМ010 электрическое поле осесимметричного резонатора можно представить в виде

$$E_{cav} = |V|f(z)\cos(\omega_0 t + \theta). \quad (6.3)$$

Здесь  $V$  – напряжение на резонаторе,  $\omega_0$  – рабочая частота клистрона,  $\theta$  – фаза колебаний, а профиль поля аппроксимируется нормальным распределением

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma^2}\right] = \frac{k}{\sqrt{\pi}} \exp[-k^2(z-z_0)^2], \quad (6.4)$$

где  $\sigma$  – дисперсия распределения,  $z_0$  – положение максимума поля на оси, а  $k = 1/(\sigma\sqrt{2})$ .

Амплитуда и фаза в выражении (6.3) являются известными из начальных данных только для входного резонатора, для остальных резонаторов они определяются итерационным алгоритмом после решения уравнений движения элементов, несущих объёмный заряд на шаг по времени и использования закона Ома

$$V = I_1 Z_{cav} = |V| \exp(i\theta), \quad (6.5)$$

где комплексная величина  $V$  содержит информацию об амплитуде  $|V|$  и фазе колебаний  $\theta$ . Комплексная величина импеданса резонатора даётся формулой

$$Z_{cav} = \frac{R/Q}{\frac{1}{Q} + j\frac{\omega_0^2 - \omega_{cav}^2}{\omega_0 \omega_{cav}}}, \theta = \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(Z_{cav})}{\operatorname{Re}(Z_{cav})}\right) \quad (6.6)$$

где  $R/Q$  – характеристическое сопротивление резонатора, а  $I_1$  – первая гармоника наведённого пучком тока определяется преобразованием Фурье  $\mathcal{F}$

$$I_1 = \mathcal{F}\{\sum_i Q_i v_i(t) f(z_i)\}, \quad (6.7)$$

где  $Q_i$  – заряды элементов  $v_i$  – их скорости.

Нахождение режима стационарных колебаний осуществляется итерационным методом, в котором изначально задаётся лишь амплитуда поля в первом резонаторе, амплитуды поля и фазы колебаний в пассивных резонаторах полагаются равными нулю. В последующих итерациях используются амплитуды и фазы, вычисленные на предыдущей итерации по формулам (6.5) – (6.7).

В осесимметричном случае поле диска радиусом  $R$ , зарядом  $Q$ , центр которого расположен на оси в точке  $z_0$  внутри трубки дрейфа радиусом  $a$  имеет вид

$$E_z(r, z) = \frac{2Q}{\pi\epsilon_0 a R} \sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\mu_i}{a} |z - z_0|\right) \frac{J_1\left(\frac{\mu_i R}{a}\right) J_0\left(\frac{\mu_i r}{a}\right)}{\mu_i J_1^2(\mu_i)} \operatorname{sign}(z - z_0), \quad (6.8)$$

где  $J_i$  – функция Бесселя первого рода порядка  $i$ ,  $\mu_i$  – корень функции Бесселя нулевого порядка.

На оси имеем

$$E_z(z) = \frac{2Q}{\pi\epsilon_0 R^2} \sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\mu_i}{a} |z - z_0|\right) \left[\frac{J_1\left(\frac{\mu_i R}{a}\right)}{\mu_i J_1(\mu_i)}\right]^2 \operatorname{sign}(z - z_0). \quad (6.9)$$

## 7. Программа VIDISK

Пакет программ VIDISK реализует численные алгоритмы одномерной дисковой модели расчёта основных параметров мощных многорезонаторных пролётных клистронов. Клистроны являются основным элементом высокочастотного питания современных ускорителей заряженных частиц. Типичная мощность клистрона составляет 50-100 МВт в импульсе. Такой клистрон состоит из электронной пушки, системы группировки непрерывного пучка в короткие сгустки частиц и коллектора.

Система группировки представляет собой последовательность высокочастотных резонаторов, в которой на входной резонатор поступает непрерывный пучок с током  $I$  от пушки и входная мощность  $P_{in}$  высокочастотных колебаний на рабочей частоте прибора. Далее располагается набор пассивных резонаторов, частоты и пролётные промежутки которых подобраны таким образом, чтобы обеспечить наиболее эффективную группировку частиц в сгустки. Этот набор резонаторов завершается выходным резонатором, из которого высокочастотная мощность, возбуждаемая тормозящимися сгустками выводится через волновод, а остаточная кинетическая энергия сгустков рассеивается на поверхности коллектора. Таким образом, клистрон служит преобразователем кинетической энергии непрерывного пучка на входе в энергию электромагнитных колебаний в выходном резонаторе. Основными выходными параметрами клистрона являются выходная мощность  $P_{out}$ , КПД  $\eta = P_{out}/P_{in}$  и полоса рабочих частот  $\Delta f$ .

Пакет предназначен для быстрого анализа параметров клистрона на этапе его первичного проектирования. В настоящей версии расчёт одного варианта клистрона занимает несколько секунд машинного времени, что позволяет проводить оптимальную настройку резонаторов вручную путём варьирования частот расстройки пассивных резонаторов и пространств дрейфа между ними.

Структура входного файла совместима с форматом файла <name>.dsk программы AJDISK, который представляет собой текстовый файл. Набор входных данных содержит параметры клистрона

ProjTitle – название проекта  
Author – автор проекта  
Type – тип геометрии элементов: 1 – диски; 2 – кольца; 3 – пластины; 4 – бруски  
V0 – начальная энергия пучка [keV]  
I0 – входной тока [A]  
F0 – частота входного резонатора [MHz]  
Rd – радиус трубки дрейфа [mm]  
Rb – начальный радиус пучка [mm]  
Pin – входная мощность [W]  
#elem – число первичных элементов (дисков или пластин)  
#subelem – число вторичных элементов в первичном  
#steps – число шагов по времени за период колебаний с частотой F0  
#cavs – число резонаторов  
MaxIter – максимальное число итераций

и данные резонаторов:

typ 1 – входной или группирующий, -1 – выходной резонатор  
Q0 – собственная добротность

$Q_e$  – внешняя добротность  
 $R/Q$  - характеристическое сопротивление резонатора [Ohm]  
 $d$  - длина зазора резонатора [m]  
 $z_0$  - z-координата максимума  $E_z$ , [m]  
 $f$  - резонансная частота, {Hz}  
 $k$  - коэффициент функции профиля  $E_z(z)$

Выходные данные выводятся на экран в числовой и графической форме. Кроме того, могут генерироваться выходные файлы в форме листинга (<name>.out), в числовой (<name>.fin), графической (<name>.<type>.jpg) и файл сканирования по рабочей частоте и входной мощности (<name>.swp).

Числовые данные расчёта включают:

$P_{out}$  [MW] – выходная мощность;  
 $Gain$  – коэффициент усиления;  
 $V_i$  [kV] – амплитуда напряжения в каждом резонаторе;  
 $\lambda_{mod}$  [m] – длина волны модуляции плотности сгустков;  
 $M$  – коэффициент связи;

Графические данные включают:

1. Зависимость модуляции скорости дисков  $Dv/c$  от расстояния  $z$  для всех дисков (type='DeltaV');
2. Зависимость релятивистского фактора  $\gamma$  от расстояния  $z$  для всех дисков (type='gamma');
3. Профиль электрического поля  $E_z(z)$  в для всех дисков (type='Ez');
4. Зависимость времени пролёта  $t(z)$  для всех дисков (type='t\_z');
5. Зависимость набега фазы  $\psi(z)$  для всех дисков (type='Psi');
6. Зависимость наведённого тока  $I_{ind}(t)$  от времени пролёта дисков через зазор каждого резонатора (type='Cur').

Программный комплекс состоит из двух модулей: препроцессора ввода данных с оконным интерфейсом и постпроцессора с графическим выводом данных, а также вычислительного модуля VIDISK.exe. Пре- и пост-процессор написаны на языке системы программирования Delphi v.7.0, а вычислительный модуль – на Visual Fortran.

**Препроцессор.** Вид препроцессора показан на Рис.1. Он имеет главное меню с элементами **File**, **View** и **Help**. Меню **File** осуществляет операции генерации нового входного файла **New**, открытие существующего файла **Open**, запись в файл **Save**, печать файла задачи **Print** и завершение работы **Exit**. В качестве нового файла при открытии препроцессора в окнах ввода отображаются параметры клистрона с двумя резонаторами. Эти данные представляют пример простейшей тестовой задачи.

При вводе числа резонаторов более двух на панели отображаются наборы новых окон для параметров каждого резонатора. Общее число резонаторов может быть не более 10, числа дисков и числа шагов по времени моделирования – до 256. В правом нижнем углу панели находится кнопка **Run**, нажатие на которую вызывает запись в файл Task.nam имени текущей задачи с полным путём доступа к входному файлу задачи. Во вторую строку этого файла записывается параметр Lprint, задающий уровень объёма информации, выводимый в листинг:

Lprint = 1 – выводится только основные результаты расчёта (выходная мощность, коэффициент усиления, напряжения в зазорах резонаторов, фазы колебаний);

Lprint = 2 – дополнительно выводится информация о динамике движения дисков на каждой итерации и распределения наведённых в резонаторах токов;

Lprint = 3 – отладочный режим в выводе полной информации.

После этого запускается вычислительный модуль VIDISK.exe, по завершению работы которого можно просматривать результаты его работы с помощью постпроцессора.

**Постпроцессор.** При открытии меню **View** выпадает список подменю, выбор из которого вызывает появление графического окна:

После выбора вида графика из списка на экране появляется графическая форма. В это же время читаются данные из файла результатов расчёта <name>.fin. На графической форме есть семь окон и две кнопки. Первые четыре окна задают размеры рисунка по горизонтали **Xmin**, **Xmax** и вертикали **Ymin**, **Ymax**. Числа в этих окнах при открытии формы подсчитаны при чтении файла результатов. Например, если для вывода выбрано меню  $t(z)$ , то  $Xmin=Zmin$ ,  $Xmax=Zmax$ ,  $Ymin=Tmin$ ,  $Ymax=Tmax$ . Если после открытия формы внести в эти окна другие значения, можно будет нарисовать не изображение максимальных размеров, а выбрать любой желаемый кадр – фрагмент полного рисунка. Окна **Dx** и **Dy** задают интервалы по обеим координатам, с которыми рисуются штриховые линии сетки помимо изображения осей графика. У начала линий сетки размещаются числовые значения координат. В последнем окне отображается тип выбранного графика. Рисование шкалы осей, сетки, надписей и самих графиков выполняется при нажатии кнопки **Draw**. После появления рисунка можно заново выбрать фрагмент рисования и шкалу сетки, заменив числа в соответствующих окнах, и нарисовать новую картинку, нажав снова кнопку **Draw**. Готовый рисунок можно сохранить в виде графического файла формата jpg, нажав кнопку **Save**. Например, при выборе типа рисунка Gamma, он будет сохранён с именем gamma.jpg в текущей папке, где размещены входные файлы и результаты расчёта задачи. Если необходимо сохранить разные кадры рисунков одного и того же типа, нужно переименовать каждый появившийся графический файл, назначив ему уникальное имя.

В качестве примера приведём расчёт клистрона 5045, состоящего из шести резонаторов. Параметры клистрона: ток пучка 415 А, энергия частиц 350 эВ, входная СВЧ-мощность 325 Вт, рабочая частота 2856 МГц. Чертёж клистрона представлен на Рис. 5.

Расчёт электронной пушки с помощью программы POISSON-2 [10] показан на Рис.6. В модели «трубок тока» использовались 25 траекторий для представления объёмного заряда пучка. Сходимость нелинейного процесса до величины  $1.e-5$  для собственных полей достигнута за 15 итераций. Время счёта составило 1 минуту 35 секунд. Характеристики резонаторов, рассчитанные по программе MAXWELL-2 [20] представлены в Табл.1. Время расчёта собственных частот для каждого резонатора составляло около двух секунд.

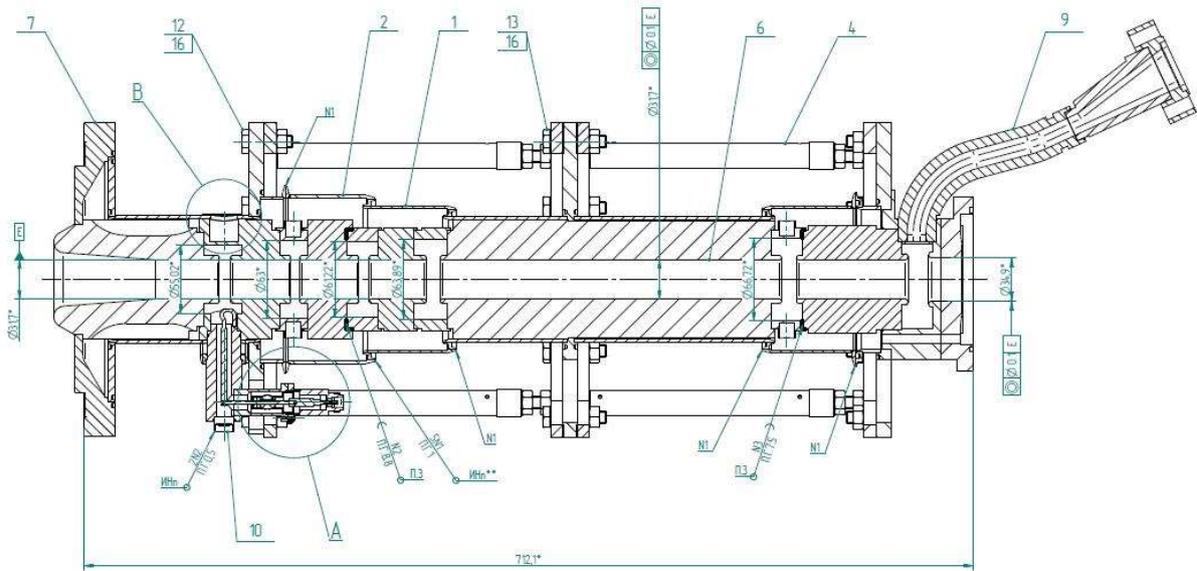


Рис. 5. Чертеж пролётного клистрона 5045.

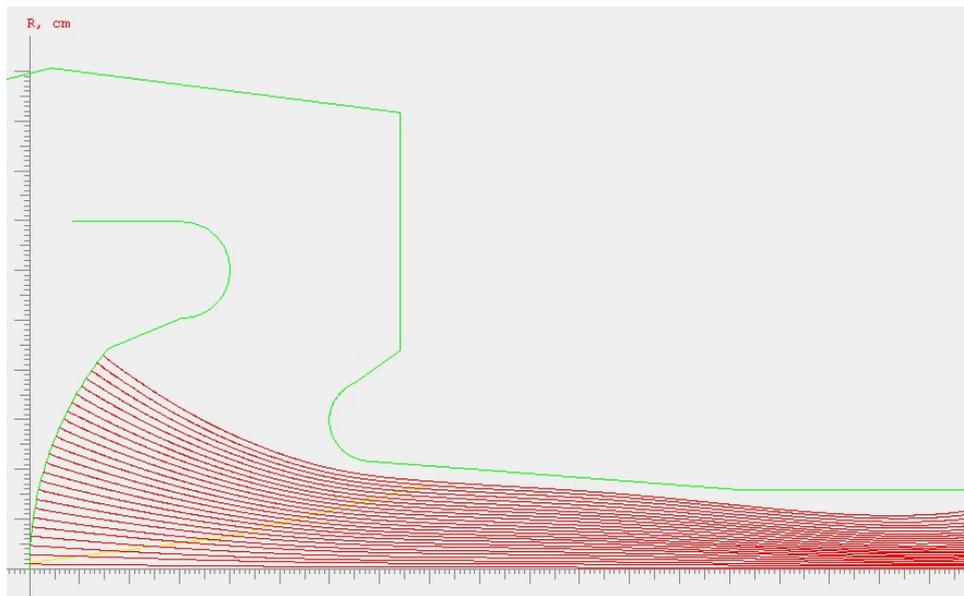


Рис. 6. Траектории пучка в электронной пушке клистрона.

Табл/ 6

№ резонатора	Собств. Частота, МГц	Добротность	Волн. сопротивление, Ом
1	2856.2	5430	58.2
2	2855.1	6940	75.14
3	2876.3	6905	58.2
4	2887.4	7792	75.14
5	2935.2	8523	75.14
6	2856.6	9612	75.14

Группировка частиц считалась по программе VIDISK. Выходная мощность клистрона составила 51.9 МВт. Время счета равнялось 6.8 секунд. Входное задание показано на Рис. 7, а результаты представлены на Рис. 8 - 9.

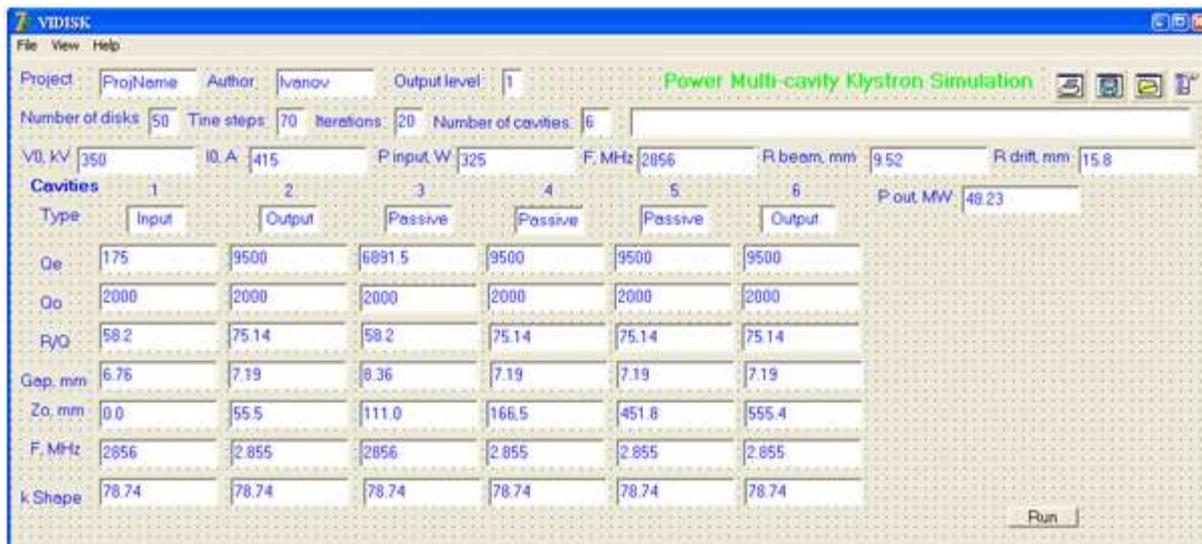


Рис. 7. Входное задание для клистрона с шестью резонаторами.

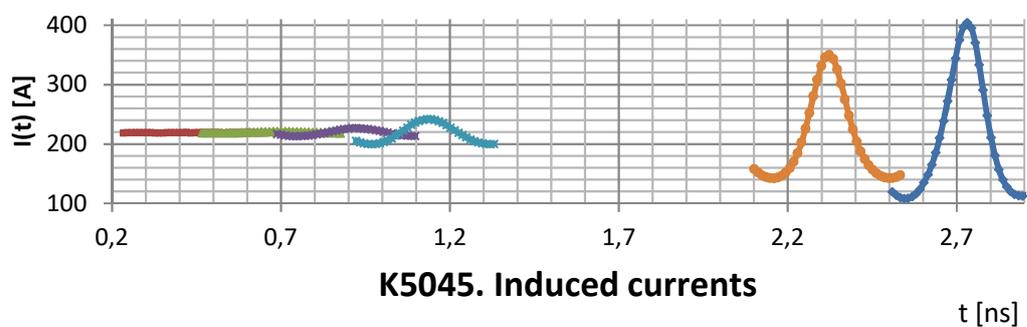


Рис. 8. Амплитуды наведённых токов в шести резонаторах клистрона

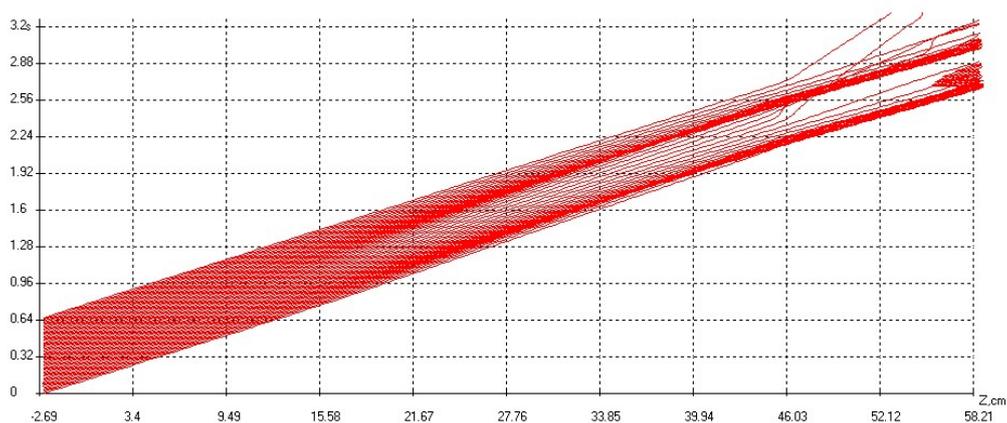


Рис. 9. Процесс пространственной группировки зарядов:  $t[\text{ns}]$  vs  $Z[\text{cm}]$ .

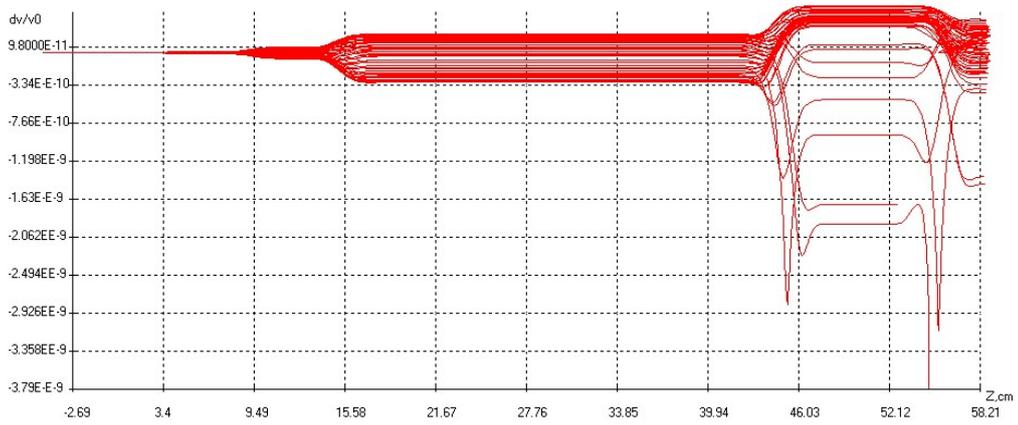


Рис. 10. Группировка частиц по скоростям:  $Dv/c$ .

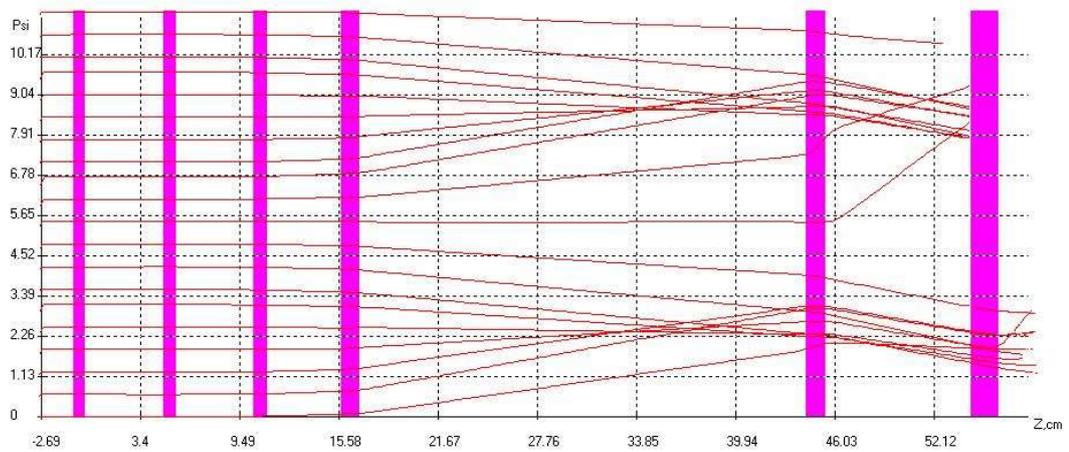


Рис. 11. Набег фазы  $\Psi(z)$  для всех дисков.

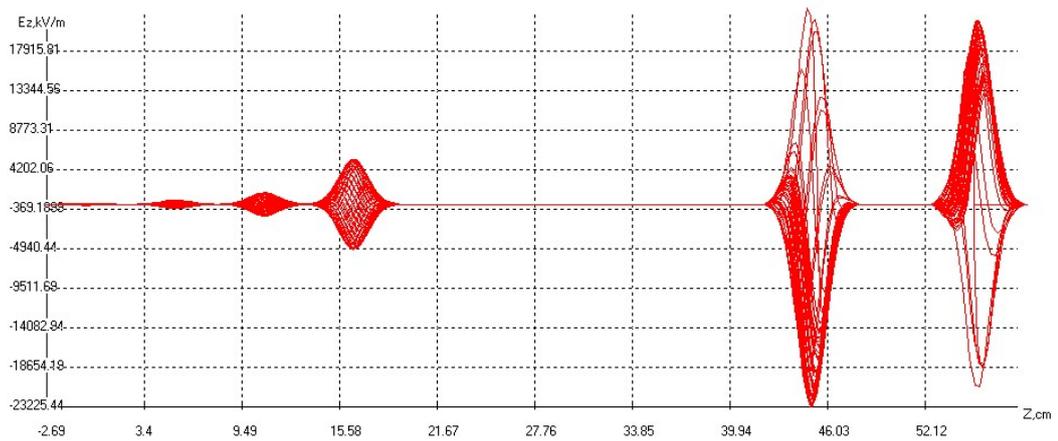


Рис. 12. Профиль поля  $E_z(z,t)$  для движущихся дисков.

Результат моделирования клистрона, проведённый А.М. Барняковым с помощью программы CST Microwave Studio показаны на Рис. 13. При моделировании было использовано более миллиона макрочастиц, время расчёта составило 3.6 часа, выходная мощность клистрона составила 52.3 МВт.

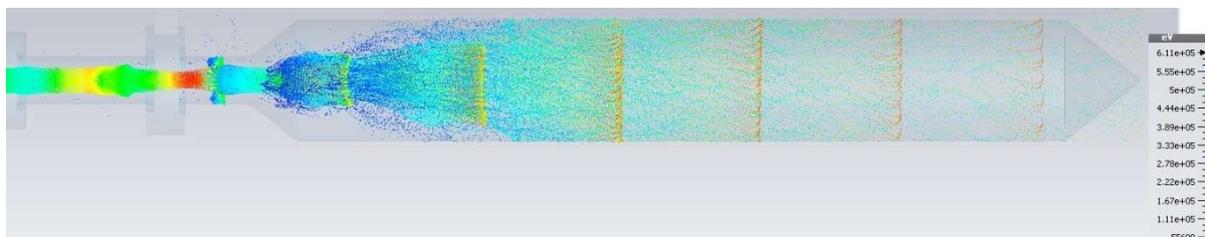


Рисунок 13. Моделирование клистрона методом «частиц-в-ячейке».

## Заключение

Автор проработал шесть лет в ускорительном отделе Стенфордского центра линейных ускорителей (СЛАК), в течение которых он работал в тесном сотрудничестве с Отделом клистронов. Отделом руководил крупнейший специалист в области разработки клистронов Дж. Кариотакис. В течение этого времени электронные пушки разрабатываемых клистронов рассчитывались по оригинальным алгоритмам и программам, разработанным автором [38-51]. В том числе, эти усилия привели к созданию 80-мегаваттного клистрона X-диапазона с плоским пучком [41], [43] и 50-мегаваттного клистрона с многоструйной пушкой [44], [45], [47], [48], [51]. Именно в этот период А. Йенсенем была разработана программа AJDISK, а трёхмерные расчёты группирования пучков проводились коммерческой программой MAGIC. Около десяти лет тому назад этот отдел в СЛАКе был расформирован.

В настоящее время в ИЯФ СО РАН набор оригинальных программ для всестороннего моделирования параметров мощных клистронов по своим возможностям несколько не уступает инструментальным средствам, имевшимся в СЛАКе, а в части проведения оптимизационных расчётов превосходит их.

## Благодарности

Автор приносит свои искренние благодарности А.Е Левичеву за многократные плодотворные обсуждения результатов его работ и написание версии программы аналитической теории клистронов в среде MatCAD, а также А.М. Барнякову за проведение расчётов клистрона в трёхмерной постановке с помощью CST Microwave Studio.

## Литература

1. G. Caryotakis . High Power Klystrons: Theory and Practice at the Stanford Linear Accelerator Center// SLAC-PUB 10620, 2005, 139 PP.
2. Л. Борисов, Г. Щелкунов. Мощные и сверхмощные СВЧ-источники: От клистронов до нового класса приборов// Электроника, 4 (00118) 2012.- С. 102-107.
3. Электронный ресурс: Режим доступа: <https://ctd.inp.nsk.su/c-tau/>.
4. 2. В.В.Кобец, И.Н. Гаранжа, А.Е. Бруква, Я.А. Самофалова. Модернизация модуляторов клистрона ускорителя ЛИНАК-200// Письма в ЭЧАЯ, 17б 4(229), 2020.- С.529-536.
5. G. Caryotakis. SLAC Klystrons/ Lecture 1, January 14, 2004.
6. О.Н. Регода. Расчёт и моделирование электрических цепей. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2013.- 170 с.
7. Г.Л. Коткин, Л.К.Попов, В.С. Черкасский. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 2017. – 203 с.
8. Э.П. Макаров. Компьютерное моделирование линейных электрических цепей постоянного тока. – Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2021. - 246 с.
9. W.V. Herrmannsfeld, EGUN an Electron Optics and Gun Design Program// SLAC-Report-331, 1988.
10. Астрелин В.Т., Иванов В.Я. Пакет программ для расчета характеристик интенсивных пучков релятивистских заряженных частиц//Автометрия, 1980, №3.- С.92-99.
11. М.А. Тиунов, Б.М. Фомель, В.П. Яковлев. SAM — интерактивная программа для расчёта электронных пушек на мини-ЭВМ// Препринт 89-159, Новосибирск: ИЯФ СО АН СССР. — 66 с.
12. V.P. Tarakanov, User's Guide for the Code KARAT//Berkeley Research Inc., 1997.
13. User-Configurable MAGIC for electromagnetic PIC calculations//Computer Physics Communications **78** (1995) 54-86.
14. J. Petillo et al. The MICHELLE Three-Dimensional Electron Gun and Collector Modeling Tool: Theory and Design// IEEE Trans. Plasma Sci., vol. 30, no. 3, pp. 1238–1264, June 2002.
15. V. Ivanov, A. Krasnykh, 3D method for the design of multi or sheet beam RF sources /Proc. Particle Accelerator Conf., Chicago, Illinois, June 18-22, 2001.- p.1213.
16. Электронный ресурс: Режим доступа: CT Microwave Studio.  
<https://www.mathworks.com/>
17. Электронный ресурс: Режим доступа:  
<https://cxem.net/software/finiteElementMethodMagnetics.php>
18. Электронный ресурс: Режим доступа: [http://elcut.ru/feat\\_r.htm](http://elcut.ru/feat_r.htm)
19. Электронный ресурс: Режим доступа: <https://www.comsol.ru/video/modeling-magnetic-fields-using-comsol-multiphysics-webinar-ru>
20. В.Я. Иванов, В.Е. Теряев, М.М. Карлинер, В.М. Яковлев. Применение метода граничных интегральных уравнений для расчёта ВЧ-резонаторов// ЖТФ, **12**. 1986. – С..1900-1905.

21. K. Halbach, R. F. Holsinger, SUPERFISH -- A Computer Program for Evaluation of RF Cavities with Cylindrical Symmetry// Particle Accelerators 7 (4), 213-222 (1976).
22. Электронный ресурс: Режим доступа:  
<https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-hfss>
23. V. Ivanov. Full relativistic 2.5D PIC code "MAXWELL-T", Version 2.5. User's Guide, SLAC, 2001.
24. M. Bartsch, *et al*, MAFIA release 3: the new version of the general purpose electromagnetic design code family// DESY Internal Report M-90-05K, Deutsches Elektronen-Synchrotron, Hamburg, Germany (1990).
25. C. Lingwood, Klystron Simulations. Review/comparison existing tools, - Lancaster University, 2015.
26. A. Jensen, M.Fazio, J. Neilson, G. Scheitrum. Developnig Sheet Beam Klystron Simulation Capability in AJDISK// SLAC-PUB-15879, 2002.
27. Р.В. Егоров, И.А. Гузилов, О.Ю. Масленников, В.Л. Саввин. БАК-клистроны. Новое поколение клистронов в вакуумной электронике// ВМУ. Сер.3. Физика, астрономия, 2019, 1. С. 36-39.
28. А.Ю. Байков. Методы достижения предельных значений КПД в мощных вакуумных резонансных СВЧ приборах О-типа// Дисс. на соискание учёной степени доктора физико-математических наук. Москва, 2017.
29. Ю.А. Кацман, Приборы сверхвысоких частот. Т.II. – М.: Высшая школа, 1973.
30. J. R. M. Vaughan, "The input gap voltage of a klystron," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-32, pp. 2510-2511, Nov. 1985.
31. J. W. Gewartowski and H. A. Watson,, *Principles of Electron Tubes*. Princeton, NJ: D. van Nostrand, 1965, p. 212.
32. В.Я. Иванов. Методы анализа, оптимизации и синтеза приборов физической электроники. – НмбG: Palmarium Academic Publishing, 2016.
33. В.Ф. Демьянов, Л.В. Васильев. Недифференцируемая оптимизация. – М.: Наука, 1981.
34. Р.Г. Стронгин. Численные методы в многоэкстремальных задачах. – М.: Наука, 1978.
35. Л.А. Растринин. Статистические методы поиска.- М.: Наука, 1968.
36. И.М. Соболев, Р.В. Статников. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями.- М.: Наука, 1981.
37. В.Я. Иванов. Руководство к пользованию программой KlyAnal. – Новосибирск, ИЯФ СО РАН, 2022.
38. M. E. Read, G. Miram, R.L. Ives, V. Ivanov, A. Krasnykh. A gridded electron Gun for a Sheet Beam Klystron. PAC03- TPAE026. Proceedings of Particle Accelerator Conference (PAC 03), Portland, Oregon, 12-16 May, Vol.2, 2003. DOI: 10 1109/PAC 2003, 1289630.
39. V. Ivanov, A. Krasnykh, G. Scheitrum, D. Sprehn, L. Ives, G. Miram, 3D Modeling Activity for Novel High Power Electron Guns at SLAC, PAC-2003, May 12-16, 2003, Portland, USA. PP.3312-3314.
40. A. Jensen, V. Ivanov, A. Krasnykh, G. Scheitrum, An Improved Version of TOPAZ3D, PAC-2003, May 12-16, 2003, Portland, USA.
41. M.E.Read, G. Miram, R.L. Ives, V. Ivanov, A. Krasnykh, G. Scheitrum, R. Koonz, G. Caryotakis, Gridded Sheet Beam Gun for an 80 MW X-band Klystron, PAC-2003, May 12-16, 2003, Portland, USA.

42. R.L. Ives, G. Miram, D. Marsden, M. Mizuhara, V. Ivanov, A. Krasnykh, Development of Multiple Beam Guns for High Power RF Sources, PAC-2003, May 12-16, 2003, Portland, USA.
43. M.E. Read, G. Miram, R.L. Ives, V. Ivanov, A. Krasnykh, An Electron Gun for A Sheet Beam Klystron, IVEC-2003, Seoul, Korea, May 28-30, 2003.
44. R.L.Ives, G.Miram, A.Krasnykh, V.Ivanov, D.Marsden, M.Mizuhara, T.Robinson, R.Wilcox, G. Guevara, Development of multiple beam guns for high-power RF-sources for accelerators and colliders, Proc. RF-2003.
45. L.Ives, G. Miram, et al. Construction and Test of a Confined Flow Multiple Beam Gun for a 50 MW Klystron, EPAC-2004, July 5-9, Lucerne, Switzerland.
46. G.Caryotakis, V.Ivanov, A.Krasnykh et al. 3D Modeling Activity for Novel High Power Electron Guns at SLAC, ICAP-2004, June 29-July 2, 2004, St. Petersburg, Russia.
47. R.L.Ives, G. Miram, A.Krasnykh, V. Ivanov, D.Marsden, M.Mizuhara, T. Robinson, R.Wilcox , J.Guevara. Development of multiple beam guns for high power RF sources for accelerators and colliders. Preprint SLAC-PUB-10704, 2004. 10pp.
48. R.L.Ives, G. Miram, A.Krasnykh, V. Ivanov et al. Development of multiple beam guns for high power RF sources for accelerators and colliders. SLAC-PUB-10704, 2004. 10pp.
49. V. Ivanov, A. Krasnykh, G. Scheitrum, A. Jensen. An Improved version of TOPAZ 3D. PAC03-FPAB012, SLAC-PUB-10081, Jul 2003. 3pp.
50. V. Ivanov, A. Krasnykh, G. Scheitrum, D. Sprehn, L. Ives, G. Miram. 3-D modeling activity for novel high power electron guns at SLAC. PAC03-PAB011, SLAC-PUB-10080, Jul 2003. 3pp.
51. L.Ives, P.Ferguson, D.Marsden, L.Song, M.Read, G.Miram, G.Collinf, A.Krasnykh, V.Ivanov. Design, Fabrication, and Test of an X-Band Multiple Beam Klystron. DOI: 10.1109/IVELEC 2009.5193426.